Microeconoma Clamses 8 settembre 2020

1) (punti 10) Sia $U = 20 * \text{Log}[X^{0.2} * Y^{0.2} * Z^{0.2}]$, con X, Y, Z strettamente positivi e minori di infinito, una funzione di utilità definita su 3 beni.
   a) Dopo aver calcolato la matrice Hessiana corrispondente a U valutare se essa è semi definita negativa e se la U è quasi concava. Cosa implica la quasi concavità nella ricerca delle condizioni per un massimo di U?
   b) Dato un consueto vincolo di bilancio $xX + yY + zZ - R = 0$ dove i caratteri minuscoli indicano i prezzi, mostrare che le domande non compensate delle 3 merci sono

$$X = \frac{0.33R}{x}, Y = \frac{0.33R}{y}, Z = \frac{0.33R}{z}$$

   e che il valore del moltiplicatore in corrispondenza del valore massimo della Lagrangiana è $\lambda^* = \frac{12}{R}$. Interpretare λ^*in termini di teorema dell'inviluppo (opzionale)

   c) Mostrare che tali domande soddisfano $\left(\frac{\partial X}{\partial x}\right)\left(\frac{x}{X}\right) + \left(\frac{\partial X}{\partial y}\right)\left(\frac{y}{X}\right) + \left(\frac{\partial X}{\partial z}\right)\left(\frac{z}{X}\right) + \left(\frac{\partial X}{\partial R}\right)\left(\frac{R}{X}\right) = 0$ (esempio per X). Interpretare.
   d) Applicare il teorema di Hotelling-Wold e ricavare le domande inverse nei prezzi normalizzati e verificare il risultato confrontando con le domande in forma diretta. Che uso possiamo fare del risultato ottenuto in termini di ricerche empiriche?

2) (punti 10) Sia $Q = 0.5\sqrt{L} + 0.5\sqrt{K}$ con L e K strettamente positivi e minori di infinito, una funzione di produzione definita su 2 input.
   a) Dopo aver calcolato la matrice Hessiana corrispondente a Q (che sarà diagonale; come prima) valutare se essa è semi definita negativa e se la Q è quasi concava. Cosa implica la quasi concavità nella ricerca delle condizioni per un massimo di Q?
   b) Mostrare che le domande compensate dei fattori (dato un Q di riferimento pari a T e ponendo w ed r come prezzi degli input) sono

$$L^c = \frac{4r^2T^2}{(r+w)^2}; K^c = \frac{4T^2w^2}{(r+w)^2}; \lambda^* = \frac{8rwT}{r+w}$$

   Interpretare λ^*in termini di teorema dell'inviluppo (opzionale)

   c) Usando le domande compensate mostrare che la funzione di spesa è $e(r, w, T) = \frac{4rwT^2}{r+w}$ e che vale il lemma di Shephard per entrambi i fattori.
   d) Sostituendo T con la quantità generica Q nella funzione *e*(.), calcolare costo medio AC e costo marginale MC e valutare se esiste un Q che li eguagli. Valutare in termini di rendimenti costanti, crescenti, ecc.
   e) Che relazione esiste tra MC e λ^*e che interpretazione diamo?
3) (punti 5) Cosa si intende per funzione di distanza nello spazio degli input e che proprietà possiede?
4) (punti 5) Definire 3 funzioni di utilità di individui avversi al rischio con A(W) costante, crescente e decrescente. Che intendiamo per R(W)?