



Metodi della Fisica Matematica

Docente: Gregorio Falqui
Laurea Magistrale in
Matematica

21/22 I semestre 8 CFU

Metodi della Fisica Matematica (Dinamica dei fluidi e teoria delle onde)

- Si presentano i fondamenti matematici e fisici della teoria classica dei "continui" e dei campi, con enfasi sulla dinamica dei fluidi, e si introducono le equazioni "solitoniche". Ovvero:
- A) Si individuano le grandezze fondamentali (velocità, densità e pressione) le si rappresentano come "campi" ($v=v(x,y,z;t)$, $\rho=\rho(x,y,z;t)$,...) e si traducono le leggi fondamentali della natura (conservazione della massa, $m a=F$,...) in sistemi di PDE per queste grandezze.
- B) Si studiano modelli opportuni, si derivano equazioni opportune e si determinano classi di soluzioni e le loro proprietà.

Dettagli del programma:

Concetti generali della dinamica dei continui e teoremi di trasporto.

Dinamica dei fluidi: Equazione di Eulero: $v_t + (v \cdot \nabla)v = -\nabla p / \rho + F_{\text{ext}}$

Applicazioni: Teoria dell'ala e dinamica di fluidi stratificati.

Onde sonore della gasdinamica: Equazione di D'Alembert $p_{tt} - v^2 \Delta p = 0$
(onde lineari non dispersive).

Equazione di Navier-Stokes: $v_t + (v \cdot \nabla)v = -\nabla p / \rho + \boxed{\varepsilon \Delta v} + F_{\text{ext}}$

Applicazione: Equazioni di Prandtl del "boundary layer".

Onde di gravità in "deep water" come problemi di "free boundary" (onde lineari "dispersive"). Relazione di dispersion, velocità di fase e velocità di gruppo.

Onde di gravità in "shallow water". Equazione KdV, $u_t = 6uu_x - u_{xxx}$ (onde non lineari dispersive): legame con l'equazione di Hill $-\varphi_{xx} + u\varphi = \lambda\varphi$ e soluzioni solitoniche; formulazione Hamiltoniana e completa integrabilità.

Informazioni operative

- Prerequisiti: i corsi di SDeMC, Analisi I e II, Fisica I e II della Laurea Triennale. (consigliati del III anno: Fisica Matematica e Analisi Complessa).
- Esame: orale "su appuntamento" con presentazione di un breve elaborato (homework) e una parte standard.
- Informazioni ulteriori: e-learning (19/20 e 21/22) e/o mail a gregorio.falqui@unimib.it