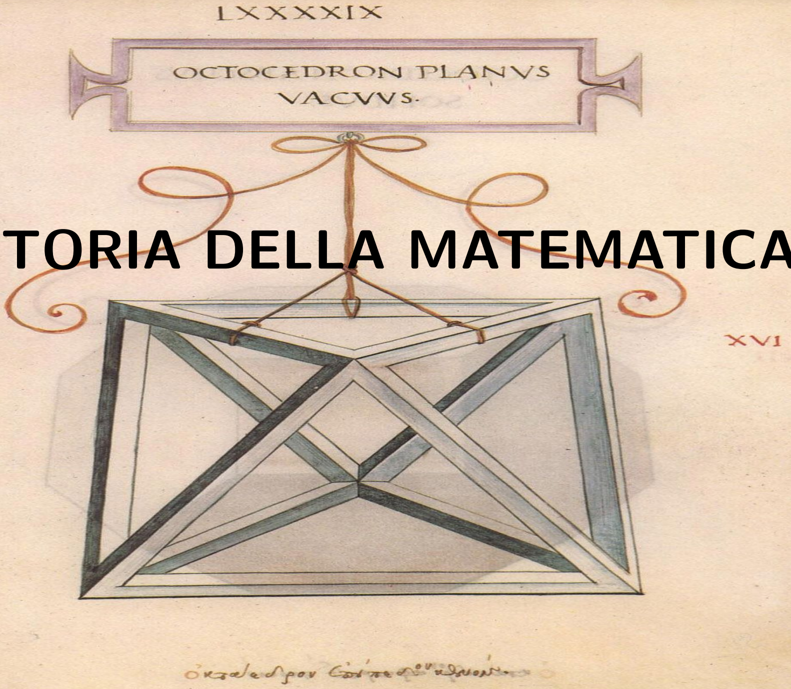
Per l'insegnamento

Open Day
24 Maggio 2021, @U6-09 e *streaming*
Dipartimento di Matematica e Applicazioni
Università di Milano-Bicocca

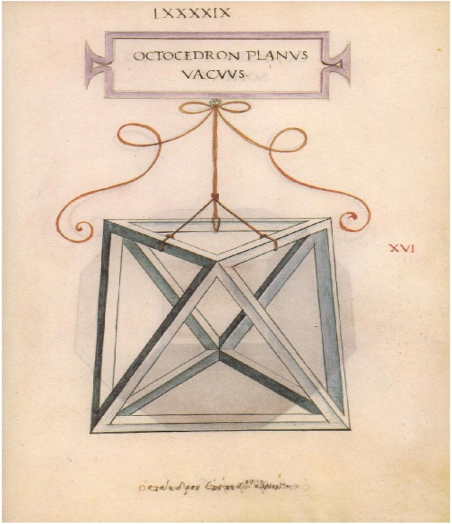
Quali corsi?

- Storia della Matematica
  (L. Colzani)
- Matematica Elementare
  (G. Travaglini)
- Didattica della Matematica
  (DL. Ferrario (1° mod) & M. Cazzola (2° mod))
- Preparazione di Esperienze Didattiche
  (F. De Guio)

STORIA DELLA MATEMATICA



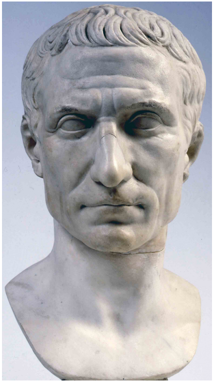
Il logo della Biccocca si ispira ad una illustrazione nel *De divina proportione*. Chi è l'autore del trattato ? E di chi è il disegno ?



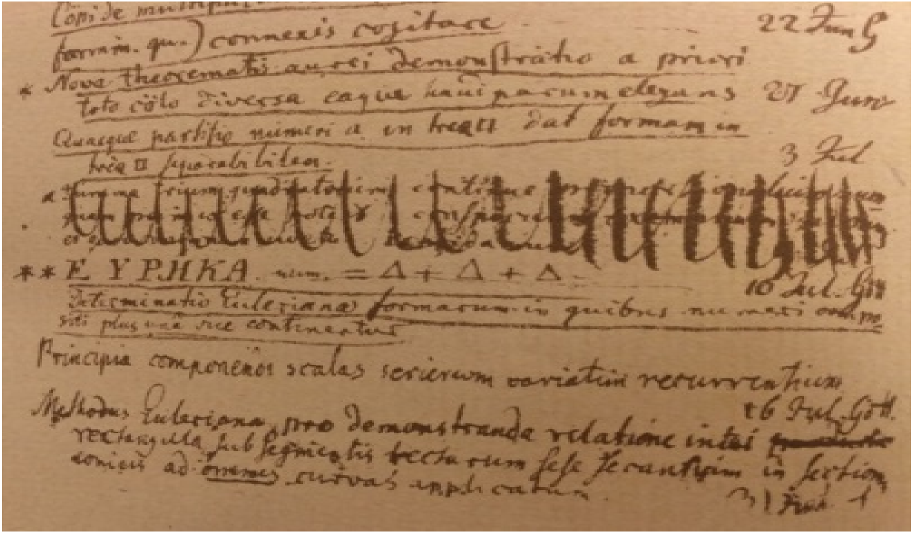
Dove si trova questo affresco ? Chi lo ha dipinto ?
Chi sono i personaggi ? Quali sono i matematici ?

Chi sono costoro ? Cosa hanno in comune ?

Che significato ha la frazione $365 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{7 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{3}}}}$?



Chi ha scritto e cosa significa **EYPHKA** $Num = \Delta + \Delta + \Delta$?


** EYPHKA num. = Δ + Δ + Δ 10 Jul. Gött.

Per una risposta a queste domande, e per tutto quello che avreste sempre voluto sapere, ma non avete mai osato chiedere, si consiglia il corso di Storia della Matematica !

(1) Luca Pacioli e Leonardo da Vinci.

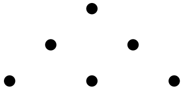
(2) Scuola di Atene di Raffaello Sanzio.

(3) Calendario giuliano (46 a.C.): $\text{anno} = 365 + \dfrac{1}{4}$ giorni.

Calendario gregoriano (1582 d.C.): $\text{anno} = 365 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{7 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{3}}}}$ giorni.

(4) Diari di Gauss (10 Luglio 1796): ΕΥΡΗΚΑ

Ogni numero è somma di tre numeri triangolari.



Programma del corso di Storia della Matematica: Numeri Interi, Razionali, Algebrici, Trascendenti

L'argomento del corso sono i numeri. Il corso è più matematica che storia. Quanto enunciato viene anche dimostrato. In particolare nel corso vengono enunciati, commentati e dimostrati dei grossi risultati che hanno fatto la storia della Matematica:

(1) quadratura del cerchio e dell'iperbole e trascendenza dei numeri pigreco ed e,

(2) risolubilità con radicali di equazioni algebriche fino al quarto grado, e non risolubilità di equazioni di grado superiore al quarto,

(3) distribuzione asintotica dei numeri primi.

I prerequisiti sono un certo interesse per la storia, e la matematica della laurea triennale. Le dimostrazioni di alcuni risultati richiedono un po' di analisi complessa, ma è un prerequisito colmabile durante il corso.

Non ci sono particolari sovrapposizioni con altri corsi della magistrale.

Primo capitolo del corso di Storia della Matematica: Numeri trascendenti, quadratura di cerchio e iperbole

Calcolo numerico di pigreco (Archimede, Newton). Numeri razionali e irrazionali, algebrici e trascendenti (Pitagora, Liouville, Cantor). Numeri costruibili con riga e compasso (Euclide, Cartesio, Gauss). Irrazionalità e trascendenza di e (Eulero, Hermite), e pigreco (Lambert, Lindemann).

Secondo capitolo del corso di Storia della Matematica: Numeri algebrici ed equazioni algebriche

Teorema fondamentale dell'algebra (d'Alembert, Gauss). Equazioni di primo, secondo, terzo e quarto grado (Tartaglia, Cardano, Ferrari, Lagrange). Equazioni di quinto grado (Ruffini, Abel, Galois).

Terzo capitolo del corso di Storia della Matematica: Numeri interi, numeri primi, equazioni diofantee

Equazioni diofantee (Archimede, Diofanto, Fermat, Eulero). Teorema fondamentale dell'aritmetica (Euclide, Gauss). Esistenza di infiniti primi (Euclide, Eulero). Primi in progressioni aritmetiche (Dirichlet). Distribuzione dei numeri primi (Riemann, Hadamard, de la Vallée Poussin).

Parte integrante del corso e dell'esame sono i seminari degli studenti

Archimede *Sul cilindro e la sfera*.
Pappo *Mathematicae collectiones*.
Ferrari & **Tartaglia** *Cartelli di matematica disfida*.
Huygens *Horologium oscillatorium*.
Eulero *De fractionibus continuis dissertatio*.
Gauss *Berechnung des Osterfestes*.
Cauchy *Sur les polygones et les polyédres*.
Abel *Recherches sur la série* $1 + \frac{mx}{1} + \frac{m(m-1)x^2}{1 \cdot 2} + \frac{m(m-1)(m-2)x^3}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \dots$
Dirichlet *Über die Bestimmung der mittleren Werthe in der Zahlentheorie*.
Riemann *Fondamenti di una teorica generale delle funzioni di una variabile complessa*.
Chebyshev *Sur la totalité des nombres premiers inférieurs à une limite donnée*.
Cayley *On countor and slope lines* & **Maxwell** *On hills and dales*.
Borel *Les probabilités dénombrables et leurs applications arithmetiques*.

MATEMATICA ELEMENTARE

Docente: *G. Travaglini*
giancarlo.travaglini@unimib.it

Dipartimento di Matematica e Applicazioni

LAUREA MAGISTRALE IN MATEMATICA
2021-22, II SEMESTRE

È un corso elementare di Teoria dei Numeri e Geometria, con attenzione agli aspetti didattici e ai collegamenti con altri argomenti della Matematica.

Prerequisiti: i primi due anni della laurea triennale in Matematica.

Programma sintetico

1. Poliedri, teorema di Minkowski-Weyl e programmazione lineare.
2. Paradosso di Simpson, approssimazione diofantea e teorema di Hurwitz.
3. Problema delle monete, partizioni, funzioni generatrici e teorema di Schur.
4. Terne pitagoriche, geometria dei numeri e teorema di Lagrange.
5. Legge di Benford, teoria di Weyl e teorema di Borel.
6. Somme di Riemann, formula di Eulero-Maclaurin e metodo Monte Carlo.

   Appendice. Linguaggio matematico e studio della Matematica.

Ogni capitolo è diviso in due parti:
la Parte A consiste di un seminario che può essere rivolto ad una classe quarta o quinta della Scuola Superiore;
la Parte B è un approfondimento adeguato al livello di una Laurea Magistrale in Matematica.

Bibliografia.

1) M. Beck, S. Robins, *Computing the continuous discretely. Integer-point enumeration in polyhedra.* Springer (2015).
2) M. Bramanti, G. Travaglini, *Studying Mathematics: The Beauty, the Toil and the Method*, Springer (2018).
3) L. Kuipers, H. Niederreiter, Uniform distribution of sequences, Dover (2006).
4) J. Sally, P. Sally, *Roots to research. A vertical development of mathematical problems.* Amer. Math. Soc. (2007).
5) G. Travaglini, *Number Theory, Fourier Analysis and Geometric Discrepancy*, Cambridge Univ. Press (2014).
6) Appunti del docente, disponibili sulla pagina e-learning.

Parte A.
Dovete scegliere un ristorante e - ragionevolmente - decidete di tenere conto dei giudizi espressi in rete. Le alternative sono il "Ristorante Chiara" e il "Ristorante Simone". Entrambi hanno avuto 40 recensioni, e i giudizi favorevoli sono riportati nella tabella seguente.

	Ristorante Chiara	Ristorante Simone
giudizi favorevoli degli uomini	$18/36 = 50\%$	$5/15 = 33,333\cdots\%$
giudizi favorevoli delle donne	$4/4 = 100\%$	$20/25 = 80\%$

Quindi il Ristorante Chiara ottiene percentuali di giudizi più favorevoli sia tra gli uomini sia tra le donne.
Se però consideriamo il "dato aggregato", cioè sommiamo i giudizi favorevoli ($18 + 4$ su 40 per Chiara e $5 + 20$ su 40 per Simone) otteniamo

	Ristorante Chiara	Ristorante Simone
giudizi favorevoli di tutti i clienti	$22/40 = 55\%$	$25/40 = 62,5\%$

Dunque, considerando i giudizi di tutti i clienti, vince Simone.

<u>È tutto corretto</u>, ma siamo entrati nel *Paradosso di Simpson*.

ParteB.

Il paradosso è legato a questa operazione tra frazioni, chiamata *Media di Farey*:

$$\left(\frac{18}{36}, \frac{4}{4}\right) \longmapsto \frac{18+4}{36+4}\,.$$

La media di Farey è utile nello studio delle "frazioni semplificate" (ad esempio vediamo nella tabella che $4/7$ è la media di Farey di $1/2$ e $3/5$):

$\frac{0}{1}$																		$\frac{1}{1}$
$\frac{0}{1}$									$\frac{1}{2}$									$\frac{1}{1}$
$\frac{0}{1}$						$\frac{1}{3}$			$\frac{1}{2}$			$\frac{2}{3}$						$\frac{1}{1}$
$\frac{0}{1}$				$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{3}$			$\frac{1}{2}$			$\frac{2}{3}$		$\frac{3}{4}$				$\frac{1}{1}$
$\frac{0}{1}$			$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{5}$		$\frac{1}{2}$		$\frac{3}{5}$	$\frac{2}{3}$		$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{5}$			$\frac{1}{1}$
$\frac{0}{1}$		$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{5}$		$\frac{1}{2}$		$\frac{3}{5}$	$\frac{2}{3}$		$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{5}{6}$		$\frac{1}{1}$
$\frac{0}{1}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{5}{7}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{6}{7}$	$\frac{1}{1}$

$4/7$ è la frazione con minor denominatore tra quelle comprese tra $1/2$ e $3/5$, e questo è un fatto generale, importante nell'approssimazione diofantea (cioè nello studio della approssimazione dei numeri reali attraverso i numeri razionali).

In questo e in altri capitoli vedremo risultati di Teoria dei Numeri dimostrati attraverso argomenti geometrici.

Dalle proprietà delle medie di Farey dedurremo il teorema di Hurwitz, che è il miglior raffinamento possibile del teorema di approssimazione di Dirichlet.

Teorema (Hurwitz)

Per ogni numero irrazionale α esistono infiniti interi positivi n, p tali che

$$\left|\alpha - \frac{p}{n}\right| < \frac{1}{\sqrt{5}\ n^2} \ . \tag{1}$$

Didattica della Matematica: 1° Modulo

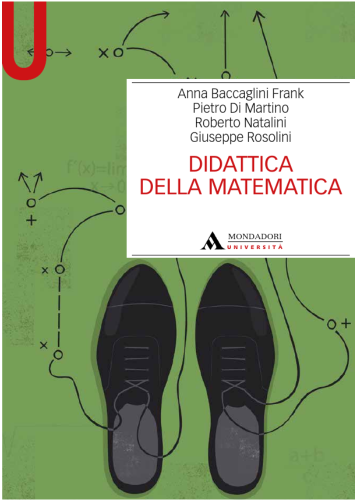
D.L. Ferrario

<davide.ferrario@unimib.it>

1. Obiettivi (modulo monografico)

- Costruire strumenti teorici e riflessioni critiche relative ai metodi e alle teorie relative all'apprendimento e insegnamento della matematica.
- Essere in grado di acquisire e sperimentare autonomamente metodologie, tecnologie e materiali sviluppati e sperimentati negli anni nella ricerca in didattica della matematica.

Prerequisiti: Buone e approfondite conoscenze dei metodi e dei contenuti della matematica di base, specie quella oggetto di insegnamento nella scuola secondaria.



2. Quindi? Concretamente?

- Il modulo è una introduzione ai
  - metodi,
  - contenuti,
  - sviluppo storico e
  - quadri teorici

  utili in particolare per l'insegnamento della matematica a livello di scuola secondaria.
- Modalità di verifica: discussione orale su "progetti" (microlezione e relazione).
- Utile per chi si vuole avvicinare all'insegnamento della matematica, e/o per chi è interessato/a alla professione dell'insegnante.

3. Esame

Esame integrato primo e secondo modulo (*vedi prossime diapo*)

$$\int_{t_0}^{t_1} |\boldsymbol{m}_1(t)| + |\boldsymbol{m}_2(t)| \, dt$$

☞ Grazie per l'attenzione! ☜

Didattica della matematica (secondo modulo)

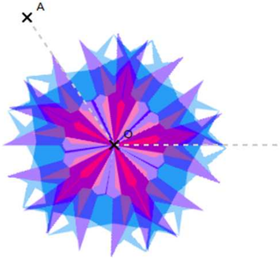
Marina Cazzola (marina.cazzola@unimib.it)

Non si impara matematica se non si fa matematica!

Il corso analizzerà la modalità didattica del laboratorio, momento in cui i discenti sono impegnati in prima persona nella risoluzione di problemi.

Si illustreranno in modo pratico le strategie a disposizione del docente per rendere efficace l'apprendimento e si presenteranno esempi di attività *per problemi* sperimentate a livello di scuola secondaria di primo e secondo grado.

Strumenti multimediali



Verranno illustrati e analizzati alcuni strumenti multimediali per la comunicazione e l'insegnamento della matematica.

Si analizzeranno le potenzialità didattiche di questi strumenti, soprattutto in funzione della realizzazione di una didattica a distanza.