

Analisi Matematica

Presentazione degli insegnamenti di Analisi Matematica

Corso di Laurea Magistrale in Matematica

Università di Milano – Bicocca

a.a. 2021 – 2022

Open day laurea magistrale 2021, 24 maggio 2021

I semestre

Analisi Funzionale

Analisi Superiore

II semestre

Analisi Armonica

Analisi Geometrica

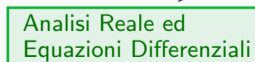
Analisi Reale ed
Equazioni Differenziali

Equazioni alle
Derivate Parziali

I semestre



II semestre



Analisi Funzionale

Periodo: I semestre

Docente: Stefano Pigola



*... ciò ha creato, da un lato, un certo bagaglio di teorie, dall'altro, una specie d'intuizione spaziale generale, per cui il matematico di talento, ad un certo punto, vede questi **spazi ad infinite dimensioni** con la stessa naturalezza ed in modo abbastanza simile a quello con cui il matematico classico vedeva le figure del piano e dello spazio ordinario.*

E. De Giorgi, "Sviluppi dell'analisi funzionale nel Novecento"



Periodo: I semestre

Docente: Stefano Pigola



Programma

- Separabilità di L^p e densità di spazi di funzioni continue.
- Compattezza e non compattezza in spazi di Banach. Teoremi di Ascoli–Arzelà e di Riesz–Kolmogorov.
- Forma generale del Teorema di Hahn–Banach, convessità e separazione mediante iperpiani.
- Topologie deboli su spazi di Banach e sui loro duali: proprietà di compattezza della palla chiusa
- Teorema di Krein–Milman.
- Teorema di Stone–Weierstrass.
- Misure con segno e duale di $C_0(X)$.

Periodo: I semestre

Docente: Stefano Pigola



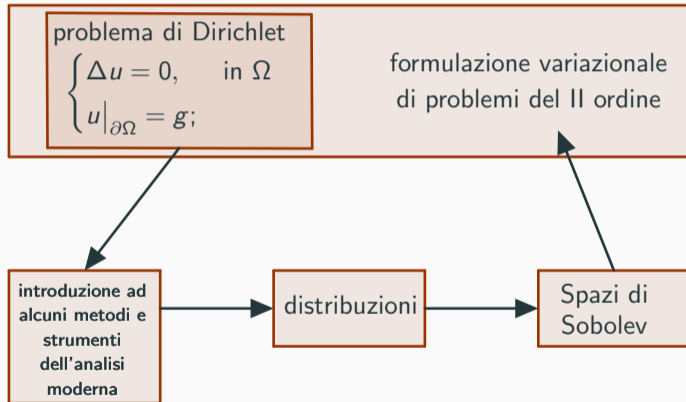
Testi di riferimento

- Haim Brezis. *Functional analysis, Sobolev spaces and partial differential equations*.
Universitext. Springer, New York, 2011
- Louis de Branges. The Stone-Weierstrass theorem.
Proc. Amer. Math. Soc., 10:822–824, 1959
- Walter Rudin. *Real and complex analysis*.
McGraw-Hill Book Co., New York, third edition, 1987
- Theo Bühler and Dietmar A. Salamon. *Functional analysis*,
volume 191 of *Graduate Studies in Mathematics*.
American Mathematical Society, Providence, RI, 2018

Analisi Superiore

Periodo: I semestre

Docenti: Veronica Felli
Stefano Meda



Periodo: I semestre

Docenti: Veronica Felli
Stefano Meda



Programma

I parte:

- Nozioni preliminari: convoluzione, teorema della divergenza e formule di Green, misure complesse;
- il problema di Dirichlet classico
$$\begin{cases} \Delta u = 0, & \text{in } \Omega \\ u|_{\partial\Omega} = g; \end{cases}$$
- dati L^p sul semispazio e convergenza al bordo;
- distribuzioni (funzioni generalizzate).

Periodo: I semestre

Docenti: Veronica Felli
Stefano Meda



Programma

Il parte:

- Spazi di Sobolev:
 - definizione e proprietà;
 - operatori di prolungamento e immersioni;
 - tracce.
- Problemi ellittici del secondo ordine:
 - Lemma di Lax-Milgram;
 - formulazione variazionale di problemi al contorno (Dirichlet/Neumann) per equazioni ellittiche del secondo ordine.

Periodo: I semestre

Docenti: Veronica Felli
Stefano Meda



Testi di riferimento

- Dispense dei docenti disponibili sulla pagina e-learning
- Alberto Bressan. *Lecture notes on functional analysis*, volume 143 of *Graduate Studies in Mathematics*.
American Mathematical Society, Providence, RI, 2013
- Haim Brezis. *Functional analysis, Sobolev spaces and partial differential equations*.
Universitext. Springer, New York, 2011
- Lawrence C. Evans. *Partial differential equations*, volume 19 of *Graduate Studies in Mathematics*.
American Mathematical Society, Providence, RI, second edition, 2010

Periodo: Il semestre

Docente: Stefano Meda



- Pagina e-learning del corso 2020/2021 [dispense del docente con ulteriori riferimenti bibliografici, programma dettagliato, videoregistrazione integrale del corso]
- Corso introduttivo all'Analisi armonica [prerequisiti: spazi di Hilbert, spazi L^p], con "contaminazioni" musicali [non è richiesta alcuna conoscenza pregressa di teoria musicale] e applicazioni alla Teoria del segnale

Analisi Armonica

Periodo: Il semestre

Docente: Stefano Meda



Perché il nostro orecchio distingue un violino da un pianoforte che emettono la "medesima nota" con la medesima intensità?

I - SERIE DI FOURIER

II - TRASF. DI FOURIER

Perché è possibile ascoltare musica nel nostro mondo tridimensionale, mentre non sarebbe possibile in un "mondo bidimensionale"?

Quali sono le idee matematiche fondamentali che rendono possibile la digitalizzazione di un segnale (ad esempio acustico)?

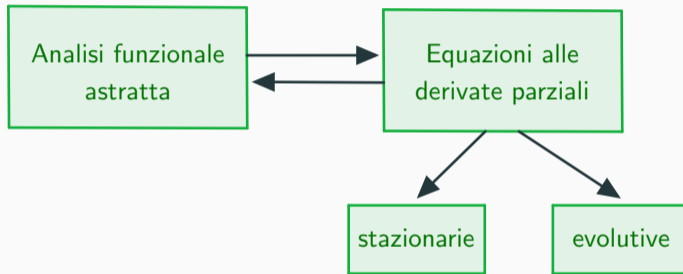
III - INTROD. ALLA
TEORIA DEL SEGNALE

Analisi Reale ed Equazioni Differenziali

Periodo: Il semestre

Docenti: Veronica Felli

Graziano Guerra



Analisi Reale ed Equazioni Differenziali

Periodo: Il semestre

Docenti: Veronica Felli
Graziano Guerra



Programma

I parte: la prima parte del corso riguarderà lo studio di equazioni alle derivate parziali di tipo ellittico e della corrispondente teoria spettrale.

- Equazioni ellittiche del secondo ordine: teoria della regolarità, principi del massimo.
- Teoria spettrale: operatori aggiunti, autoaggiunti, compatti, spettro. Spettro di un operatore compatto. Teorema di decomposizione spettrale per operatori compatti autoaggiunti. Teorema dell'alternativa di Fredholm.
- Autovalori e autofunzioni del Laplaciano.

Analisi Reale ed Equazioni Differenziali

Periodo: Il semestre

Docenti: Veronica Felli
Graziano Guerra



Programma

Il parte: la seconda parte del corso verterà sull'introduzione di vari metodi finalizzati allo studio delle equazioni alle derivate parziali lineari di evoluzione.

- Equazione del trasporto, sistemi di equazioni iperboliche lineari a coefficienti costanti e metodo delle caratteristiche.
- Equazione del calore e metodo della soluzione fondamentale.
- Integrale di Bochner.
- Equazioni paraboliche del secondo ordine: stime dell'energia, metodo di Galerkin e principi del massimo debole e forte.
- Equazioni paraboliche semilineari e metodo del punto fisso di Banach.

Periodo: Il semestre

Docenti: Veronica Felli
Graziano Guerra



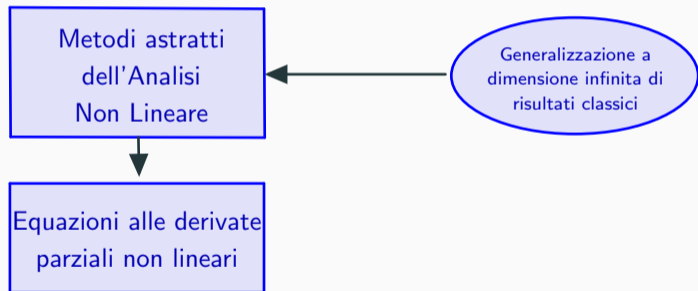
Testi di riferimento

- Alberto Bressan. *Hyperbolic systems of conservation laws: the one-dimensional Cauchy problem*, volume 20 of *Oxford Lecture Series in Mathematics and its Applications*.
Oxford University Press, Oxford, 2000
- Alberto Bressan. *Lecture notes on functional analysis*, volume 143 of *Graduate Studies in Mathematics*.
American Mathematical Society, Providence, RI, 2013
- Haim Brezis. *Functional analysis, Sobolev spaces and partial differential equations*.
Universitext. Springer, New York, 2011
- Lawrence C. Evans. *Partial differential equations*, volume 19 of *Graduate Studies in Mathematics*.
American Mathematical Society, Providence, RI, second edition, 2010

Equazioni alle derivate parziali

Periodo: Il semestre

Docente: Simone Secchi



Equazioni alle derivate parziali

Periodo: Il semestre

Docente: Simone Secchi



Programma

Il corso si propone di

- presentare le principali tecniche per l'analisi e la risoluzione di alcune classi di equazioni differenziali alle derivate parziali;
- introdurre alcuni strumenti di Analisi Non Lineare:
 - teoremi di punto fisso
 - metodi approssimati ed iterativi
 - metodi di ottimizzazione
 - teoremi di punto critico;
- applicare questi strumenti a modelli di equazioni differenziali non lineari, prevalentemente di tipo ellittico.

Equazioni alle derivate parziali

Periodo: Il semestre

Docente: Simone Secchi



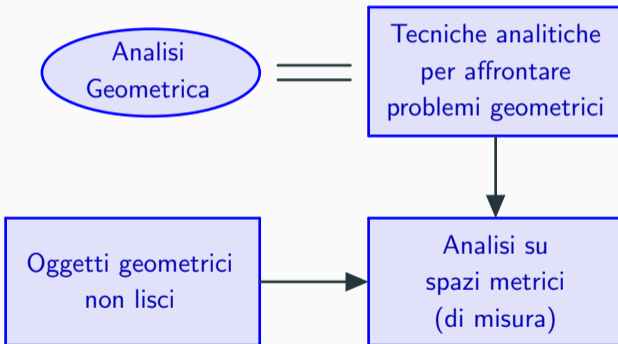
Testi di riferimento

- Hervé Le Dret. *Nonlinear elliptic partial differential equations*. **Universitext. Springer, Cham, 2018**
- Lawrence C. Evans. *Partial differential equations*, volume 19 of *Graduate Studies in Mathematics*. **American Mathematical Society, Providence, RI, second edition, 2010**

Analisi Geometrica

Periodo: Il semestre

Docente: Giona Veronelli



Periodo: Il semestre

Docente: Giona Veronelli



Programma

I. Spazi metrici e curvatura

- spazi metrici di lunghezza e geodetici
- curvatura positiva/negativa secondo Alexandrov
- qualche proprietà degli spazi con curvatura positiva

II. Calcolo differenziale su spazi metrici di misura

- nozioni deboli di gradiente
- disuguaglianza di Poincaré e sue conseguenze
- funzioni Lipschitziane e spazi di Sobolev

Periodo: Il semestre

Docente: Giona Veronelli



Testi di riferimento

- Dmitri Burago, Yuri Burago, and Sergei Ivanov. *A course in metric geometry*, volume 33 of *Graduate Studies in Mathematics*.
American Mathematical Society, Providence, RI, 2001
- Juha Heinonen. *Lectures on analysis on metric spaces*.
Universitext. Springer-Verlag, New York, 2001
- Piotr Hajłasz and Pekka Koskela. Sobolev met Poincaré.
Mem. Amer. Math. Soc., 145(688):x+101, 2000

Argomenti di ricerca collegati/possibili argomenti di tesi

Analisi Geometrica e Analisi Globale:

dall'unione tra Analisi (disuguaglianze integrali ed EDP) e Geometria delle Varietà Riemanniane lisce (con un accento sulla geometria delle sottovarietà) e singolari (spazi metrici di misura)

Metodi
variazionali e topologici
per EDP non lineari di tipo ellittico

Analisi qualitativa delle
soluzioni di EDP non lineari.

Operatori di tipo
frazionario

Equazioni di Eulero

per la termodinamica dei fluidi

Limiti singolari parabolico/iperbolico

Sistemi di leggi di conservazione

Sistemi con perdita
di iperbolicità

Equazioni alle derivate
parziali di tipo ellittico:

Principi di continuazione unica

Teoria spettrale

Analisi armonica
su gruppi di Lie e varietà
Analisi spettrale di Laplaciani

Analisi armonica su $SL(2, \mathbb{R})$

Fenomeno di Kunze-Stein

Regolarità per l'equazione delle onde

Trasformate di Riesz su varietà