

Matematica – Esame

Giuseppe Vittucci Marzetti*

Dipartimento di Sociologia e Ricerca Sociale
Università degli Studi di Milano-Bicocca
Corso di Laurea in Scienze dell'Organizzazione

18 Settembre 2019

Istruzioni: L'esame dura 90 minuti. Scrivi in modo leggibile e conciso.

Indica chiaramente all'inizio di ciascuna risposta la domanda/sezione a cui la risposta si riferisce. Ogni parte assegna da 0 (nessuna risposta o risposta completamente errata) ad un massimo di punti indicato a lato di ciascuna (risposta esatta e concisa) per un totale di max 30 punti.

Puoi utilizzare solo i fogli protocollo consegnati durante lo svolgimento della prova.

Al termine della prova devi riconsegnare *tutti e solo* i fogli ricevuti.

Immediatamente dopo la consegna, su ciascun foglio protocollo scrivi in modo chiaro e leggibile a penna indelebile il tuo nome, cognome e numero di matricola.

I fogli recanti una qualsiasi correzione o cancellazione nei dati identificativi dello studente non verranno valutati a meno di non richiederne l'immediata sostituzione.

1. *Esercizio.* Sia data la seguente funzione reale di variabile reale $f : \mathcal{R} \mapsto \mathcal{R}$.

$$f(x) = \sqrt{2x} - x^2$$

- (a) (1 punto) Determina l'*insieme di definizione* (o *campo di esistenza*) della funzione.
- (b) (3 punti) Determina le *intersezioni con gli assi* e il *segno della funzione*, $f(x) \geq 0$.
- (c) (2 punti) Calcola i *limiti* di $f(x)$ per $x \rightarrow +\infty$ e $x \rightarrow -\infty$.
- (d) (2 punti) Calcola la *derivata prima* e determina i valori per cui $f(x)$ è *crescente/decrescente* studiando il segno di questa derivata.
- (e) (2 punti) Determina la *concavità/convessità* di $f(x)$.
- (f) (2 punti) Disegna i *grafici* delle funzioni:

$$g(x) = \sqrt{2x}$$

$$h(x) = x^2$$

$$f(x) = \sqrt{2x} - x^2$$

nello stesso piano cartesiano.

*Dipartimento di Sociologia e Ricerca Sociale, Università degli Studi di Milano-Bicocca, Via Bicocca degli Arcimboldi 8, Milano, MI 20126, Italy, E-mail: giuseppe.vittucci@unimib.it

2. *Problema.* Supponi di avere dieci amici stretti e di dover scegliere tra questi le persone da invitare al tuo compleanno.
- (a) (2 punti) Supponendo di voler invitare almeno due amici, qual è il numero delle opzioni che hai di fronte?
 - (b) (2 punti) Supponi di voler invitare almeno due amici ma, avendo la casa piccola, non puoi invitare più di otto amici. Qual è il numero delle opzioni che hai di fronte in tal caso?
3. *Problema:*
- (a) (2 punti) Il vestito che desideri è venduto a 160 euro. Un amico ti dice che il prezzo è aumentato del 28% rispetto a 8 anni fa. Qual era il prezzo del vestito 8 anni fa?
 - (b) (3 punti) Supponendo che ogni anno il prezzo del vestito sia aumentato di una percentuale costante, qual è stato il tasso di crescita annuale del prezzo?
 - (c) (3 punti) Supponi che il prezzo sia sempre aumentato (e continuerà ad aumentare) del 4% ogni anno. Quanti anni sono necessari perché il prezzo del vestito quadruplichi? Quanti anni fa il prezzo era circa un quarto del prezzo attuale?
 - (d) (3 punti) Supponi che il prezzo attuale sia pari a 100 e che il prezzo sia sempre aumentato e continuerà ad aumentare del 4% ogni anno. Disegna un grafico qualitativo del prezzo del vestito p in funzione degli anni trascorsi t rispetto al periodo attuale.
 - (e) (3 punti) Disegna il grafico di cui al punto precedente in *scala logaritmica*: sull'asse delle ordinate, invece di rappresentare il prezzo p , rappresenta il logaritmo naturale del prezzo, $\ln p$. Come cambia la forma del grafico?

Esercizio/Problema:	1	2	3	Totale
Punti:	12	4	14	30
Punteggio:				