

Matematica – Esame

Giuseppe Vittucci Marzetti*

Dipartimento di Sociologia e Ricerca Sociale
Università degli Studi di Milano-Bicocca
Corso di Laurea in Scienze dell'Organizzazione

12 Gennaio 2021

Istruzioni: L'esame dura 90 minuti. Scrivi in modo leggibile e conciso. Indica chiaramente all'inizio di ciascuna risposta la domanda/sezione a cui la risposta si riferisce. Ogni parte assegna da 0 (nessuna risposta o risposta completamente errata) ad un massimo di punti indicato a lato di ciascuna (risposta esatta e concisa) per un totale di max 30 punti.

1. *Esercizio.* Sia data la seguente funzione reale di variabile reale $f : \mathcal{R} \mapsto \mathcal{R}$

$$f(x) = \frac{e^x}{x}$$

dove e è il numero di Nepero.

- (a) (2 punti) Determina l'*insieme di definizione* (o *campo di esistenza*) della funzione f .
- (b) (3 punti) Indicando con A l'insieme di definizione di f individuato al punto precedente, determina: i) l'insieme dei *punti interni* di A ; ii) l'insieme dei *punti esterni* di A ; iii) l'insieme dei *punti di frontiera* di A ; iv) l'insieme derivato di A (l'insieme dei *punti di accumulazione* di A). Stabilisci se A è un insieme *aperto*, *chiuso* o né aperto né chiuso.
- (c) (3 punti) Determina il *segno della funzione* nel campo di esistenza ($f(x) \geq 0$) e le eventuali *intersezioni con gli assi*.
- (d) (3 punti) Calcola i limiti per $x \rightarrow +\infty$ e $x \rightarrow -\infty$ e determina gli eventuali *asintoti orizzontali* (destra, sinistra o bilaterale).
- (e) (3 punti) Stabilisci se $f(x)$ è continua nell'insieme dei numeri reali e, nel caso non sia continua in uno o più punti, determina la specie di tali punti di discontinuità.
- (f) (2 punti) Determina gli eventuali *asintoti verticali*.
- (g) (3 punti) Calcola la *derivata prima* $f'(x)$ e determina i valori per cui $f(x)$ è *crescente/decrescente* e gli eventuali *punti stazionari* studiando il segno di questa derivata.
- (h) (3 punti) Calcola la *derivata seconda* $f''(x)$ e determina la *concavità/convessità* di $f(x)$ studiando il segno di tale derivata.
- (i) (3 punti) Disegna il *grafico* della funzione $f(x)$.

*Dipartimento di Sociologia e Ricerca Sociale, Università degli Studi di Milano-Bicocca, Via Bicocca degli Arcimboldi 8, Milano, MI 20126, Italy, E-mail: giuseppe.vittucci@unimib.it

2. *Problema:* Vuoi entrare nell'account Instagram di Paola Bianchi, una tua amica, e sai di per certo che utilizza una password di 8 caratteri (hai contato i suoni emessi dalla tastiera mentre la digitava sul suo smartphone). Una volta ti ha confidato che, per ricordare meglio le password, lei utilizza per crearle solo le lettere che costituiscono le iniziali del suo nome e del suo cognome e le cifre che compaiono nella sua data di nascita, e sai che è nata il 5/5/2002. Ricordando che Instagram usa un sistema di password case-sensitive (sensibile alle maiuscole) e che la password potrebbe essere composta anche di lettere e/o cifre ripetute:
- (a) (3 punti) quanti tentativi al massimo pensi di dover fare per riuscire ad entrare nel suo account?
- (b) (2 punti) qual è la probabilità di individuare la password corretta entro i primi 1000 tentativi?

Esercizio/Problema:	1	2	Totale
Punti:	25	5	30
Punteggio:			