

# Matematica – Esame

Giuseppe Vittucci Marzetti\*

Dipartimento di Sociologia e Ricerca Sociale  
Università degli Studi di Milano-Bicocca  
Corso di Laurea in Scienze dell'Organizzazione

7 Luglio 2021

**Istruzioni:** L'esame dura 90 minuti. Scrivi in modo leggibile e conciso.

Indica chiaramente all'inizio di ciascuna risposta la domanda/sezione a cui la risposta si riferisce. Ogni parte assegna da 0 (nessuna risposta o risposta completamente errata) ad un massimo di punti indicato a lato di ciascuna (risposta esatta e concisa) per un totale di max 30 punti.

1. *Esercizio.* Sia data la seguente funzione reale di variabile reale  $f : \mathcal{R} \mapsto \mathcal{R}$ :

$$f(x) = \frac{\sqrt{x} - 1}{x^2}$$

- (a) (2 punti) Determina l'*insieme di definizione* (o *campo di esistenza*) della funzione  $f$ .
- (b) (2 punti) Indicando con  $A$  l'insieme di definizione di  $f$  individuato al punto precedente, determina: i) l'insieme dei *punti interni* di  $A$ ; ii) l'insieme dei *punti esterni* di  $A$ ; iii) l'insieme dei *punti di frontiera* di  $A$ ; iv) l'*insieme complementare* di  $A$ ; v) l'*insieme derivato* di  $A$ . Inoltre stabilisci se l'insieme complementare di  $A$  è un insieme *aperto*, *chiuso* o né aperto né chiuso.
- (c) (2 punti) Identifica le eventuali simmetrie (funzione *pari* o *dispari*).
- (d) (3 punti) Determina il *segno della funzione*  $f$  ( $f(x) \geq 0$ ) nel campo di esistenza e le eventuali *intersezioni con gli assi*.
- (e) (2 punti) Determina gli eventuali *asintoti verticali*.
- (f) (2 punti) Calcola i limiti di  $f(x)$  per  $x \rightarrow +\infty$  e  $x \rightarrow -\infty$  e determina gli eventuali *asintoti orizzontali*.
- (g) (3 punti) Calcola la *derivata prima*  $f'(x)$  e determina i valori per cui  $f(x)$  è *crescente/decrescente* e gli eventuali *punti stazionari* studiando il segno di questa derivata.
- (h) (3 punti) Calcola la *derivata seconda*  $f''(x)$  e determina la *concavità/convessità* di  $f(x)$  e gli eventuali *punti di flesso*, studiando il segno di tale derivata.
- (i) (3 punti) Disegna il *grafico* della funzione  $f(x)$ .

---

\*Dipartimento di Sociologia e Ricerca Sociale, Università degli Studi di Milano-Bicocca, Via Bicocca degli Arcimboldi 8, Milano, MI 20126, Italy, E-mail: giuseppe.vittucci@unimib.it

2. (3 punti) *Problema.* In alcuni Paesi gli uffici statistici, quando riportano i tassi di variazione mensili o trimestrali di una determinata variabile (es., gli occupati, il livello dei prezzi, il PIL, ecc.), “annualizzano” il dato. Nel processo di annualizzazione i tassi di variazione vengono modificati per riflettere il livello che la variabile avrebbe se variasse in ogni periodo dello stesso tasso nel corso dell’anno.

Se ad esempio i prezzi nel primo trimestre dell’anno nel Paese sono aumentati del 3,5%, qual è il corrispondente tasso annualizzato?

*Suggerimento:* Per calcolarlo devi: i) considerare che in un anno ci sono quattro trimestri; ii) calcolare il livello finale che la variabile avrebbe se variasse ogni trimestre allo stesso tasso; iii) calcolare la variazione percentuale che questo produrrebbe.

3. *Problema.* In un’urna ci sono 50 palline numerate da 1 a 50 e tu hai estratto (senza reinserimento) 5 palline. Due estrazioni sono diverse se e solo se contengono almeno un numero diverso. Sapendo questo, calcola:

- (a) (1 punto) il numero di possibili estrazioni.
- (b) (3 punti) il numero delle possibili estrazioni in cui 30 è il numero mediano, cioè il 30 compare nei cinque numeri estratti e, guardando ai restanti quattro numeri, due sono minori di 30 e due sono maggiori di 30.

*Suggerimento:* Rifletti su questo. Quanti sono i numeri minori di 30 nell’urna? Quante sono le possibili estrazioni di due di questi numeri? Quanti sono i numeri maggiori di 30 nell’urna? Quante sono le possibili estrazioni di due di questi numeri? Che cosa dice il principio del prodotto?

- (c) (1 punto) la probabilità che, ordinando i numeri estratti in senso crescente, il terzo numero risulti essere il 30.

Esercizio/Problema:	1	2	3	Totale
Punti:	22	3	5	30
Punteggio:				