

Matematica – Esame

Giuseppe Vittucci Marzetti*

Dipartimento di Sociologia e Ricerca Sociale
Università degli Studi di Milano-Bicocca
Corso di Laurea in Scienze dell'Organizzazione

20 Settembre 2021

Istruzioni: L'esame dura 90 minuti. Scrivi in modo leggibile e conciso.

Indica chiaramente all'inizio di ciascuna risposta la domanda/sezione a cui la risposta si riferisce. Ogni parte assegna da 0 (nessuna risposta o risposta completamente errata) ad un massimo di punti indicato a lato di ciascuna (risposta esatta e concisa) per un totale di max 30 punti.

Puoi utilizzare solo i fogli protocollo consegnati durante lo svolgimento della prova. Al termine della prova devi riconsegnare tutti e solo i fogli ricevuti.

Immediatamente dopo la consegna, su ciascun foglio protocollo scrivi in modo chiaro e leggibile a penna indelebile il tuo nome, cognome e numero di matricola. *I fogli recanti una qualsiasi correzione o cancellazione nei dati identificativi dello studente non verranno valutati a meno di non richiederne l'immediata sostituzione.*

1. *Esercizio.* Sia data la seguente funzione reale di variabile reale $f : \mathcal{R} \mapsto \mathcal{R}$:

$$f(x) = \sqrt{x} - \ln x$$

dove \ln è il logaritmo naturale (base e).

- (a) (2 punti) Determina l'*insieme di definizione* (o *campo di esistenza*) della funzione f .
- (b) (1 punto) Identifica le eventuali simmetrie (funzione *pari* o *dispari*).
- (c) (3 punti) Utilizzando il metodo grafico determina il *segno della funzione* f ($f(x) \geq 0$) nel campo di esistenza e le eventuali *intersezioni con gli assi*.
Suggerimento: Nota che f è la semplice differenza delle funzioni elementari \sqrt{x} e $\ln x$. Disegna il grafico delle due funzioni e rifletti sul fatto che: i) le due funzioni sono due funzioni continue strettamente crescenti nel relativo campo di esistenza; ii) per x che tende a $+\infty$ le due funzioni sono infinite, ma l'ordine di infinito della prima è maggiore di quello della seconda.
- (d) (2 punti) Determina gli eventuali *asintoti verticali*.
- (e) (2 punti) Calcola i limiti di $f(x)$ per $x \rightarrow +\infty$ e $x \rightarrow -\infty$ e determina gli eventuali *asintoti orizzontali*.

*Dipartimento di Sociologia e Ricerca Sociale, Università degli Studi di Milano-Bicocca, Via Bicocca degli Arcimboldi 8, Milano, MI 20126, Italy, E-mail: giuseppe.vittucci@unimib.it

- (f) (3 punti) Calcola la *derivata prima* $f'(x)$ e determina i valori per cui $f(x)$ è *crescente/decrecente* e gli eventuali *punti stazionari* studiando il segno di questa derivata.
- (g) (3 punti) Calcola la *derivata seconda* $f''(x)$ e determina la *concavità/convessità* di $f(x)$ e gli eventuali *punti di flesso*, studiando il segno di tale derivata.
- (h) (3 punti) Disegna il *grafico* della funzione $f(x)$.

2. *Problema.* In un locale servono i seguenti tipi di insalata:

- A. insalata, pomodorini, mozzarella;
 B. insalata, pomodorini, mozzarella, carciofini;
 C. insalata, rucola, pomodori secchi, olive, origano, mozzarella;
 D. insalata, rucola, fontina, funghi, noci;
 E. insalata, pomodorini, fontina, maionese.

Ognuna di queste può essere considerata un insieme di ingredienti.

- (a) (2 punti) Se lavori come cameriere in quel locale e un cliente ti chiede di servirti:

$$(B \cup C) \cap A \setminus E \setminus D$$

che cosa servi al cliente?

- (b) (1 punto) Determina la cardinalità dell'unione degli insiemi:

$$|A \cup B \cup C \cup D \cup E|$$

- (c) (2 punti) Se in aggiunta all'ingrediente caratterizzante, l'insalata stessa, che deve necessariamente essere presente, è possibile scegliere a piacere tra gli ingredienti presenti nel menù (anche scegliendoli tutti o non scegliendone nessuno), quanti tipi diversi di insalata è possibile ordinare in questo locale?
- (d) (1 punto) Alla luce di quanto sopra, sapendo che un tuo amico ha ordinato nel locale un'insalata, qual è la probabilità di indovinare l'insalata ordinata dal tuo amico al primo tentativo?
- (e) (2 punti) Come cambia la risposta al punto (d) se sai che il tuo amico odia tutti i formaggi, compresi quelli freschi?
3. (3 punti) *Problema.* In un paese il rapporto tra vaccinati e non vaccinati è pari a 7 (ci sono sette persone vaccinate per ogni persona non vaccinata). Dato che ogni persona può trovarsi solo in una delle due condizioni, conoscendo questo rapporto è possibile calcolare la percentuale di vaccinati sul totale delle persone residenti nel paese? Se sì, qual è questa percentuale?

Esercizio/Problema:	1	2	3	Totale
Punti:	19	8	3	30
Punteggio:				