

# Matematica – Esame

Giuseppe Vittucci Marzetti\*

Dipartimento di Sociologia e Ricerca Sociale  
Università degli Studi di Milano-Bicocca  
Corso di Laurea in Scienze dell'Organizzazione

19 Gennaio 2022

**Istruzioni:** L'esame dura 90 minuti. Scrivi in modo leggibile e conciso.

Indica chiaramente all'inizio di ciascuna risposta la domanda/sezione a cui la risposta si riferisce. Ogni parte assegna da 0 (nessuna risposta o risposta completamente errata) ad un massimo di punti indicato a lato di ciascuna (risposta esatta e concisa) per un totale di max 30 punti.

Puoi utilizzare solo i fogli protocollo consegnati durante lo svolgimento della prova. Al termine della prova devi riconsegnare tutti e solo i fogli ricevuti.

Immediatamente dopo la consegna, su ciascun foglio protocollo scrivi in modo chiaro e leggibile a penna indelebile il tuo nome, cognome e numero di matricola. *I fogli recanti una qualsiasi correzione o cancellazione nei dati identificativi dello studente non verranno valutati a meno di non richiederne l'immediata sostituzione.*

1. *Esercizio.* Sia data la seguente funzione reale di variabile reale  $f : \mathcal{R} \mapsto \mathcal{R}$ :

$$f(x) = \frac{\ln x}{x}$$

dove  $\ln$  è il logaritmo naturale (base  $e$ ).

- (a) (2 punti) Determina l'*insieme di definizione* (o *campo di esistenza*) della funzione  $f$ .
- (b) (3 punti) Determina il *segno della funzione*  $f$  ( $f(x) \geq 0$ ) nel campo di esistenza e le eventuali *intersezioni con gli assi*.
- (c) (2 punti) Determina gli eventuali *asintoti verticali*.
- (d) (2 punti) Calcola i limiti di  $f$  per  $x \rightarrow +\infty$  e  $x \rightarrow -\infty$  e determina gli eventuali *asintoti orizzontali*.
- (e) (3 punti) Calcola la *derivata prima*  $f'(x)$  e determina i valori per cui la funzione  $f$  è *crescente/decrescente* e gli eventuali *punti stazionari* studiando il segno di questa derivata.
- (f) (3 punti) Calcola la *derivata seconda*  $f''(x)$  e determina la *concavità/convessità* di  $f(x)$  e gli eventuali *punti di flesso*, studiando il segno di tale derivata.
- (g) (3 punti) Disegna il *grafico* della funzione  $f(x)$ .

---

\*Dipartimento di Sociologia e Ricerca Sociale, Università degli Studi di Milano-Bicocca, Via Bicocca degli Arcimboldi 8, Milano, MI 20126, Italy, E-mail: giuseppe.vittucci@unimib.it

2. *Problema.* Una maestra sta disponendo in fila tutti i suoi alunni:

{Anna, Barbara, Carlo, Dario, Emma, Franco, Giuseppe, Ilaria, Laura, Mauro}

- (a) (1 punto) Quante sono le possibili file che può formare?
- (b) (2 punti) Quante sono le possibili file che può formare in cui Anna è la quarta, dietro Carlo, Dario ed Emma e davanti Barbara, Franco, Giuseppe, Ilaria, Laura e Mauro?
- (c) (1 punto) Se la maestra sceglie a caso la disposizione degli alunni in fila, qual è la probabilità che Anna sia la quarta, dietro Carlo, Dario ed Emma e davanti Barbara, Franco, Giuseppe, Ilaria, Laura e Mauro?
3. (4 punti) *Esercizio.* Risolvi la seguente disequazione irrazionale con valore assoluto nell'insieme dei numeri reali:

$$|x + \sqrt{x^2 + 1} - 2| < 1$$

4. *Problema.* Considera un sistema economico in cui il prezzo  $p$  di un certo paniere di beni e servizi di consumo aumenta in modo costante del 6% ogni anno. Questo è esempio di un fenomeno chiamato *inflazione*.

- (a) (2 punti) Calcola la variazione percentuale del prezzo del paniere di beni e servizi di consumo dopo cinque anni.
- (b) (2 punti) In economia il salario reale è dato dal rapporto tra il salario nominale  $w$ , cioè il salario espresso in moneta (es. 2500 euro), in un dato momento e il prezzo  $p$  del paniere di beni e servizi di consumo nello stesso momento espresso nella stessa valuta (es. 100 euro). Il salario reale è calcolato quindi come  $w/p$  (es.  $2500/100 = 25$ , e questo numero indica che il salario equivale a 25 panieri).

Sapendo questo e assumendo che il salario nominale  $w$  rimanga costante nel tempo mentre il prezzo del paniere  $p$  aumenti del 6% ogni anno, calcola la variazione percentuale complessiva del salario reale dopo cinque anni rispetto al momento iniziale.

Esercizio/Problema:	1	2	3	4	Totale
Punti:	18	4	4	4	30
Punteggio:					