

Matematica – Esame

Giuseppe Vittucci Marzetti*

Dipartimento di Sociologia e Ricerca Sociale
Università degli Studi di Milano-Bicocca
Corso di Laurea in Scienze dell'Organizzazione

7 Febbraio 2022

Istruzioni: L'esame dura 90 minuti. Scrivi in modo leggibile e conciso.

Indica chiaramente all'inizio di ciascuna risposta la domanda/sezione a cui la risposta si riferisce. Ogni parte assegna da 0 (nessuna risposta o risposta completamente errata) ad un massimo di punti indicato a lato di ciascuna (risposta esatta e concisa) per un totale di max 30 punti.

Puoi utilizzare solo i fogli protocollo consegnati durante lo svolgimento della prova. Al termine della prova devi riconsegnare tutti e solo i fogli ricevuti.

Immediatamente dopo la consegna, su ciascun foglio protocollo scrivi in modo chiaro e leggibile a penna indelebile il tuo nome, cognome e numero di matricola. *I fogli recanti una qualsiasi correzione o cancellazione nei dati identificativi dello studente non verranno valutati a meno di non richiederne l'immediata sostituzione.*

1. *Esercizio.* Sia data la seguente funzione reale di variabile reale $f : \mathcal{R} \mapsto \mathcal{R}$:

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 4} - x$$

- (a) (2 punti) Determina l'*insieme di definizione* (o *campo di esistenza*) della funzione f .
- (b) (2 punti) Identifica le eventuali simmetrie (funzione *pari* o *dispari*).
- (c) (3 punti) Determina il *segno della funzione* f nel campo di esistenza e le eventuali *intersezioni con gli assi*.
- (d) (2 punti) Determina gli eventuali *asintoti verticali*.
- (e) (2 punti) Calcola i limiti di $f(x)$ per $x \rightarrow +\infty$ e $x \rightarrow -\infty$ e determina gli eventuali *asintoti orizzontali*.
- (f) (3 punti) Calcola la *derivata prima* $f'(x)$ e determina i valori per cui $f(x)$ è *crescente/decrescente* e gli eventuali *punti stazionari* studiando il segno di questa derivata.
- (g) (3 punti) Calcola la *derivata seconda* $f''(x)$ e determina la *concavità/convessità* di $f(x)$ e gli eventuali *punti di flesso*, studiando il segno di tale derivata.
- (h) (3 punti) Disegna il *grafico* della funzione $f(x)$.

*Dipartimento di Sociologia e Ricerca Sociale, Università degli Studi di Milano-Bicocca, Via Bicocca degli Arcimboldi 8, Milano, MI 20126, Italy, E-mail: giuseppe.vittucci@unimib.it

2. *Problema.* Stai organizzando un torneo di pallavolo in cui è prevista la partecipazione di trenta squadre e devi prenotare in anticipo il campo per tutto il torneo.
- (a) (2 punti) Quante partite è necessario organizzare, e quindi quante prenotazioni devi fare, per far sì che ognuna delle squadre partecipanti al torneo affronti ciascuna delle altre squadre esattamente una volta?
- (b) (2 punti) Supposto che è previsto un solo incontro il mercoledì sera di ogni settimana e che non ci sono vincoli rispetto all'ordine in cui i diversi incontri possono tenersi, quante possibilità hai di fronte quando decidi la calendarizzazione dei diversi incontri?
3. *Problema.* In finanza, il rapporto prezzo-utili (P/E, *Price/Earnings*) è il rapporto tra il prezzo di un'azione sul mercato e gli utili per azione. Così, ad esempio, se dal bilancio della società per azioni Sigma risulta un utile di 5.000 euro ed esistono 10.000 azioni di questa società, l'utile per azione è di 0,5 euro. Se il prezzo di un'azione della stessa società sul mercato è di 5 euro, il P/E per le azioni della società Sigma risulta pari a $5/0,5 = 10$.
- (a) (3 punti) Sapendo questo, se il prezzo dell'azione di una società aumenta ogni anno del 8%, mentre gli utili per azione della stessa società aumentano del 5% l'anno, dopo 10 anni qual è la variazione percentuale del P/E dell'azione rispetto al momento iniziale?
- (b) (3 punti) È possibile calcolare anche il rapporto prezzo-utili di un portafoglio (paniere) di azioni. Questo è dato dal rapporto tra il valore di mercato di questo portafoglio e gli utili complessivi collegati a queste azioni. Esempio: se ho un portafoglio composto da 100 azioni della società A ($n_A = 100$), con prezzo P_A pari a 10 euro, e 200 azioni della società B ($n_B = 200$), con prezzo P_B di 2 euro, e se gli utili per azione di A (E_A) sono pari a 1 euro mentre quelli di B (E_B) uguali a 0,1 euro, il P/E del mio portafoglio sarà:

$$\frac{n_A P_A + n_B P_B}{n_A E_A + n_B E_B} = \frac{100 \cdot 10 + 200 \cdot 2}{100 \cdot 1 + 200 \cdot 0,1} = \frac{1400}{120} \approx 11,7$$

Sapendo questo, assumi che il tuo portafoglio sia composto solo da azioni di due società. In particolare, ai prezzi attuali possiedi 1.000 euro di azioni della società C e 1.000 euro di azioni della società D. Se l'azione C ha un P/E di 12 e l'azione D un P/E di 60, qual è il P/E del tuo portafoglio?

Esercizio/Problema:	1	2	3	Totale
Punti:	20	4	6	30
Punteggio:				