

Matematica – Esame

Giuseppe Vittucci Marzetti*

Dipartimento di Sociologia e Ricerca Sociale
Università degli Studi di Milano-Bicocca
Corso di Laurea in Scienze dell'Organizzazione

8 Giugno 2022

Istruzioni: L'esame dura 90 minuti. Scrivi in modo leggibile e conciso.

Indica chiaramente all'inizio di ciascuna risposta la domanda/sezione a cui la risposta si riferisce. Ogni parte assegna da 0 (nessuna risposta o risposta completamente errata) ad un massimo di punti indicato a lato di ciascuna (risposta esatta e concisa) per un totale di max 30 punti.

Puoi utilizzare solo i fogli protocollo consegnati durante lo svolgimento della prova. Al termine della prova devi riconsegnare tutti e solo i fogli ricevuti.

Immediatamente dopo la consegna, su ciascun foglio protocollo scrivi in modo chiaro e leggibile a penna indelebile il tuo nome, cognome e numero di matricola. *I fogli recanti una qualsiasi correzione o cancellazione nei dati identificativi dello studente non verranno valutati a meno di non richiederne l'immediata sostituzione.*

1. *Esercizio.* Sia data la seguente funzione reale di variabile reale $f : \mathcal{R} \mapsto \mathcal{R}$:

$$f(x) = 100 \left(1 - \frac{1}{1 + \frac{x}{100}} \right)$$

- (a) (2 punti) Determina l'*insieme di definizione* (o *campo di esistenza*) della funzione f .
- (b) (2 punti) Indicando con A l'insieme di definizione di f individuato al punto precedente, determina: i) l'insieme dei *punti interni* di A ; ii) l'insieme dei *punti esterni* di A ; iii) l'insieme dei *punti di frontiera* di A ; iv) l'*insieme complementare* di A ; v) l'*insieme derivato* di A . Inoltre stabilisci se l'insieme complementare di A è un insieme *aperto*, *chiuso* o né aperto né chiuso.
- (c) (2 punti) Identifica le eventuali simmetrie (funzione *pari* o *dispari*).
- (d) (3 punti) Determina il *segno della funzione* f ($f(x) \geq 0$) nel campo di esistenza e le eventuali *intersezioni con gli assi*.
- (e) (2 punti) Determina gli eventuali *asintoti verticali*.
- (f) (2 punti) Calcola i limiti di $f(x)$ per $x \rightarrow +\infty$ e $x \rightarrow -\infty$ e determina gli eventuali *asintoti orizzontali*.

*Dipartimento di Sociologia e Ricerca Sociale, Università degli Studi di Milano-Bicocca, Via Bicocca degli Arcimboldi 8, Milano, MI 20126, Italy, E-mail: giuseppe.vittucci@unimib.it

- (g) (3 punti) Calcola la *derivata prima* $f'(x)$ e determina i valori per cui $f(x)$ è *crescente/decrescente* e gli eventuali *punti stazionari* studiando il segno di questa derivata.
- (h) (3 punti) Calcola la *derivata seconda* $f''(x)$ e determina la *concavità/convessità* di $f(x)$ e gli eventuali *punti di flesso*, studiando il segno di tale derivata.
- (i) (2 punti) Disegna il *grafico* della funzione $f(x)$.

2. *Problema.* Una newsletter a cui sei iscritto ti invia il seguente messaggio promozionale:

Siamo fuori di IVA! -22% di sconto su tutto in negozio e online, ma solo fino al 12/06.

Lo sconto applicato è in realtà diverso da quello necessario per azzerare l'IVA del 22% sui prodotti.

- (a) (2 punti) A quanto dovrebbe ammontare lo sconto in percentuale sul prezzo finale di vendita per azzerare l'IVA del 22% sui prodotti? Lo sconto applicato sui prodotti (22% di sconto sul prezzo finale di vendita) è quindi in realtà maggiore o minore di quello necessario per azzerare l'IVA?
- (b) (2 punti) Determina la funzione che associa ad ogni aliquota IVA t (es. 20%, 21%, ecc.) lo sconto in percentuale s che è necessario applicare per annullare l'IVA.
- (c) (2 punti) A quanto dovrebbe ammontare l'aliquota IVA perché uno sconto del 22% sul prezzo finale di vendita lo azzeri? Dovrebbe essere maggiore o minore del 22%?
3. (3 punti) *Problema.* La dama è un gioco da tavolo tradizionale per due giocatori. Ognuno dei due giocatori all'inizio del gioco ha a disposizione dodici pedine identiche dello stesso colore, bianco e nero. Quanti sono i modi diversi in cui è possibile ordinare tutte le pedine?

Esercizio/Problema:	1	2	3	Totale
Punti:	21	6	3	30
Punteggio:				