

Matematica – Esame

Giuseppe Vittucci Marzetti*

Dipartimento di Sociologia e Ricerca Sociale
Università degli Studi di Milano-Bicocca
Corso di Laurea in Scienze dell'Organizzazione

5 Luglio 2022

Istruzioni: L'esame dura 90 minuti. Scrivi in modo leggibile e conciso.

Indica chiaramente all'inizio di ciascuna risposta la domanda/sezione a cui la risposta si riferisce. Ogni parte assegna da 0 (nessuna risposta o risposta completamente errata) ad un massimo di punti indicato a lato di ciascuna (risposta esatta e concisa) per un totale di max 30 punti.

Puoi utilizzare solo i fogli protocollo consegnati durante lo svolgimento della prova. Al termine della prova devi riconsegnare tutti e solo i fogli ricevuti.

Immediatamente dopo la consegna, su ciascun foglio protocollo scrivi in modo chiaro e leggibile a penna indelebile il tuo nome, cognome e numero di matricola. *I fogli recanti una qualsiasi correzione o cancellazione nei dati identificativi dello studente non verranno valutati a meno di non richiederne l'immediata sostituzione.*

1. *Esercizio.* Sia data la seguente funzione reale di variabile reale $f : \mathcal{R} \mapsto \mathcal{R}$:

$$f(x) = \ln \left(x + \sqrt{x^2 + 1} \right)$$

dove \ln è il logaritmo naturale (base e).

- (a) (2 punti) Determina l'*insieme di definizione* (o *campo di esistenza*) della funzione f .
- (b) (3 punti) Identifica le eventuali simmetrie (funzione *pari* o *dispari*).
- (c) (3 punti) Determina il *segno della funzione* f ($f(x) \geq 0$) nel campo di esistenza e le eventuali *intersezioni con gli assi*.
- (d) (2 punti) Determina gli eventuali *asintoti verticali*.
- (e) (3 punti) Calcola i limiti di $f(x)$ per $x \rightarrow +\infty$ e $x \rightarrow -\infty$ e determina gli eventuali *asintoti orizzontali*.
- (f) (3 punti) Calcola la *derivata prima* $f'(x)$ e determina i valori per cui $f(x)$ è *crescente/decrescente* e gli eventuali *punti stazionari* studiando il segno di questa derivata.
- (g) (3 punti) Calcola la *derivata seconda* $f''(x)$ e determina la *concavità/convessità* di $f(x)$ e gli eventuali *punti di flesso*, studiando il segno di tale derivata.
- (h) (3 punti) Disegna il *grafico* della funzione $f(x)$.

*Dipartimento di Sociologia e Ricerca Sociale, Università degli Studi di Milano-Bicocca, Via Bicocca degli Arcimboldi 8, Milano, MI 20126, Italy, E-mail: giuseppe.vittucci@unimib.it

2. *Problema.* Un allenatore di calcio adotta il modulo 4-4-2, che consiste nello schierare, oltre a 1 portiere, 4 difensori, 4 centrocampisti e 2 attaccanti. Questo allenatore ha a disposizione 2 portieri, 10 difensori, 6 centrocampisti e 3 attaccanti.
- (a) (3 punti) Quante formazioni diverse può formare, considerando una formazione diversa solo per l'identità dei giocatori titolari e non per gli specifici ruoli assegnati (es. un determinato difensore potrebbe giocare come terzino destro oppure sinistro; un centrocampista potrebbe ricoprire il ruolo di ala destra, di mediano, ecc.).
- (b) (2 punti) Considerando equiprobabile ogni formazione, qual è la probabilità di indovinare la formazione di fatto messa in campo con 100 tentativi.
3. (3 punti) *Problema.* Nella “Nota trimestrale sulle tendenze dell’occupazione” leggi che in Italia nel secondo trimestre 2020, rispetto al primo, l’occupazione è diminuita del 2% (pari a -459 mila unità). Sapendo questo, a quanto ammontano gli occupati totali all’inizio del terzo trimestre?

Esercizio/Problema:	1	2	3	Totale
Punti:	22	5	3	30
Punteggio:				