

Matematica – Esame

Giuseppe Vittucci Marzetti*

Dipartimento di Sociologia e Ricerca Sociale
Università degli Studi di Milano-Bicocca
Corso di Laurea in Scienze dell'Organizzazione

19 Settembre 2022

Istruzioni: L'esame dura 90 minuti. Scrivi in modo leggibile e conciso.

Indica chiaramente all'inizio di ciascuna risposta la domanda/sezione a cui la risposta si riferisce. Ogni parte assegna da 0 (nessuna risposta o risposta completamente errata) ad un massimo di punti indicato a lato di ciascuna (risposta esatta e concisa) per un totale di max 30 punti.

Puoi utilizzare solo i fogli protocollo consegnati durante lo svolgimento della prova. Al termine della prova devi riconsegnare tutti e solo i fogli ricevuti.

Immediatamente dopo la consegna, su ciascun foglio protocollo scrivi in modo chiaro e leggibile a penna indelebile il tuo nome, cognome e numero di matricola. *I fogli recanti una qualsiasi correzione o cancellazione nei dati identificativi dello studente non verranno valutati a meno di non richiederne l'immediata sostituzione.*

1. *Esercizio.* Sia data la seguente funzione reale di variabile reale $f : \mathcal{R} \mapsto \mathcal{R}$:

$$f(x) = 10^{\frac{1}{x}}$$

- (a) (2 punti) Determina l'*insieme di definizione* (o *campo di esistenza*) della funzione f .
 - (b) (2 punti) Identifica le eventuali simmetrie (funzione *pari* o *dispari*).
 - (c) (2 punti) Determina il *segno della funzione* f ($f(x) \geq 0$) nel campo di esistenza e le eventuali *intersezioni con gli assi*.
 - (d) (2 punti) Determina gli eventuali *asintoti verticali*.
 - (e) (3 punti) Calcola i limiti di $f(x)$ per $x \rightarrow +\infty$ e $x \rightarrow -\infty$ e determina gli eventuali *asintoti orizzontali*.
 - (f) (3 punti) Calcola la *derivata prima* $f'(x)$ e determina i valori per cui $f(x)$ è *crescente/decrescente* e gli eventuali *punti stazionari* studiando il segno di questa derivata.
 - (g) (3 punti) Calcola la *derivata seconda* $f''(x)$ e determina la *concavità/convessità* di $f(x)$ e gli eventuali *punti di flesso*, studiando il segno di tale derivata.
 - (h) (3 punti) Disegna il *grafico* della funzione $f(x)$.
2. *Problema.* Quali sono le potenze a cui è possibile elevare il numero 10 affinché il risultato sia:
- (a) (2 punti) un numero compreso tra 5 e 10, estremi esclusi?



Figura 1: Un esempio di rete non diretta con 100 nodi

- (b) (2 punti) un numero compreso tra 1 e 5, estremi inclusi?
3. *Problema.* Una rete è definita da due insiemi: l'insieme dei nodi che compongono la rete $V = \{1, 2, \dots, n\}$ e l'insieme delle connessioni bilaterali tra questi nodi (es. $E = \{\{1, 2\}, \{1, 5\}, \dots\}$). Per esempio, i nodi della rete potrebbero rappresentare gli studenti di un corso universitario e le connessioni i rapporti di amicizia tra questi studenti. In questa rete esiste un collegamento tra il nodo/studente 1 e il nodo/studente 3 se questi studenti sono amici. La Figura 1 mostra un esempio di rete (*undirected network*) composta da 100 nodi.
- (a) (2 punti) Dati 100 nodi, qual è il numero massimo di collegamenti che possono esistere tra questi nodi, cioè il numero di collegamenti che si avrebbero se ogni nodo fosse collegato ad ognuno degli altri (*complete network*)? Nell'esempio, il numero delle diverse relazioni di amicizia se ognuno dei 100 studenti fosse amico di ciascuno degli altri?
- (b) (2 punti) Dati sempre i 100 nodi, qual è il numero di possibili reti, considerando il caso in cui nessuno studente sia amico di qualche altro studente (*empty network*), quello in cui ciascuno studente sia amico di tutti gli altri (*complete network*) e tutti i casi possibili tra questi due estremi.
- (c) (2 punti) È possibile che il numero da calcolare al punto (b) sia talmente grande che il vostro calcolatore non vi abbia restituito alcun risultato. Ciononostante, dovrete essere comunque in grado di calcolare l'*ordine di grandezza* di questo numero, ovvero la potenza di 10 più vicina al numero stesso, ricordando che per calcolare l'ordine di grandezza occorre prima esprimere il numero n nella notazione scientifica, ovvero:

$$n = a \cdot 10^b$$

con $1 \leq a < 10$, e poi guardare al valore di a . Se $1 \leq a < 5$, allora l'ordine di grandezza è b ; al contrario, se $5 \leq a < 10$, allora l'ordine di grandezza è $b + 1$.

*Dipartimento di Sociologia e Ricerca Sociale, Università degli Studi di Milano-Bicocca, Via Bicocca degli Arcimboldi 8, Milano, MI 20126, Italy, E-mail: giuseppe.vittucci@unimib.it

| | | | | |
|---------------------|----|---|---|--------|
| Esercizio/Problema: | 1 | 2 | 3 | Totale |
| Punti: | 20 | 4 | 6 | 30 |
| Punteggio: | | | | |