

Preappello FMA 26 novembre

Esercizio 1 a) Definire i concetti di funzione di sopravvivenza S_0 e di funzione di sopravvivenza condizionata S_x , spiegando perché

$$S_x(t) = \frac{S_0(x+t)}{S_0(x)}.$$

b) Spiegare il significato delle notazioni attuariali ${}_kP_x$, ${}_kq_x$ e ${}_h|kq_x$ e scrivere la loro espressione in funzione della funzione di sopravvivenza S_0 .

c) Disegnare la funzione di sopravvivenza

$$S_0(x) = \frac{100-x}{100}, \quad x = 0, \dots, 100,$$

ricavare la funzione di sopravvivenza condizionata $S_{20}(x)$ e disegnarne il grafico. Calcolare in questo modello l'aspettativa di vita completa di un ventenne e la probabilità che muoia prima di arrivare a quarant'anni.

d) Ricavare l'espressione della forza di mortalità μ_x e disegnarne il grafico.

Soluzione 1 c) $S_{20}(x) = \frac{80-x}{80}$, ${}^{\circ}e_{20} = 40$, ${}_{20}q_{20} = 0.25$ d) $\mu_x = \frac{1}{100-x}$.

Esercizio 2 Utilizzando la tavola di mortalità

x	l_x
50	96000
51	95900
52	95700
53	95400

e un tasso annuo $i = 5\%$,

a) calcolare il valore attuariale di una copertura temporanea caso morte con scadenza tra 3 anni e capitale assicurato $C = 100000$ Euro, pagabile alla fine dell'anno del decesso

b) calcolare il premio annuo costante della copertura di cui al punto a)

c) determinare l'andamento della riserva matematica

Soluzione 2 a) $V \simeq 558,12$ b) $P \simeq 195$ c) ${}_0V_{50} = 0$, ${}_1V_{50} \simeq 102$, ${}_2V_{50} \simeq 104$, ${}_3V_{50} \simeq 0$.

Esercizio 3 Definire i concetti di premio equo, premio esponenziale e premio di Esscher. Spiegare perché il premio esponenziale deve essere sempre maggiore del premio equo. Calcolare il premio equo, il premio esponenziale e il premio di Esscher nel caso della variabile casuale

$$D = \begin{cases} 0 & \text{con prob. } 1/3 \\ 1 & \text{con prob. } 1/3, \\ 2 & \text{con prob. } 1/3 \end{cases}$$

ipotizzando che il tasso di interesse sia nullo, che il coefficiente di avversione al rischio sia $\lambda = 1$, e che il coefficiente della trasformazione di Esscher sia $\alpha = 1$.

Soluzione 3 $P_{equo} = 1$, $P_{exp} = 1.31$, $P_E = 1.57$.