

Fondamenti di Matematica Attuariale - Prof. Fabio Bellini
Prova del 18/1/2021 - Tempo a disposizione 75 minuti

Esercizio 1 Spiegare il significato delle notazioni attuariali P_x , Q_x , ${}_kP_x$, ${}_kQ_x$ e ${}_{h|k}Q_x$ e scrivere la loro espressione in funzione della funzione di sopravvivenza S_0 . Spiegare sia dal punto di vista matematico che da quello attuariale perché valgono le relazioni

$$\begin{aligned}{}_kP_x &= P_x \cdot {}_{k-1}P_{x+1}, \\{}_kP_x &= P_x \cdot P_{x+1} \cdot \dots \cdot P_{x+k-1}, \\{}_{h|k}Q_x &= {}_hP_x \cdot {}_kQ_{x+h}.\end{aligned}$$

Utilizzando la tavola di mortalità

x	l_x
50	96000
51	95900
52	95700
53	95400,

calcolare P_{50} , ${}_2P_{50}$, ${}_3P_{50}$, Q_{50} , ${}_{1|1}Q_{50}$, ${}_{2|1}Q_{50}$.

Esercizio 2 Utilizzando la tavola di mortalità dell'Esercizio 1 e un tasso annuo $i = 5\%$,

- calcolare il valore attuariale di una prestazione di capitale differito che paga $C = 100000$ Euro tra 3 anni, se l'assicurato è ancora in vita
- calcolare il premio annuo costante della prestazione di cui al punto a)
- determinare l'andamento della riserva matematica usando la equazione di Fourret

Esercizio 3 Definire i concetti di premio di indifferenza, premio esponenziale e premio equo. Spiegare perché se la compagnia di assicurazione è avversa al rischio, allora il premio di indifferenza è sempre maggiore del premio equo. Calcolare il premio equo e il premio esponenziale nel caso della variabile casuale

$$D = \begin{cases} 0 & \text{con prob. } 1/2 \\ 1 & \text{con prob. } 1/4, \\ 2 & \text{con prob. } 1/4 \end{cases}$$

ipotizzando che il tasso di interesse sia $i = 5\%$ e che il coefficiente di avversione al rischio sia $\lambda = 1$.