

**Fondamenti di Matematica Attuariale - Prof. Fabio Bellini**  
**Prova del 15/4/2021 - Tempo a disposizione 75 minuti**

**Esercizio 1** Definire i concetti di funzione di sopravvivenza, funzione di sopravvivenza condizionata e forza di mortalità. Ricavare le relazioni che esprimono la funzione di sopravvivenza e la funzione di sopravvivenza condizionata in funzione della forza di mortalità. Considerare la funzione

$$S_0(x) = 1 - \left(\frac{x}{100}\right)^2.$$

- a) Disegnare il grafico di  $S_0$  e verificare che può rappresentare una funzione di sopravvivenza
- b) Determinare la massima età raggiungibile  $\omega$
- c) Calcolare la forza di mortalità  $\mu_x$  e verificare che è una funzione strettamente crescente di  $x$ . Quanto vale la forza di mortalità in corrispondenza della età massima raggiungibile?
- c) Calcolare  ${}_{20}P_{20}$ ,  ${}_{20}Q_{20}$ ,  ${}_{20|10}Q_{20}$

**Esercizio 2** Utilizzando la tavola di mortalità

$x$	$l_x$
40	98120
41	98021
42	97913
43	97795

e un tasso annuo  $i = 5\%$ , calcolare il valore attuariale di una prestazione temporanea caso morte con scadenza tra 3 anni e capitale assicurato  $C = 500000$  Euro. Determinare i premi naturali e il premio annuo costante. Determinare infine l'andamento della riserva matematica durante la vita della polizza.

**Esercizio 3** Definire i concetti di premio esponenziale e di premio di Esscher, e dimostrare che soddisfano la proprietà di additività per variabili indipendenti: se  $D_1$  e  $D_2$  sono variabili casuali indipendenti, allora

$$\pi(D_1 + D_2) = \pi(D_1) + \pi(D_2).$$

Indicare tra gli altri principi di calcolo del premio studiati quali soddisfano la proprietà di additività per variabili indipendenti e quali invece non la soddisfano, motivando la risposta.