

Fondamenti di Matematica Attuariale - Prof. Fabio Bellini
Prova del 16/6/2021 - Tempo a disposizione 75 minuti

Esercizio 1 Definire i concetti di funzione di sopravvivenza alla nascita S_0 e di funzione di sopravvivenza condizionata S_x , spiegando perché

$$S_x(t) = \frac{S_0(x+t)}{S_0(x)}.$$

Verificare che la funzione

$$S_0(x) = 1 - \frac{x}{120}, \quad x = 0, \dots, 120,$$

può rappresentare una funzione di sopravvivenza e disegnarne il grafico. Calcolare in questo modello l'aspettativa di vita completa di un trentenne e la probabilità che muoia prima di compiere 50 anni. Ricavare infine l'espressione della forza di mortalità μ_x e disegnarne il grafico.

Esercizio 2 Spiegare i concetti di rendita vitalizia temporanea e di rendita vitalizia perpetua e le formule per il loro valore attuariale, sia nel caso anticipato che nel caso posticipato, utilizzando le notazioni attuariali standard ${}_n\mathbf{a}_x$, ${}_n\ddot{\mathbf{a}}_x$, \mathbf{a}_x , $\ddot{\mathbf{a}}_x$. Ricavare la relazione tra ${}_n\mathbf{a}_x$ e ${}_n\ddot{\mathbf{a}}_x$ e tra \mathbf{a}_x e $\ddot{\mathbf{a}}_x$, e la relazione

$$\ddot{\mathbf{a}}_x = \frac{1 - \mathbf{A}_x}{d}.$$

Utilizzando la tavola di mortalità

x	l_x
50	96000
51	95900
52	95700
53	95400,

e un tasso di valutazione $i = 5\%$, calcolare il valore attuariale di una rendita vitalizia temporanea composta da 3 rate di importo 10.000 Euro, pagata a un individuo di 50 anni, sia nel caso anticipato che posticipato. Confrontare in entrambi i casi il risultato ottenuto con il valore attuale della rendita.

Esercizio 3 Definire i concetti di premio media-varianza e di premio media-deviazione standard. Spiegare perché il premio media-varianza soddisfa la proprietà di additività per variabili indipendenti ma non soddisfa le proprietà di monotonìa e di positiva omogeneità, mentre il premio media-deviazione standard soddisfa la proprietà di subadditività e la proprietà di positiva omogeneità.