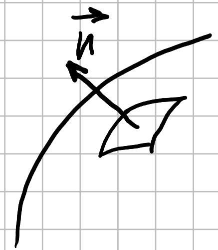
Il flusso del campo elettrico è definito da:

$$\phi_E = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

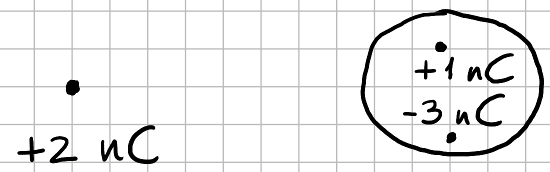


Teorema di GAUSS:

$$\phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{inclusa}}{\varepsilon_0}$$

- ES 6 pag 741

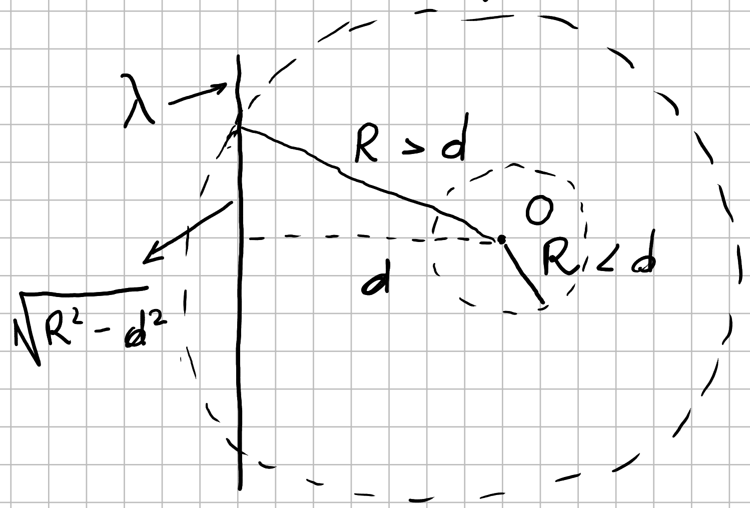
Trovare il flusso netto del campo elettrico sulla superficie sferica rappresentata in figura:



$$\phi_E = \frac{q_{inc}}{\varepsilon_0} = \frac{+1-3}{\varepsilon_0} = \frac{-2\,nC}{\varepsilon_0}$$

• ES n° 17 pag 741

Un filo infinitamente lungo e carico con una densità di carica per unità di lunghezza uniforme λ si trova ad una distanza d da un punto O come in figura:



Determinare il flusso elettrico totale attraverso la superficie di una sfera di raggio R centrata in O.
Considerare i casi $R < d$ e $R > d$.

* Caso $R < d$:

$$\phi_E = \frac{q_{inc}}{\varepsilon_0} = 0$$

* Caso $R > d$:

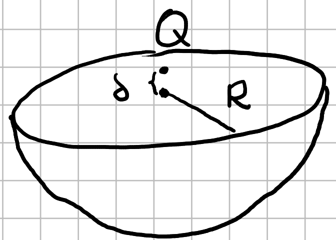
pezzo di filo incluso : $2\sqrt{R^2 - d^2}$

$$q = \lambda \cdot 2\sqrt{R^2 - d^2}$$

$$\phi_E = \frac{2\lambda\sqrt{R^2 - d^2}}{\varepsilon_0}$$

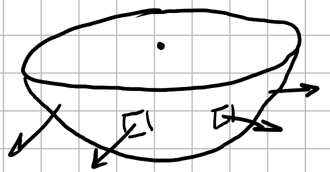
- ES n. 21 pag. 741

Una particella di carica Q è collocata a una distanza infinitesima δ sopra al centro della faccia piatta di una semisfera di raggio R come in figura.



* Calcolare il flusso del campo elettrico attraverso la superficie curva ϕ_c.
* Calcolare il flusso del campo elettrico attraverso la superficie piana ϕ_p.

* Calcolo di ϕ_c :



$$\vec{E} = \frac{k_e Q}{r^2} \cdot \hat{r} \xrightarrow{\text{nel nostro caso}} E = \frac{k_e Q}{R^2} \hat{r}$$

Usando la definizione :

$$\phi_c = \int \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{k_e Q}{R^2} \cdot 4\pi R^2 \cdot \frac{1}{2} \qquad k_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

$\vec{E}$: è costante sulla sfera

$\vec{E}$, $d\vec{A}$: sono $\parallel$ ovunque

$$\phi_c = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{R^2} \cdot 4\pi R^2 \cdot \frac{1}{2} = \frac{Q}{2\varepsilon_0}$$

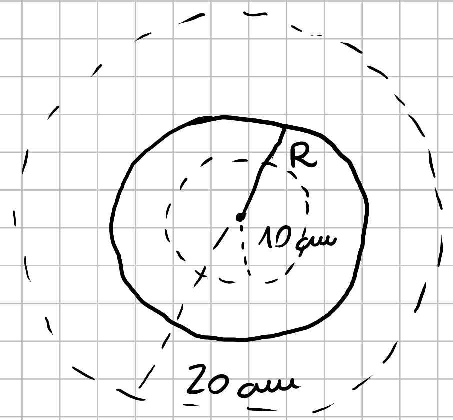
* Calcolo di ϕ_P :

$\vec{E}$ e $d\vec{A}$ non sono paralleli e il modulo di $\vec{E}$ non è costante.
Ma dal teorema di Gauss sappiamo che :

$$\phi_E = \frac{q_{inc}}{\varepsilon_0} = 0 .$$

$$\phi_{TOT} = \underbrace{\phi_C}_{\frac{Q}{2\varepsilon_0}} + \phi_P = 0 \implies \phi_P = -\frac{Q}{2\varepsilon_0}$$

- ES n. 29 pag. 742



Considerare un guscio sferico di raggio $R = 14$ cm con una carica totale $Q = 32\ \mu C$ distribuita uniformemente. Calcolare il campo elettrico a $r = 10$ cm e $r = 20$ cm.

* $\vec{E}\,(r = 10\ \text{cm})$: $\begin{cases} \phi_E = \dfrac{q_{inc}}{\varepsilon_0} = 0. \\ \phi_E = E \cdot 4\pi r^2 = 0 \end{cases} \Rightarrow E = 0\ ,\ \vec{E} = 0$

* $\vec{E}(r = 20\,cm)$:

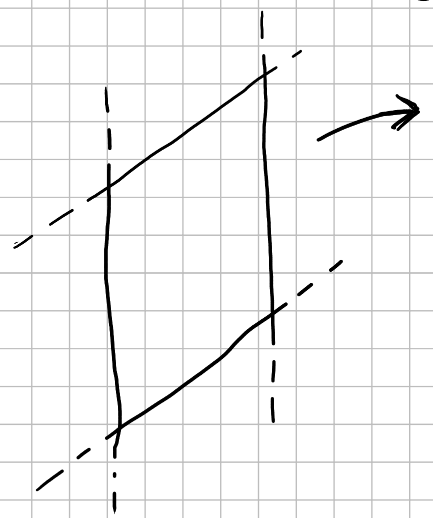
$$\begin{cases} \phi_E = \dfrac{q_{inc}}{\varepsilon_0} = \dfrac{Q}{\varepsilon_0} \\ \phi_E = E \cdot 4\pi r^2 \end{cases} \Rightarrow E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0} \cdot \quad E = \frac{1}{4\pi r^2}\frac{Q}{\varepsilon_0}$$

ma $\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} = k_e \Rightarrow E = \dfrac{k_e Q}{r^2}$

$$\Rightarrow \vec{E} = \frac{k_e Q}{r^2}\,\hat{r}.$$

$$E = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 32 \cdot 10^{-6}}{(0{,}2)^2} = \frac{9 \cdot 32}{0{,}04} \cdot 10^3 = 7{,}19 \cdot 10^6 \, \frac{N}{C}$$

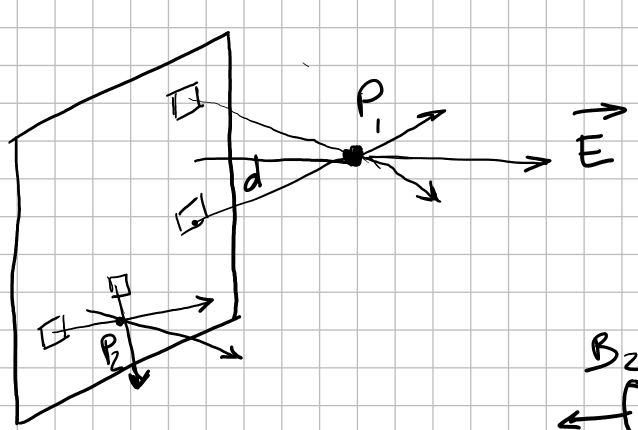
- ES n. 30 pag. 742



Muro non conduttore con densità di carica uniforme pari a $\sigma = 8,60\ \mu C/cm^2$

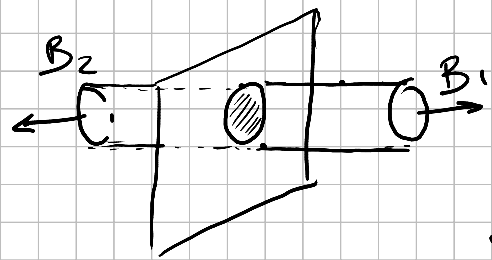
* Calcolare il campo elettrico a 7 cm di distanza dal muro.
* Il risultato cambia con la distanza?

*



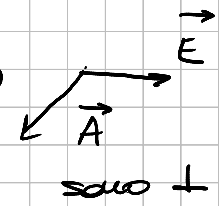
$\vec{E}$ è sempre $\perp$ al muro.

Scegliamo una superficie di Gauss:



$$\phi_E = \phi_{B_1} + \phi_{B_2} + \phi_{LAT}$$

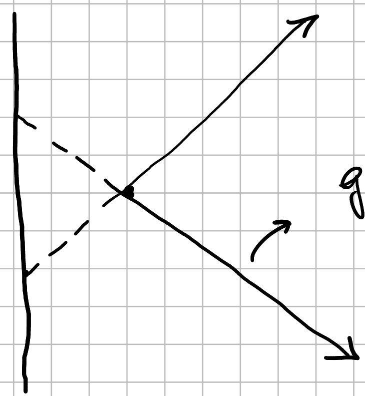
$$= AE + AE \qquad \phi_{LAT} = 0$$



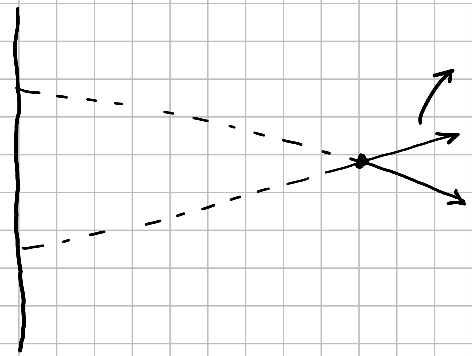
$$\begin{cases} \phi_E = 2AE & \leftarrow \text{def. di } \phi \\ \phi_E = \dfrac{A\sigma}{\varepsilon_0} & \leftarrow \text{Gauss} \end{cases}$$

$$2AE = \frac{A\sigma}{\varepsilon_0} \implies E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}.$$

perché E non dipende dalla distanza:

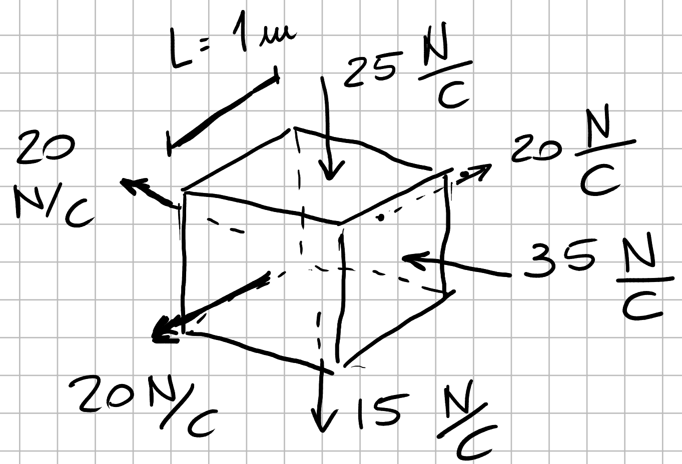


grande, ma buona parte si cancellano



piccolo ma si cancellano meno

- ES n. 32 pag. 742



$q_{TOT} = ?$

$\vec{A}$ sempre uscente

$\phi_{left} = EA\cos\theta = 20 \frac{N}{C} \cdot 1 m^2 \cdot \cos 0° = 20 \frac{N m^2}{C}$

$\phi_{right} = EA\cos\theta = 35 \frac{N}{C} \cdot 1 m \cdot \cos 180° = -35 \frac{N m^2}{C}$

$\phi_{top} = 25 \frac{N}{C} \cdot 1 m^2 \cdot \cos 180° = -25 \frac{N m^2}{C}$

$\phi_{bottom} = 15 \frac{N m^2}{C}$

$\phi_{front} = 20 \frac{N m^2}{C}$

$\phi_{back} = 20 \frac{N m^2}{C}$

$\Rightarrow$

$\phi_{TOT} = (20 - 35 - 25 + 15 + 20 + 20) = 15$

$\phi_{TOT} = q_{inc} / \varepsilon_0 \Rightarrow$

$q_{inc} = \varepsilon_0 \phi_{TOT} = 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 15 = 1,33 \cdot 10^{-10} C$

CONDUTTORI IN EQUILIBRIO ELETTROSTATICO

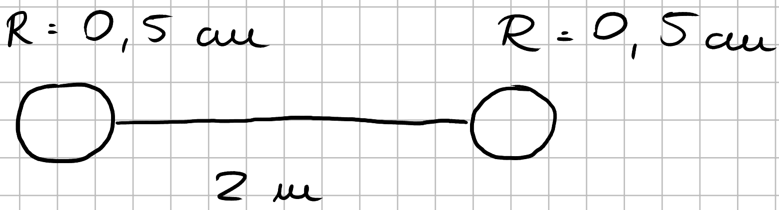
1) All'interno di un conduttore in equilibrio elettrostatico, $\vec{E} = 0$.

2) Le cariche possono trovarsi solo sulla superficie.

3) Il campo elettrico appena fuori dalla superficie è $E = \sigma / \varepsilon_0$ ed è $\perp$ alla superficie del conduttore.

$\sigma \rightarrow$ densità superficiale locale di carica.

• ES n. 43 pag. 743

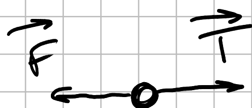


Due sfere conduttrici di raggio $R = 0{,}5\ cm$ sono connesse da un filo conduttore di $L = 2\ m$.

Una carica $Q = 60\ \mu C$ è posta su una delle due sfere. Calcolare la tensione del filo all'equilibrio.

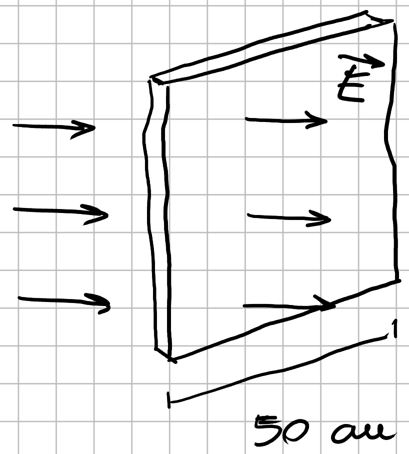
$$F = \frac{k_e \left(\frac{Q}{2}\right)\left(\frac{Q}{2}\right)}{d^2} \quad . \quad d = L + R + R$$

$$F = \frac{9 \cdot 10^{9} \cdot 30 \cdot 10^{-6} \cdot 30 \cdot 10^{-6}}{(2{,}01)^2} = \frac{9 \cdot 10^{9} \cdot 9 \cdot 10^{-10}}{(2{,}01)^2} \sim 2N$$



$F = T$

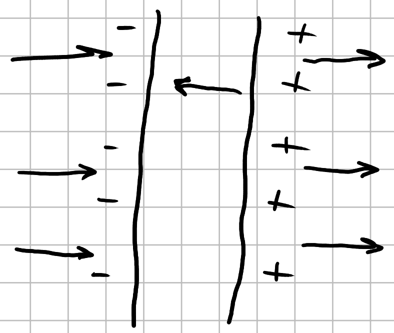
• ES. n. 44 pag. 743



Una piastra di rame quadrata di lato 50 cm senza alcuna carica netta è posta in una regione di campo elettrico uniforme pari a $80 \frac{kN}{C}$ $\perp$ al piano.

* Trovare la densità di carica su ciascuna delle facce della piastra e * Trovare la carica totale su ciascuna faccia.

*



$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \Rightarrow \sigma = \varepsilon_0 E = 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 80 \cdot 10^{3} =$$

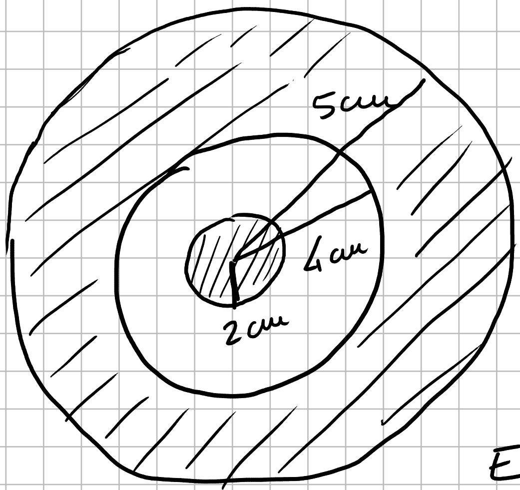
$$= 7,08 \cdot 10^{-7}\ C/m^2$$

$$\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

* $\sigma = Q/A \Rightarrow Q = \sigma A = 7,08 \cdot 10^{-7} \cdot (0,5)^2$

$$= 1,77 \cdot 10^{-7} C$$

- ES n. 47 pag. 743



$q_1 = 8\,\mu C$ sulla sfera interna

$q_2 = -4\,\mu C$ sul guscio esterno

Calcolare $\vec{E}$ a $r = 1\,cm$, $3\,cm$, $4,5\,cm$ e $7\,cm$

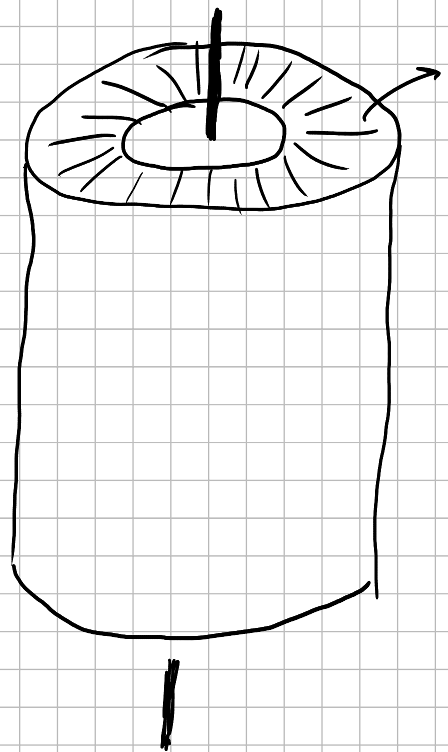
$$E(r = 1\,cm) = 0$$

$$E(r = 3\,cm) = \frac{k_e Q}{r^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 8 \cdot 10^{-6}}{(0,03)^2} = 7,99 \cdot 10^7 \,\frac{N}{C}$$

$$E(r = 4,5\,cm) = 0 \quad E($$

$$E(r = 7\,cm) = \frac{k_e\,(8-4) \cdot 10^{-6}}{(0,07)^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 4 \cdot 10^{-6}}{(0,07)^2} = 7,34 \cdot 10^6 \,\frac{N}{C}$$

- ES n. 45 pag. 743



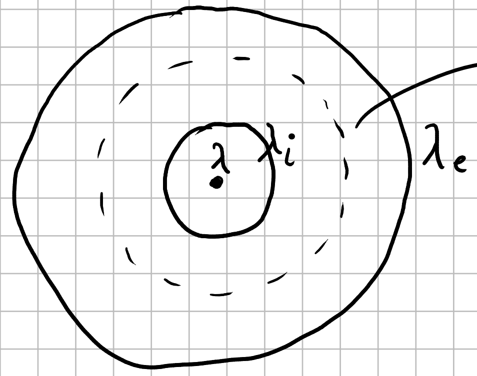
cilindro metallico.

. Il filo ha una densità di carica per unità di lunghezza pari a λ.
. Il cilindro ha una densità di carica totale per unità di lunghezza pari a 2λ

* Date queste informazioni, usare il teorema di Gauss per determinare la carica per unità di lunghezza sulla faccia interna e su quella esterna del cilindro.

* Determinare il campo elettrico ad una distanza r fuori dal cilindro.

*



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q^{inc}}{\varepsilon_0}$$

ma dentro un conduttore, $E = 0 \Rightarrow \frac{q^{inc}}{\varepsilon_0} = 0$

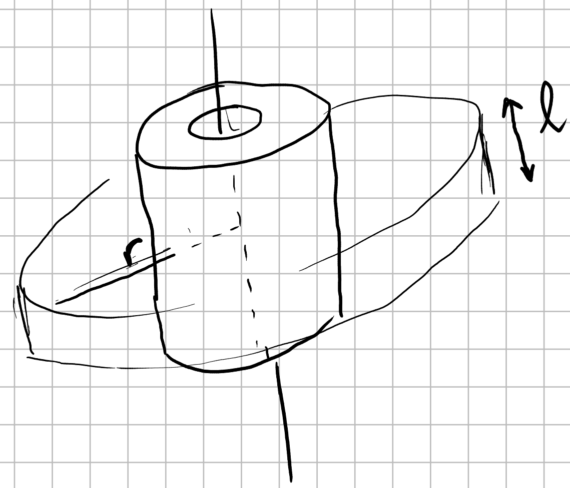
$$\Rightarrow \lambda l + \lambda_i l = 0 \longrightarrow \lambda_i = -\lambda$$

Carica netta sul cilindro $= 2\lambda$

$2\lambda = \lambda_i + \lambda_e$ (no cariche all'interno)

$\lambda_i = -\lambda \longrightarrow \lambda_e = 3\lambda$

* Fuori dal cilindro:



$$q_{inc} = 3\lambda l$$

$$\underbrace{\oint \vec{E} \cdot d\vec{A}} = \frac{3\lambda l}{\varepsilon_0}$$

$$E\, 2\pi r\, l = \frac{3\lambda l}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{3\lambda}{2\pi \varepsilon_0 r} \cdot \frac{2}{2} = \frac{6 k_e \lambda}{r}$$

$\rightarrow = k_e$