

Aste con banditore che compra da N venditori avversi al rischio con costo c. Assumo che c segue U(0, 1) con N = 5 e $\gamma = 1/2$

Guadagno del venditore :

$$U = (b(c_i) - c_1)^{1-\gamma}$$

L'ottimo bid FP è

$$\text{In[14]:= } b = c + \frac{\int_c^1 (1-c)^8 dc}{(1-c)^8}$$

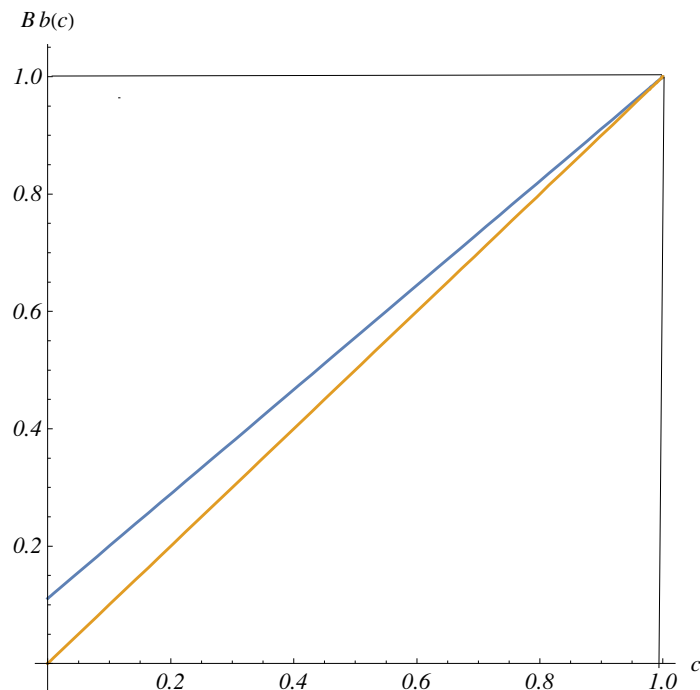
$$\text{Out[14]= } -\frac{(-1+c)^9}{9(1-c)^8} + c$$

In[15]:= Simplify[b]

$$\text{Out[15]= } \frac{1}{9}(1+8c)$$

In[16]:= B = c

Out[16]= c



$$\text{In[21]:= } M = \int_0^1 \text{Exp}\left[t * \frac{1}{9} (1 + 8 c)\right] * 5 * (1 - c)^4 \, dc$$

$$\text{Out[21]= } - \frac{45 e^{t/9} (19683 - 19683 e^{8t/9} + 17496 t + 7776 t^2 + 2304 t^3 + 512 t^4)}{4096 t^5}$$

$$\text{In[22]:= } s = \partial_t M$$

$$\text{Out[22]= } - \frac{45 e^{t/9} (17496 - 17496 e^{8t/9} + 15552 t + 6912 t^2 + 2048 t^3)}{4096 t^5} + \frac{225 e^{t/9} (19683 - 19683 e^{8t/9} + 17496 t + 7776 t^2 + 2304 t^3 + 512 t^4)}{4096 t^6} - \frac{5 e^{t/9} (19683 - 19683 e^{8t/9} + 17496 t + 7776 t^2 + 2304 t^3 + 512 t^4)}{4096 t^5}$$

$$\text{In[23]:= } \text{MediaFP} = \text{Limit}[s, t \rightarrow 0]$$

$$\text{Out[23]= } \frac{7}{27}$$

$$\text{In[*]:= } N\left[\frac{7}{27}\right]$$

$$\text{Out[*]= } 0.259259$$

0.2592

$$\text{In[24]:= } r = \partial_{t,t} M$$

$$\text{Out[24]= } - \frac{45 e^{t/9} (15552 - 15552 e^{8t/9} + 13824 t + 6144 t^2)}{4096 t^5} + \frac{225 e^{t/9} (17496 - 17496 e^{8t/9} + 15552 t + 6912 t^2 + 2048 t^3)}{2048 t^6} - \frac{5 e^{t/9} (17496 - 17496 e^{8t/9} + 15552 t + 6912 t^2 + 2048 t^3)}{2048 t^5} + \frac{675 e^{t/9} (19683 - 19683 e^{8t/9} + 17496 t + 7776 t^2 + 2304 t^3 + 512 t^4)}{2048 t^7} - \frac{25 e^{t/9} (19683 - 19683 e^{8t/9} + 17496 t + 7776 t^2 + 2304 t^3 + 512 t^4)}{2048 t^6} - \frac{5 e^{t/9} (19683 - 19683 e^{8t/9} + 17496 t + 7776 t^2 + 2304 t^3 + 512 t^4)}{36864 t^5}$$

$$\text{In[25]:= } \text{Limit}[r, t \rightarrow 0]$$

$$\text{Out[25]= } \frac{47}{567}$$

$$\text{In[*]:= } N\left[\frac{47}{567}\right]$$

$$\text{Out[*]= } 0.0828924$$

$$\text{In[*]:= } N\left[\frac{13}{105}\right]$$

$$\text{Out[*]:= } 0.12381$$

$$\text{VarFP} = \frac{47}{567} - (0.259^2)$$

$$0.01581$$

Caso SP con $b = c$

$$\text{In[26]:= } Y = \int_0^1 \text{Exp}[t * c] * 20 * c * (1 - c)^3 dc$$

$$\text{Out[26]:= } \frac{20 (24 + 6 e^t (-4 + t) + 18 t + 6 t^2 + t^3)}{t^5}$$

$$\text{In[27]:= } y = \partial_t Y$$

$$\text{Out[27]:= } \frac{20 (18 + 6 e^t + 6 e^t (-4 + t) + 12 t + 3 t^2)}{t^5} - \frac{100 (24 + 6 e^t (-4 + t) + 18 t + 6 t^2 + t^3)}{t^6}$$

$$\text{In[28]:= } \text{MediaSP} = \text{Limit}[y, t \rightarrow 0]$$

$$\text{Out[28]:= } \frac{1}{3}$$

$$\text{In[*]:= } N\left[\frac{1}{3}\right]$$

$$\text{Out[*]:= } 0.333333$$

$$0.3333$$

$$\text{In[29]:= } z = \partial_{t,t} Y$$

$$\text{Out[29]:= } \frac{20 (12 + 12 e^t + 6 e^t (-4 + t) + 6 t)}{t^5} - \frac{200 (18 + 6 e^t + 6 e^t (-4 + t) + 12 t + 3 t^2)}{t^6} + \frac{600 (24 + 6 e^t (-4 + t) + 18 t + 6 t^2 + t^3)}{t^7}$$

$$\text{In[30]:= } \text{Limit}[z, t \rightarrow 0]$$

$$\text{Out[30]:= } \frac{1}{7}$$

$$\text{In[32]:= } \text{VarSP} = \frac{1}{7} - \frac{1}{9}$$

$$\text{Out[32]:= } \frac{2}{63}$$

$$\text{In[*]:= } \frac{2}{63}$$

$$\text{In[33]:= } N\left[\frac{2}{63}\right]$$

0.0317

Commento :

Con avversione al rischio dei venditori / bidders il valore atteso della spesa S del compratore / banditore è minore nel caso FP (0.2592) rispetto al caso SP 0.3333. La varianza della spesa nel caso FP (0.01581) è minore della varianza della S nel caso SP (0.0317) . Notare che con SP $E[S]$ è lo stesso con venditori / bidders neutrali o avversi al rischio.