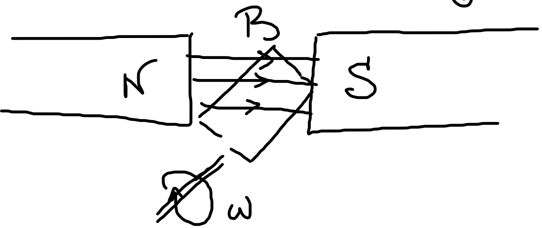
Modello del generatore di tensione alternata



$\omega = 2\pi\nu$

$\omega = \text{cost}$

$\nu = 50\ Hz$ EU

$\nu = 60\ Hz$ US

area della spira

$$fem = \underbrace{AB\omega}_{V_0} \operatorname{sen}(\omega t)$$

$$fem(t) = V_0 \operatorname{sen}(\omega t)$$

Potenza istantanea

$$P = fem \cdot I = RI^2 = \frac{fem^2}{R}$$

$$P(t) = \frac{fem^2}{R} = \frac{V_0^2 \operatorname{sen}^2(\omega t)}{R}$$

Potenza media?

Intervallo di tempo di media: $\omega \Rightarrow T = 2\pi/\omega$

$$\langle P \rangle = \frac{\text{Somma di } P(t_i)\Delta t_i}{\text{Periodo}} = \frac{\sum_i P(t_i)\Delta t_i}{T} = \frac{\int_0^T P(t)\,dt}{T}$$

$$= \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} \frac{V_0^2}{R} \operatorname{sen}^2(\omega t)\,dt = \frac{\omega}{2\pi}\frac{V_0^2}{R}\int_0^{2\pi/\omega} \operatorname{sen}^2(\omega t)\,dt = \frac{\cancel{\omega}}{2\pi}\frac{V_0^2}{R}\frac{1}{\cancel{\omega}}\int_0^{2\pi} \operatorname{sen}^2 y\,dy$$

$\frac{\omega}{2\pi} \downarrow \frac{1}{T}$

$y = \omega t$

$dt = \frac{1}{\omega}dy$

<u>Trucco</u>: $\cos(2y) = \cos^2 y - \operatorname{sen}^2 y = 1 - 2\operatorname{sen}^2 y$

$$\Rightarrow \operatorname{sen}^2 y = \frac{1-\cos(2y)}{2}$$

$$\langle P \rangle = \frac{V_0^2}{2\pi R} \int_0^{2\pi} \frac{1-\cos(2y)}{2}\, dy = \frac{V_0^2}{2\pi R}\left[\int_0^{2\pi} \frac{dy}{2} - \underbrace{\cancel{\frac{1}{2}\int_0^{2\pi} \cos(2y)\, dy}} \right]$$

$$= \frac{V_0^2}{2\cancel{\pi} R} \cdot \cancel{\pi} = \frac{V_0^2}{2R}$$

$$-\frac{1}{2}\frac{1}{2}\,\mathrm{sen}(2y)\Big|_0^{2\pi} = 0$$

Se $\mathcal{E}_{em} = \text{const} = V_0$ allora $P = \frac{V_0^2}{R}$

<u>Oss</u>

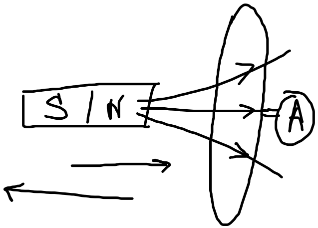
$$\langle P \rangle = \frac{1}{2} \cdot P_{max} \qquad P_{max} = \frac{V_0^2}{R}$$

Si definisce $V_{eff} = \frac{V_0}{\sqrt{2}}$ - Infatti $\langle P \rangle = \frac{V_{eff}^2}{R}$

EU $V_{eff} = 220\ V$

US $V_{eff} = 120\ V$

Forma integrale della legge di F-N-L



1) $\mathcal{f}em = -\dfrac{d\Phi_S(\underline{B})}{dt}$

2) $\mathcal{f}em = \oint_C \underline{E} \cdot d\underline{l}$

1) e 2) $\Longrightarrow$

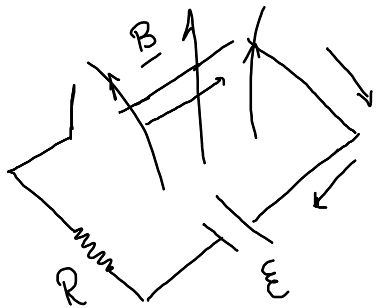
$$\oint_C \underline{E} \cdot d\underline{l} = -\frac{d}{dt}\Phi_S(\underline{B})$$

$\underline{E}$ <u>non</u> è più conservativo per fenomeni variabili nel tempo

[In e.s.

$$\oint_C \underline{E} \cdot d\underline{l} = 0$$]

Auto - induzione



i nel circuito genera essa stessa un $\underline{B}$ variabile nel tempo

Vale la legge di F-N-L

$$f_{em} = -\frac{d\Phi_S(\underline{B}^{auto})}{dt}$$

forza contro elettromotrice

1) $\Phi(\underline{B}^{auto})$ cambia perché $\underline{B}^{auto}$ cambia nel tempo

2) $\underline{B}^{auto}$ cambia nel tempo perché I cambia nel tempo

$\underline{B}^{auto}(I)$

$$f_{em} = -\frac{d\Phi_S(\underline{B}^{auto})}{dt}$$

$$= -\frac{d\Phi_S(\underline{B}^{auto})}{dI}\cdot\frac{dI}{dt}$$

Per fenomeni di auto-induzione

$$fem = -L\frac{dI}{dt} \quad \text{con} \quad L = \frac{d\phi_S(\underline{B}^{auto})}{dI}$$

coefficiente di auto induzione

dipende solo dalla geometria del dispositivo

Analogia Capacità: $C = \frac{Q}{\Delta V}$ propensione ad accumulare carica data ΔV

NON dipende da I

Infatti: $B \propto I \Rightarrow \phi \propto I$

$\Rightarrow L = \frac{d\phi}{dI}$ non dip. da I

L: rappresenta la propensione a generare una forza contro e.m. data una $\frac{dI}{dt}$

Unità di misura

$$[L] = \left[\frac{d\Phi(\underline{B})}{dI} \right] = \frac{T \cdot m^2}{A} \quad \text{Henry}$$

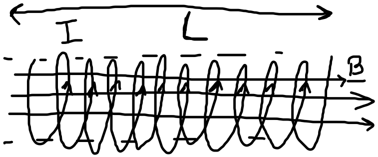
Valori tipici di L: mH e inferiori

Come si calcola L per un dispositivo?

$$L = \frac{d\Phi_S(\underline{B})}{dI}$$

1) Immagino di far scorrere I nel dispositivo considerato
2) Calcolo $\underline{B}$ prodotto dal dispositivo
3) Calcolo $\Phi_S(\underline{B}) = \int_S \underline{B} \cdot d\underline{S}$
4) Valuto $L = \frac{d\Phi}{dI}$

Autoinduttanza di un solenoide indefinito



Area S per le spire del solenoide

1) Faccio scorrere I

2) $B = \mu_0 \frac{N}{L} I$

N: # spire del solenoide
L: lunghezza del solenoide

3) $$\Phi_{\text{Solenoide}}(\underline{B}) = \int_{\text{Solenoide}} \underline{B} \cdot d\underline{S} = \int_{\text{Solenoide}} \overbrace{B}^{B \text{ è uniforme}}\, dS = B \cdot \int_{\text{Solenoide}} dS = BNS$$

$\underline{B} \perp$ spire $\Rightarrow \underline{B} \cdot d\underline{S} = \underline{B} \cdot \underline{\hat{n}}\, dS = B\, dS$

$\underline{B} \parallel \underline{\hat{n}}$

sup. di tutte le spire del solenoide

$$\Phi_{Sol}(\underline{B}) = \mu_0 \frac{N}{L} I N S = \mu_0 \frac{N^2}{L} S \cdot I$$

$$\boxed{L = \frac{d\Phi_{sol}}{dI} = \mu_0 \frac{N^2 S}{L}}$$

$N = 1000 \quad l = 10\ cm = 10^{-1}\ m$

$r = 1\ mm = 10^{-3}\ m$

$$L = \underbrace{4\pi \cdot 10^{-7}}_{\mu_0} \frac{\cancel{10}^{6}}{10^{-1}} \pi \cdot 1\cancel{0}^{-6} \simeq 3.8 \cdot 10^{-5}\ H$$