Equazioni di Maxwell (in vuoto)

$$\oint_S \underline{E} \cdot d\underline{S} = \frac{q^{int}}{\varepsilon_0}$$ (Th Gauss per $\underline{E}$)

$$\oint_C \underline{E} \cdot d\underline{l} = -\frac{d}{dt} \int_S \underline{B} \cdot d\underline{S}$$ (legge di FNL)

$$\oint_S \underline{B} \cdot d\underline{S} = 0$$ (Th Gauss per $\underline{B}$)

$$\oint_C \underline{B} \cdot d\underline{l} = \mu_0 I^{conc} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d}{dt} \int_S \underline{E} \cdot d\underline{S}$$ (Th Ampere - Maxwell)

$$\nabla^2 \underline{E} - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \underline{E}}{\partial t^2} = 0$$ eq. onde in 3D per $\underline{E}$

$$\nabla^2 \underline{B} - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \underline{B}}{\partial t^2} = \underline{0}$$ " " per $\underline{B}$

$\underline{E}(\underline{x}, t)$ $\quad$ $\underline{B}(\underline{x}, t)$

∇^2 operatore di Laplace

$f(\underline{x}, t)$ $\quad$ $\nabla^2 f \overset{def}{=} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$ $\quad$ f : funzione scalare

$\underline{V}(\underline{x}, t)$ $\quad$ $\nabla^2 \underline{V} \overset{def}{=} \begin{pmatrix} \nabla^2 V_x \\ \nabla^2 V_y \\ \nabla^2 V_z \end{pmatrix}$ $\quad$ $\underline{V}$: funzione vettoriale

$$\underline{V} = \begin{pmatrix} V_x(\underline{x}, t) \\ V_y(\underline{x}, t) \\ V_z(\underline{x}, t) \end{pmatrix}$$

Ipotesi: $\underline{E}$ e $\underline{B}$ dipendono solo da x

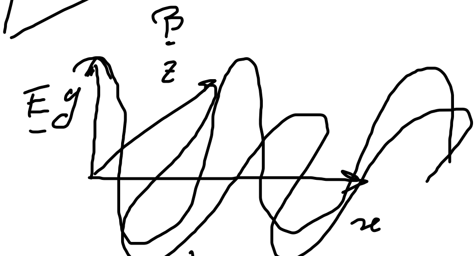
(onde piane)

$x = \text{const}$

eq. di un piano

$\underline{E}$ e $\underline{B}$

si propagano lungo x



Si dim. che nel vuoto

$\underline{E}$, $\underline{B}$ e direzione di prop. sono mutuamente ortogonali

$$\underline{E}(x,t) = E_y(x,t)\,\hat{\underline{j}}$$

$$\frac{d^2E_y}{dx^2} - \varepsilon_0\mu_0 \frac{d^2E_y}{dt^2} = 0$$

Perturbazione

dir. di prop. dell'onda

eq. corda vibrante $a(x,t)$

ampiezza pert.

$$\frac{d^2a}{dx^2} - \frac{1}{v^2}\frac{d^2a}{dt^2} = 0$$

velocità di propagazione della perturbazione

Per analogia:

$$\frac{1}{v_{e.m.}^2} = \varepsilon_0\mu_0 \;; \quad v_{e.m.} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} \simeq 3\cdot 10^8 \, m/s$$

$$q(x,t) = A\underbrace{f_+(x - vt)}_{\text{onda progressiva}} + B\underbrace{f_-(x + vt)}_{\text{onda regressiva}} \qquad A, B \in \mathbb{R}$$

In un certo punto x_0 abbiamo q_0
ad un " istante t_0

Nel punto $x_0 + \Delta x$ si osserva q_0
all'istante $t_0 + \Delta t$

succede di sicuro se gli argomenti di f_+ sono uguali

$$\cancel{x_0} - \cancel{vt_0} = (\cancel{x_0} + \Delta x) - v(\cancel{t_0} + \Delta t)$$

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = v \, ; \quad \Delta x = v \Delta t$$

Onda regressiva: stesse ipotesi sopra: si riosserva uguale sicuramente se $\cancel{x_0} + \cancel{vt_0} = (\cancel{x_0} + \Delta x) + v(\cancel{t_0} + \Delta t)$

$$\Delta x = -v\Delta t$$

Faccio la scelta <u>onda mono-cromatica</u>

$$E = E_0 \cos(kx \mp \omega t) = E_0 \cos\left(k\left(\underbrace{x - \frac{\omega}{k} t}\right)\right)$$

$$B = B_0 \cos(kx \mp \omega t)$$

$x - vt \quad : \quad v \overset{def}{=} \frac{\omega}{k}$

$(\underline{x} - \underline{v}t)$

Poniamo $t = 0$; $E = E_0 \cos(kx)$

$\cos$ è funzione periodica

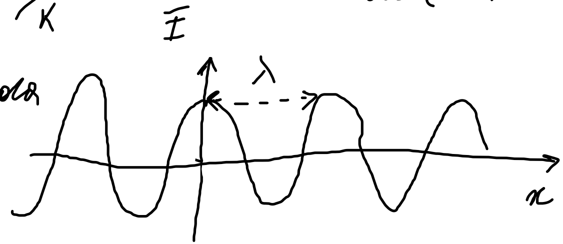
$\cos(x)$ periodo: 2π

$\cos(kx)$ periodo: $\frac{2\pi}{k}$

k: numero d'onda

$\lambda = 2\pi / k$

lungh. d'onda



Fotografia di un'onda monocrom.

Poniamo $x = 0$

$$E = E_0 \cos(-\omega t) = E_0 \cos(\omega t)$$

Periodo: $T = 2\pi / \omega$ $\qquad \omega = 2\pi / T$ pulsazione

$\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$ freq. d'onda

$$v = \frac{\omega}{k} = \frac{\cancel{2\pi}\nu}{\cancel{2\pi}}\lambda = \lambda\nu$$

Si dim. $\frac{E}{B} = c \rightarrow$ vel. luce nel vuoto

Onda che int. con el. della materia

$$\underline{F} = -e\left(\underline{E} + \underline{v}_{el} \times \underline{B}\right)$$

al max

$$\frac{F_B}{F_E} = \frac{\cancel{-e}vB}{\cancel{-e}E} = \frac{vB}{E} = \frac{v_{el}}{c} \ll 1$$

Onde mono-cromatiche sono rilevanti ?

$$E = E_0 \cos(kx - \omega t) \qquad \text{Dominio} = \mathbb{R}$$

Ampiezza massima: E_0

<u>Th</u> Fourier (Trasformata di Fourier)
un'onda generica si può decomporre come una somma (eventualmente infinita) di onde monocromatiche

$$[\mu_0] = \frac{Tm}{A}$$

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{r}$$

<u>Vettore di Poynting</u> -

$$\underline{S} = \frac{1}{\mu_0}\, \underline{E} \times \underline{B}$$

a $\perp$ S, ad n

Potenza $= |\underline{S}| \cdot a$

$$[S] = [E][B][\mu_0^{-1}]$$

$$= \frac{N}{\cancel{C}} \frac{\cancel{T}\cancel{C}}{s} \frac{1}{\cancel{T} m} = \frac{N}{ms} \cdot \frac{m}{m} = \frac{J}{m^2 s}$$

$$= W/m^2$$

$$|\underline{S}| = \frac{EB}{\mu_0} = \frac{cB^2}{\mu_0} = \frac{E^2}{\mu_0 c}$$

$\underline{E} \perp \underline{B}$

$E/B = c$

Intensité onda e.m. $= \underbrace{\langle S \rangle}_{\text{media temporale}}$

$$= \frac{cB_0^2}{2\mu_0} = \frac{E_0^2}{2\mu_0 c}$$