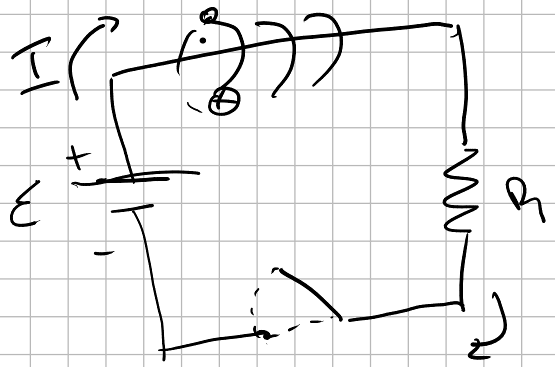
AUTOINDUZIONE ed INDUTTANZA



$I_{max} = \mathcal{E}/R$

$I \Rightarrow$ produce $B \longrightarrow$ cambia Φ_B concatenato al circuito.

$$f.e.m._{\text{indotta}} \propto \frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t} \propto \frac{\Delta B}{\Delta t} \propto \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

$$\mathcal{E}_L = -L \cdot \frac{dI}{dt}$$

L → induttanza si misura nel SI Henry $[H] = V \cdot s / A$

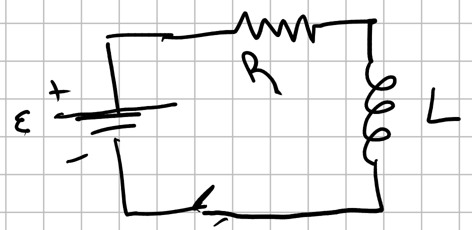
• Caso notevole
dove è facile calcolare induttanza è solenoide infinito.

$$L = \mu_0 \cdot \frac{N^2}{l} \cdot A$$

→ Solenoide sono tra gli elementi + induttivi che potete trovare in un circuito.

=> gli induttori —ellll—

• circuito RL



quando chiude interruttore.

$$i = \frac{\varepsilon}{R}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$ dove $\tau = L/R$

quando apre.

$$i = \frac{\varepsilon}{R} e^{-t/\tau}$$

$U_B = \frac{1}{2} L \cdot I^2$ $\qquad\qquad$ $\mathcal{E} = IR + L\,di/dt$

→ considerando un solenoide ideale, si può dimostrare la:

$u_B = B^2/2\mu_0$

ES n° 1 pag 389

- Abbiamo una bobina con induttanza 3 mH, la corrente che la attraversa passa da 0,2 a 1,5 A in 0,2 s, calcolare il modulo della fem indotta

$$\mathcal{E}_L = -L \, dI/dt$$

$$|\mathcal{E}_L| = L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t} = (3 \cdot 10^{-3})\left(\frac{1{,}5 - 0{,}2}{0{,}2}\right) = 1{,}95 \cdot 10^{-2} \checkmark$$

ES n° 9 pag 990

induttore di 90 mH
la corrente varia nel tempo secondo la relazione
$i(t) = 1 \cdot t^2 - 6t$ dove si suppone i in [A]
t in [s]

- Trova il modulo di $\mathcal{E}_L$ ai tempi
  $t = 1s$ e $t = 4s$

- Trova l'istante di tempo per cui $\mathcal{E}_L = 0$

$$\mathcal{E}_L = -L \, dI/dt \quad = |\mathcal{E}_L| = L \frac{di}{dt}$$

$$|\mathcal{E}_L| = \left| 90 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{d}{dt}(t^2 - 6t) \right|$$

$|\mathcal{E}_L| = |90 \cdot 10^{-3} \cdot (2t - 6)|$

per $t = 1$ $= 360 \cdot 10^{-3}\,V$

per $t = 4$ $= 180 \cdot 10^{-3}\,V$

- quando è zero.

$\mathcal{E}_L = 0$ quando $2t - 6 = 0$ $\Rightarrow t = 3s$

Es n°13 pag 990

un induttore di 10 mH è percorso da una corrente.

$i(t) = I_{max} \cdot sen(\omega t)$ dove $I_{max} = 5A$

la frequenza delle oscillazioni, $f = 60\ Hz$

calcolare la $\mathcal{E}_L$ indotta in ogni istante.

$$\mathcal{E}_L = -L \frac{di}{dt} = -L \frac{d}{dt}\left(I_{max}\, sen(\omega t)\right)$$

$$\frac{d}{dt} sen(\omega t) = \omega \cos(\omega t)$$

$$= -L\, I_{max} \cdot \omega \cos(\omega t)$$

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = 60\ Hz \qquad \omega = 2\pi f$$

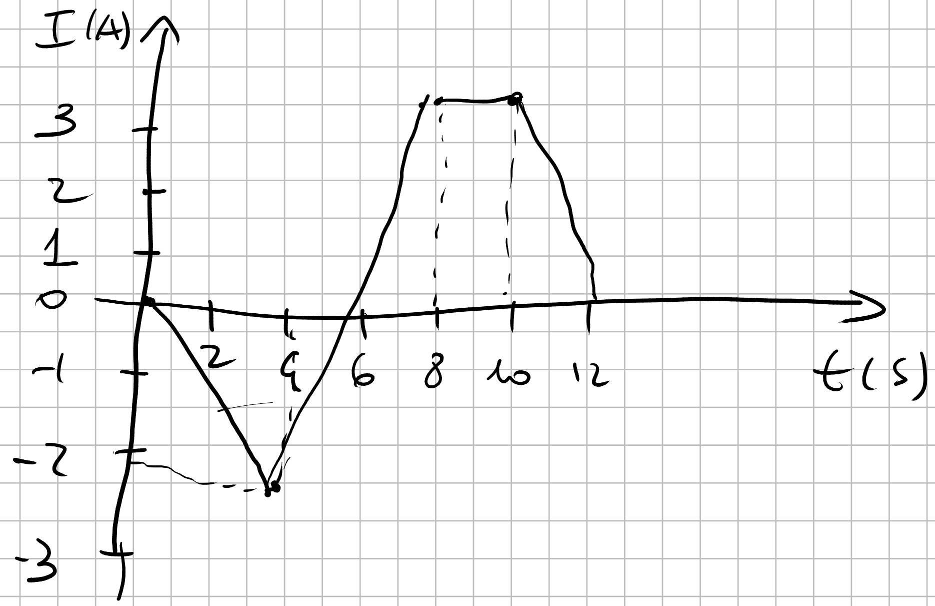
$$\varepsilon_L = -L \cdot I_{max} \cdot \omega \cdot \cos(\omega t)$$

$$= -10^{-3} \cdot \pi \cdot (2\pi \cdot 60) \cos(2\pi 60 t)$$

$$\varepsilon_L = -18{,}8 \cdot \cos(120\pi t)$$

ES n° 14 pag 990

induttore di $L = 4\,mH$, la corrente varia secondo il grafico:



ricavare il grafico

$\mathcal{E}_L(t)$

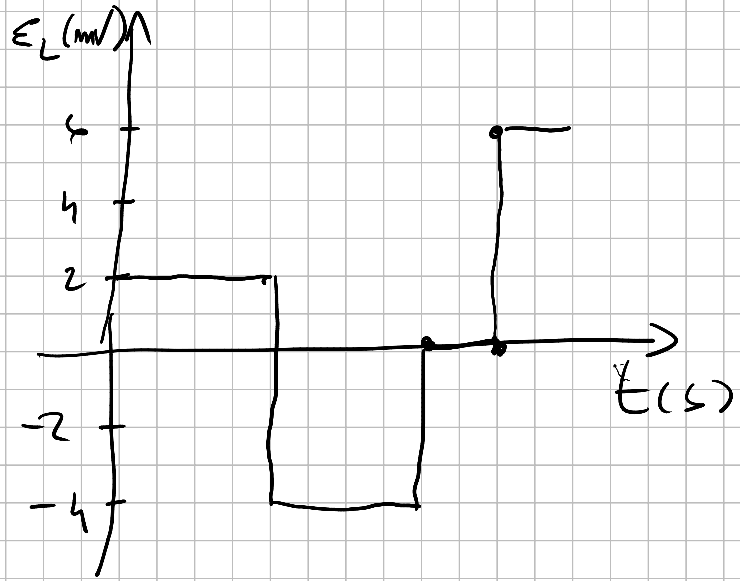
4 spettri

1) da 0 e 4 s $\quad \mathcal{E} = -4\,mH \cdot \dfrac{-2}{4} = -4 \cdot 10^{-3} \cdot -\dfrac{1}{2} = 2 \cdot 10^{-3}\,V$

2) da 4 e 8 s $\quad \mathcal{E} = -4 \cdot 10^{-3} \cdot \dfrac{5}{4} = -5 \cdot 10^{-3}\,V = -5\,mV$

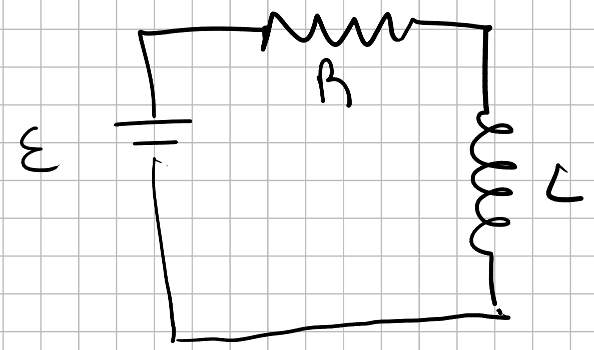
3) da 8 e 10 s $\quad \mathcal{E} = -4 \cdot 10^{-3} \cdot \dfrac{0}{2} = 0\,mV$ $\leftarrow \Delta I$

4) da 10 e 12 s $\quad \mathcal{E} = -4 \cdot 10^{-3} \cdot \dfrac{-3}{2} = +6\,mV$



ε_L (mV)
6
4
2
-2
-4
t (s)

• CIRCUITI RL



Es n°16 pag 990

$\varepsilon = 12V$, $R = 10\,\Omega$, $L = 2H$

· calcolare il tempo impiegato dalla corrente a raggiungere il 50% e il 90% del suo valore finale.

$$i(t) = \frac{\varepsilon}{R}\left(1 - e^{-t/\tau}\right) \qquad \tau = L/R$$

qual'è il valore finale $t \to \infty$, per $t \to \infty$ $e^{-t/\tau} \to 0$

$$i(\text{finale}) = i(t \to \infty) = \varepsilon/R$$

$$0,5 \frac{\cancel{\mathcal{E}}}{\cancel{R}} = \frac{\cancel{\mathcal{E}}}{\cancel{R}}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

$$e^{-t/\tau} = 0,5 \qquad \ln\left(e^{-t/\tau}\right) = \ln(0,5)$$

$$-t/\tau = \ln(0,5) \quad \Rightarrow \quad t = -\tau \ln(0,5)$$

$$\tau = L/R = 0,2$$

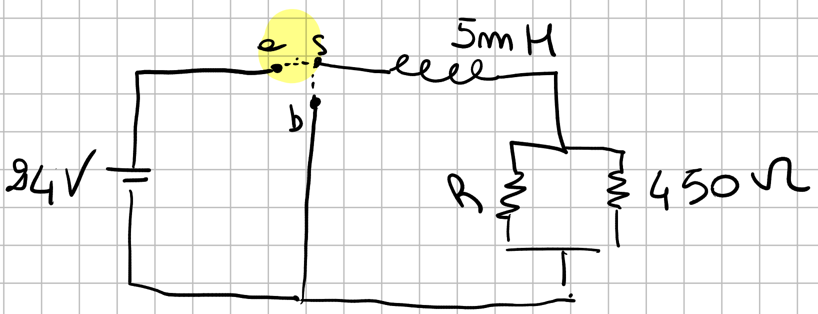
$$t = -0,2 \cdot \ln(0,5) = 0,139\ s$$

per trovare $t \rightarrow 90\%$ $\qquad 0,9\ \mathcal{E}/R$

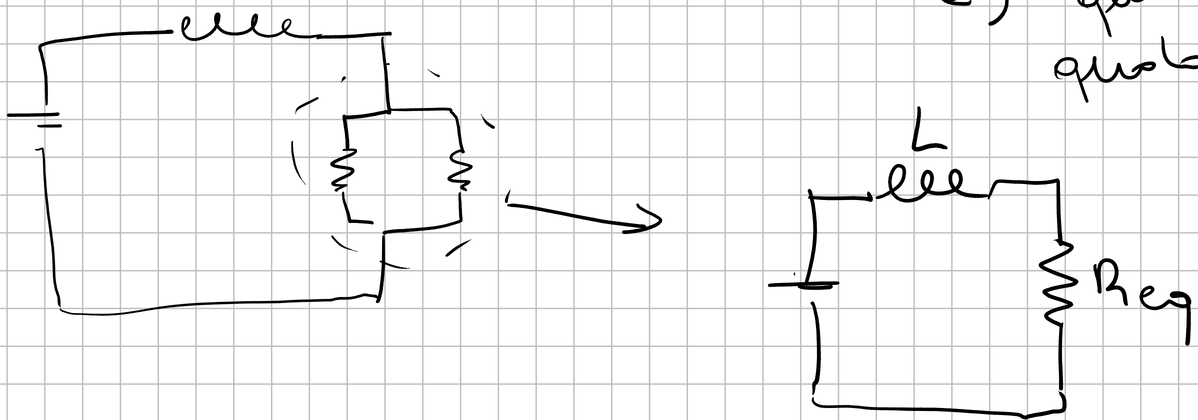
$$0,9\ \mathcal{E}/R = \mathcal{E}/R\left(1 - e^{-t/\tau}\right) \qquad e^{-t/\tau} = 0,1$$

$$t = -\tau \cdot \ln(0,1) = -0,2 \cdot \ln(0,1) = 0,461\ s$$

ES n° 19 pag 990



- Determinare R in modo tale da avere una costante $\tau = 15\mu s$
- Se inizialmente l'interruttore in posizione a) quale sarà la corrente quando viene spostato su b



$$\tau = L/R_{eq}$$

Le resistenze sono in parallelo.

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{450}$$

$$\tau = L/R_{eq} \qquad R_{eq} = L/\tau = \frac{5 \cdot 10^{-3}}{15 \cdot 10^{-6}} = 0{,}333 \cdot 10^{3}\,\Omega$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_{eq}} - \frac{1}{450} = \frac{1}{333{,}3} - \frac{1}{450}$$

$$\frac{1}{R} = \frac{450 - 333{,}3}{333{,}3 \cdot 450} \Rightarrow R = \frac{333{,}3 \cdot 450}{116{,}7} = 1285{,}2\,\Omega$$

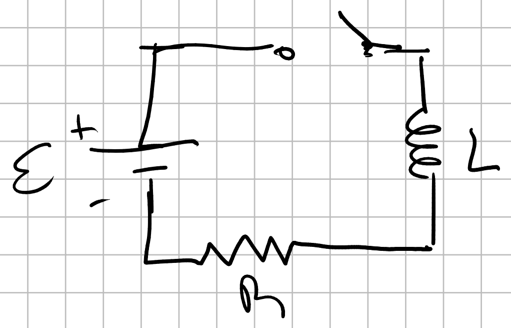
cosa succede con il teorema che a) e b)

$$i = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq}} \qquad R_{eq} = L/\tau$$

$$i = \mathcal{E} \cdot \tau/L = 24 \cdot \frac{15 \cdot 10^{-6}}{5 \cdot 10^{-3}} = 72 \cdot 10^{-3} A$$

$$i(t) = 72 \cdot 10^{-3} \cdot e^{-t/\tau} \qquad \tau \rightarrow 15 \cdot 10^{-6}$$

ES n°23 pag 991



$L = 7H$

$R = 9\,\Omega$

$\mathcal{E} = 120V$

· calcola la fem. autoindotta al tempo $t = 0{,}2\,s$

$$\mathcal{E}_L = -L\,\frac{di}{dt}$$

$$i(t) = \frac{\mathcal{E}}{R}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

$$\mathcal{E}_L = -L\,\frac{d(i(t))}{dt} =$$

$$\frac{di}{dt} = -\frac{\mathcal{E}}{R}\left(\frac{1}{\tau}\,e^{-t/\tau}\right) \qquad \tau = L/R$$

$$= -\frac{\mathcal{E}}{\cancel{R}}\cdot\frac{\cancel{R}}{L}\,e^{-t/\tau}$$

$$\varepsilon_L = -\cancel{L} \cdot \left(-\frac{\varepsilon}{\cancel{L}}\, e^{-t/\tau} \right)$$

$$\tau = 7/9 = L/R = 0{,}77\bar{7}$$

$$|\varepsilon_L| = \varepsilon\, e^{-t/\tau}$$

$$= 120\, e^{-t/0{,}\bar{7}} = 120\, e^{-0{,}257}$$

$$e^{-0{,}257} \rightarrow 0{,}773$$

$$= 120 \cdot 0{,}773 = 92{,}79\, V$$

• Metodo alternativo.

$$i(t) = \frac{\mathcal{E}}{R}\left(1 - e^{-t/\tau}\right) = \frac{120}{9}\left(1 - \underbrace{e^{-0,257}}_{0,773}\right)$$

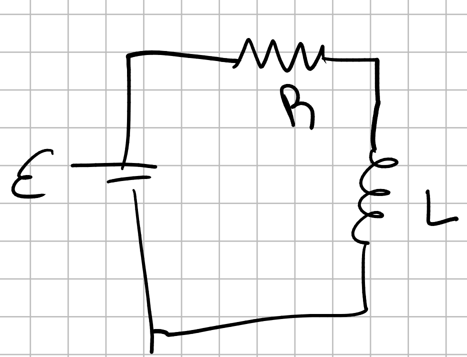
$$= 13,3 \cdot 0,227 = 3,02\,A$$

$$\Delta V_R = i \cdot R = 3,02 \cdot 9 = 27,18\,V$$

$$\Delta V_L = \mathcal{E} - \Delta V_R = 120 - 27,18 = 92,78\,V$$

c'è solo nel transiente

ES n° 34 pag 992



$\mathcal{E} = 10V$
$R = 5\Omega$
$L = 10H$

. assumendo che il circuito sia in uno stato stazionario,
$(i = I_{max})$

calcolare:
1) la potenza fornita dalla batteria
2) la potenza dissipata su R
3) la potenza dissipata su L
4) l'energia immagazzinata in L

$$i(t) = \frac{\mathcal{E}}{R}\left(1 - e^{-t/\tau}\right) \qquad I_{max} \cdot i(t \to \infty) = \mathcal{E}/R$$

$$I_{max} = \mathcal{E}/R = 10/5 = 2A$$

$$P = I \cdot \mathcal{E} = 2 \cdot 10 = 20\,W$$

- Qual' potenza dissipata da R

$$P_R = I^2 \cdot R = (2)^2 \cdot 5 = 20\,W$$

- potenza dissipata su L

$$P_L = I \cdot \Delta V_L = 0 \qquad \Delta V_L = 0$$

$$U_B = \frac{1}{2} L \cdot I^2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 2^2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 4 = 20 J$$