

**Fondamenti di Matematica Attuariale - Prof. Fabio Bellini**  
**Prova del 19/01/2022 - Tempo a disposizione 90 minuti**

**Esercizio 1** Considerare la funzione

$$S_0(x) = \left(1 - \frac{x}{120}\right)^{1/6} \quad x \in [0, 120).$$

- a) Disegnare il grafico di  $S_0$  e verificare che può rappresentare una funzione di sopravvivenza
- b) Calcolare la funzione di sopravvivenza condizionata  $S_{30}(x)$  e disegnarne il grafico. Quale relazione sussiste tra  $S_0(x)$  e  $S_{30}(x)$ ?
- c) Calcolare  ${}_{20}P_{30}$ ,  ${}_{20}Q_{30}$ ,  ${}_{20|10}Q_{30}$
- d) Calcolare le aspettative di vita complete  $\overset{\circ}{e}_0$  e  $\overset{\circ}{e}_{30}$
- e) Calcolare la forza di mortalità  $\mu_x$  e disegnarne il grafico.

**Esercizio 2** Utilizzando la tavola di mortalità

$x$	$l_x$
40	98120
41	98021
42	97913
43	97795

e un tasso annuo  $i = 5\%$ , calcolare il valore attuariale di una prestazione temporanea caso morte con scadenza tra 3 anni e capitale assicurato  $C = 500000$  Euro. Determinare i premi naturali e il premio annuo costante. Determinare infine l'andamento della riserva matematica durante la vita della polizza.

**Esercizio 3** Definire i concetti di premio esponenziale, premio di Esscher, premio media-varianza e premio media-deviazione standard. Spiegare quali di questi premi soddisfano la proprietà di monotonia e perché, e quali soddisfano la proprietà di additività per variabili indipendenti e perché. Calcolare il premio esponenziale e il premio di Esscher per la variabile casuale

$$D = \begin{cases} 0 & \text{con prob. } 9/10 \\ 10 & \text{con prob. } 1/10 \end{cases}$$

utilizzando come parametri  $r = 0$ ,  $\lambda = 0.1$  per il premio esponenziale e  $\alpha = 0.1$  per il premio di Esscher.