Appendice II Il monopolio Naturale Multi-prodotto

Ricordiamo la nozione: si definisce monopolio naturale un settore avente caratteristiche tecnologiche tali per cui l'ottimalità nella produzione si consegue quando l'intera offerta di mercato è esercitata da una sola impresa. Nel caso multi-prodotto la condizione di monopolio naturale si verifica quando la funzione di costo è subadditiva.

In generale una funzione *f* di dominio A e codominio B è subadditiva se vale la seguente proprietà (diseguaglianza non stretta)

$$\forall x, y \in A \quad f(x+y) \leq f(x) + f(y)$$

Applicazione ai costi.

Nel caso mono prodotto, a presenza di rendimenti crescenti di scala (AC>MC sempre, ovvero AC sempre decrescente nella quantità) è condizione sufficiente (anche se non necessaria) per avere subadditività nei costi per ogni valore della quantità dell'unica merce prodotta. In questo caso rientra l'esempio dei rendimenti crescenti con costo fisso e costo marginale costante. Es $C = 100 + 10x$.

Caso multioutput.

Chiamando $C(.)$ la funzione di costo corrispondente alla miglior tecnologia disponibile per produrre N output. Supponiamo che questi output siano raggruppabili in m diversi vettori

$$x^i = \left(x_1^i, \cdots, x_N^i\right) \text{ con } i \in \left(1, \cdots, i, \cdots, m\right)$$

in ognuno dei quali vi può essere uno o più degli N output.

Esiste un monopolio naturale nel caso multiprodotto se la funzione di costo è **strettamente (diseguaglianza stretta) e globalmente subadditiva**, ovvero se

$$C\left(x^1 + \cdots + x^m\right) < C(x^1) + \cdots + C(x^m) \tag{1}$$

per ciascuno degli m vettori di output. In questo caso, produrre

$$\left(x_1^1, \cdots, x_N^1\right) + \cdots + \left(x_1^m, \cdots, x_N^m\right)$$

è più "economico" farlo con una sola impresa.

La presenza di costi subadditivi ci dice che: il costo di produrre in un'unica impresa il vettore totale delle merci è inferiore alla somma dei costi derivanti dalla suddivisione dello stesso vettore su un numero di imprese

Per m = 1 ed N output, la condizione si riduce a

$$C\left(\sum_{i=1}^N x^i\right) < \sum_{i=1}^N C(x^i)$$

Costo di produrre i 2 output con la stessa impresa è minore della somma dei costi sopportati da 2 imprese che producono un output ciascuna. Un esempio semplice è la funzione data dalla radice quadrata, cosicché, per $N = 2$,

$$\sqrt{x_1 + x_2} \leq \sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}$$

con gli output definiti non negativi.

la presenza di rendimenti di scala crescenti non è né necessaria, nè sufficiente: Perché dobbiamo ora definire i rendimenti su un insieme di prodotti. Perché vi possono essere delle complementarità nella produzione di diversi beni. Quindi:

1 dobbiamo utilizzare un concetto più forte dei rendimenti di scale: costi medi incrementali decrescenti CMI

2 per considerare le complementarietà tra linee di produzione diverse utilizziamo il concetto di: economie di varietà (*economies of scope*)

ICI: E' il costo aggiuntivo di produrre la quantità xi del bene i, quando già si producono altri beni in quantità x.

Esempio con due beni: il costo incrementale del bene 1, ICI_1 è dato da

$$ICI_1 = C(x_1, x_2) - C(0, x_2)$$

Il suo valore medio rispetto a x_1 è

$$AICI_1 = \frac{C(x_1, x_2) - C(0, x_2)}{x_1}$$

Se

$$\frac{\partial AICI_1}{\partial x_1} \leq 0$$

Si ritiene che questa condizione indichi la presenza di rendimenti di scale almeno non decrescenti (quando vale =; o strettamente crescenti quando vale <) specifici per il prodotto 1, e quindi, assicuri che la produzione del bene 1 sia meno costosa (almeno non più costosa) se fatta da una sola impresa. Idem con bene 2.

ES (X è la merce 1 e Y la merce 2)

$C = \sqrt{X+Y}$ da cui $ICI_1 = \sqrt{X+Y} - \sqrt{Y}$ e pertanto $AICI_1 = \dfrac{\sqrt{X+Y} - \sqrt{Y}}{X}$. La sua derivata rispetto a X è

$$\frac{-X - 2Y + 2\sqrt{Y}\sqrt{X+Y}}{2X^2\sqrt{X+Y}} < 0$$