Analisi Matematica II per il corso di Laurea Triennale in Matematica
28 Gennaio 2020

Tempo per la prova 2 ore. Non si accetteranno altri fogli oltre a questo. E' richiesto di riportare i passaggi e i conti piú significativi in modo che lo svolgimento sia esaustivo. Gli svolgimenti disordianti o con motivazioni insufficienti non verranno presi in considerazione.

NOME E COGNOME:

---

1. **(7 punti)** Siano
$$f(x,y,z) = \frac{|z|}{(x^2+y^2+z^2)\sqrt{x^2+y^2}}$$
e $D = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \ : x^2+y^2 < z^2 < 1\}$. Stabilire se esiste
$$\int_D f(x,y,z)dx\,dy\,dz$$
e in caso affermativo calcolarlo.

2. **(7 punti)** Si consideri la funzione

$$f(x,y) = \sqrt[5]{x^2y^2(x-y^2+3)^2}$$

   a. **(3 punti)** Si stabilisca se f é differenziabile nell'origine.

   b. **(1 punti)** Si determino, se esistono, estremo superiore, estremo inferiore, massimo assoluto e minimo assoluto della funzione nel suo domino.

   c. **(3 punti)** Si determino, se esistono, massimi e minimi locali della funzione nel suo domino.

3. **(6 punti)** Si consideri il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} 25x^2y'' + 25xy' - 36y = 11x \\ y(1) = a \\ y'(1) = b \end{cases}$$

a. **(3 punti)** Si stabilisca, al variare di $(a, b) \in \mathbb{R}^2$, se esiste unica la soluzione locale e in caso affermativo determinarla;

b. **(3 punti)** stabilire se esistono valori di (a, b) per cui la soluzione locale é definita su tutto $\mathbb{R}$ e discuterne l'eventuale unicitá;

4. **(5 punti)** Dopo aver discusso l'esistenza e l'unicitá della soluzione locale del seguente problema di Cauchy,

$$\begin{cases} y' = \dfrac{t}{y} + \dfrac{2y}{t} \\ y(1) = -2 \end{cases}$$

la si determini.

5. **(7 punti)** Data la successione di funzioni

$$f_n(x) = \sqrt[n]{|x|}e^{nx},$$

a **(2 punti)** si determini l'insieme E di convergenza semplice e la funzione limite.

b **(3 punti)** Si stabilisca se la convergenza é uniforme su E.

c **(2 punti)** Si determinino tutti gli eventuali insiemi di convergenza uniforme.