

Un linguaggio di programmazione imperativo

Espressioni aritmetiche

三

$$\forall z \in \mathbb{Z} \quad z \in E \quad \forall e_1, e_2 \in E \quad (e_1 + e_2), (e_1 - e_2), -e_1, (e_1 * e_2), (e_1 / e_2), (e_1 \% e_2) \in E$$

Espressioni logiche

2

true, false $\in \mathbb{B}$

$\forall b_1, b_2 \in B$

$(b_1 \& b_2)$, $(b_1 | b_2)$, $|b_1 \in \mathbb{B}$

$(e_1 \leq e_2) \in \mathbb{B}$

Comandi

1

$\text{skip} \in \mathbb{C}$

```

graph TD
    variable[variable] --> expr_arith["expr. aritmetica"]
    variable --> expr_logic["expr. logica"]
    expr_arith --> v["v := e ∈ C"]
    expr_logic --> if_then_else["if B then C else D endif"]

```

```

graph TD
    Constructos[Constructos] --> ExpresionLogica[expresión lógica]
    Constructos --> Comando[comando]
    ExpresionLogica --> IfB[if B then C else D endif]
    ExpresionLogica --> Ciclo[ciclo]
    Comando --> Lectura[lectura]
    Comando --> Escritura[escritura]

```

C; D e A

C D E F

comandi

expr. logica

Logica di Hoare

→ comando

Tripla

$\{ p \} \ C \ \{ q \}$

\overline{T} precondizione

$\overline{\text{formule ben formate}}$

Regola di derivazione

$\frac{T_1, \dots, T_m, f_1, \dots, f_n}{T}$ premesse

conclusione

T_i tripla
 f_i formula ben formata

Dimostrazione

$$\frac{\overline{\quad}}{\overline{\overline{T_1}} \quad f_1} \quad \frac{\overline{\overline{T_2}} \quad f_2}{\overline{\overline{\overline{T_3}} \quad \overline{T_4}}} \quad \frac{\overline{\quad}}{\overline{T_6}}$$

Logica di Hoare - regole di derivazione

①

$$\frac{}{\{p\} \text{ skip } \{p\}} \quad \text{skip}$$

②

$$\frac{\{p\} C \{p'\} \quad \{p'\} D \{q\}}{\{p\} C; D \{q\}}$$

sequenza, composizione

③

$$\frac{\{p \wedge B\} C \{q\} \quad \{p \wedge \neg B\} D \{q\}}{\{p\} \text{ if } B \text{ then } C \text{ else } D \text{ endif } \{q\}}$$

scelta

④

$$\text{Obiettivo } \{x > 0\} C \{x = 2^y\}$$

$$\text{Supponiamo } \vdash \{x \geq 0\} C \{x = 2^y\}$$

$$\text{Osserviamo } x > 0 \rightarrow x \geq 0 \quad \Rightarrow \vdash \{x > 0\} C \{x = 2^y\}$$

$$p \rightarrow p' \quad \{p'\} C \{q\}$$

implicazione, conseguenza (I)

$$\frac{\{p\} C \{q\} \quad q \rightarrow q'}{\{p\} C \{q'\}}$$

Logica di Hoare - regole di derivazione

Assegnamento

$$x := y + 2 \quad \{x \geq 0\}$$

Quale precondizione garantisce la postcondizione richiesta?

$$\vdash \{y \geq -2\} \quad x := \underbrace{y + 2}_{E} \quad \{x \geq 0\}$$

p

9

⑤

assegnamento

$$\overline{\{q[E/x]\}} \quad x := E \{q\}$$

|

Sostituisco ogni occorrenza di x in q con E