

L'analisi della varianza

Confronti post hoc e a priori

Giovanni Battista Flebus

Che si fa quando l'Anova è significativa?

- Limitarsi a constatare che il risultato di un'analisi della varianza è significativo può essere insufficiente per gli scopi della ricerca, soprattutto se inserita in un esperimento in cui ci si attende che le medie dei gruppi siano uguali.
- Ci si attende non solo di verificare **se** un gruppo è diverso dagli altri, ma soprattutto **quale gruppo** (o quali gruppi) sono diversi dagli altri
- La risposta è duplice...

Due tipi di confronti

- Confronti pianificati (o a priori)
- Prevedono un ordine nei gruppi, o possibili raggruppamenti, secondo la teoria che ha ispirato la ricerca
- Confronti post hoc (o a posteriori)
- Non si fanno ipotesi, ma si vuole sapere quali gruppi possono essere considerati uguali

E degli altri gruppi, che si può dire?

Come si differenziano fra di loro? Esiste un solo gruppo diverso dagli altri? Esistono più gruppi diversi dagli altri? Si possono individuare i gruppi simili e quelli diversi?

Confronti a priori

- Oltre ai post hoc si possono effettuare dei confronti **a priori** ovvero decisi prima ancora di effettuare l'Anova, sulla base di una teoria o di una procedura sperimentale
- Questi confronti si chiamano anche **contrast**i perché contrastano la media di uno o più gruppi con quella di altri; per esempio il primo con i seguenti, il secondo con i seguenti ecc. oppure anche l'ultimo con tutti gli altri, oppure anche il penultimo con gli altri.

Anche in questo caso ci sono due possibilità:

1. contrasti predefiniti: lineare, quadratico, Helmert...
2. contrasti decisi da noi

Contrasti a priori

- Occorre inserire dei coefficienti numerici, usando dei numeri interi positivi e negativi, in modo che la loro somma sia sempre uguale a zero. I coefficienti possono essere anche uguali a zero, quando si vuole contrastare alcuni gruppi trascurandone altri.

Ecco un esempio

Con SPSS

In Spss, premete il bottone Contrasti...

- se selezionare Polinomiale, poi potete scegliere fra Lineare, Quadratico, Cubico... (si ipotizza che le medie aumentano o diminuiscono nella varie categorie in modo lineare, quadratico...)
altrimenti si dovranno inserire dei coefficienti (uno alla volta e poi premere Aggiungi).
E' possibile testare più di un contrasto simultaneamente

Ipotesi per confrontare le scuole di destinazione degli studenti

- Le scuole hanno questi numeri (dobbiamo ricordarceli per confrontare i gruppi)

| | | scuola | |
|--------|---------------|-----------|-------------|
| | | Frequenza | Percentuale |
| Valido | 1 CFP | 128 | 20,2 |
| | 2 IPSIA | 105 | 16,5 |
| | 3 ipscom | 62 | 9,8 |
| | 4 ITC | 120 | 18,9 |
| | 5 ITI | 72 | 11,3 |
| | 6 Classico | 31 | 4,9 |
| | 7 Scientifico | 80 | 12,6 |
| | 8 Magistrali | 37 | 5,8 |
| | Totale | 635 | 100,0 |

Ipotesi per confrontare le scuole di destinazione degli studenti

- Ipotesi 1: I **corsi di formazione professionale** attirano gli studenti con punteggi più bassi
 - Coefficienti -7 1 1 1 1 1 1
- Ipotesi 2 : **le scuole professionali** attirano studenti con punteggi più bassi
 - Coefficienti -5 -5 -5 3 3 3 3 3
- Ipotesi 3 **I licei** attirano gli studenti con i punteggi più alti
 - Coefficienti -3 -3 -3 -3 -3 9 9 -3
- Ipotesi 4 I **due istituti tecnici** hanno punteggi uguali fra di loro
 - Coefficienti 0 0 0 1 -1 0 0 0

ANOVA a una via

Elenco dipendenti:

- g2
- g3
- g4

Fattore:

scuola

Contrasti...
Post Hoc...
Opzioni...
Bootstrap...

OK Incolla Reimposta Annulla Guida

ANOVA a una via: Contrasti

Polinomiale Grado: Lineare

Contrasto 2 di 2

Indietro Avanti

Coefficienti:

Aggiungi Modifica Rimuovi

-5
-5
-5
3
3
3
3
3
3

Totale coefficienti: 0,000

Continua Annulla Guida

Output di SPSS

- `ONEWAY g1 g2 g3 g4 BY scuola`
- `/CONTRAST= 7 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1`
- `/contrast= 5 5 5 -3 -3 -3 -3 -3`
- `/contrast = 0 0 0 0 0 1 -1 0`
- `/contrast= 0 0 0 1 -1 0 0 0`
- `/MISSING ANALYSIS`

ANOVA

| | | Somma dei quadrati | gl | Media quadratica | F | Sign. |
|-----------------------------|----------------|--------------------|-----|------------------|--------|-------|
| g1 confronto di lettere | Tra gruppi | 13250,576 | 7 | 1892,939 | 14,802 | ,000 |
| | Entro i gruppi | 80184,568 | 627 | 127,886 | | |
| | Totale | 93435,143 | 634 | | | |
| g2 calcoli | Tra gruppi | 2537,436 | 7 | 362,491 | 26,701 | ,000 |
| | Entro i gruppi | 8512,249 | 627 | 13,576 | | |
| | Totale | 11049,685 | 634 | | | |
| g3 visualizzazione spaziale | Tra gruppi | 1097,114 | 7 | 156,731 | 8,030 | ,000 |
| | Entro i gruppi | 12237,853 | 627 | 19,518 | | |
| | Totale | 13334,967 | 634 | | | |
| g4 vocabolario | Tra gruppi | 5842,462 | 7 | 834,637 | 47,497 | ,000 |
| | Entro i gruppi | 11017,844 | 627 | 17,572 | | |
| | Totale | 16860,306 | 634 | | | |

Coefficienti di contrasto

| Contrasto | scuola | | | | | | | |
|-----------|--------|---------|----------|-------|-------|------------|---------------|--------------|
| | 1 CFP | 2 IPSIA | 3 ipscom | 4 ITC | 5 ITI | 6 Classico | 7 Scientifico | 8 Magistrali |
| 1 | 7 | -1 | -1 | -1 | -1 | -1 | -1 | -1 |
| 2 | 5 | 5 | 5 | -3 | -3 | -3 | -3 | -3 |
| 3 | -2 | -2 | -2 | -2 | -2 | 6 | 6 | -2 |
| 4 | 0 | 0 | 0 | 1 | -1 | 0 | 0 | 0 |

Test di contrasto

| | | Contrasto | Valore del contrasto | Errore std. | t | gl | Sign. (a due code) |
|-----------------------------|--------------------------------|-----------|----------------------|-------------|---------|---------|--------------------|
| g1 confronto di lettere | Presumi varianze uguali | 1 | -51,67 | 8,016 | -6,446 | 627 | ,000 |
| | | 2 | -95,49 | 14,669 | -6,509 | 627 | ,000 |
| | | 3 | 69,43 | 15,760 | 4,406 | 627 | ,000 |
| | | 4 | ,91 | 1,686 | ,539 | 627 | ,590 |
| | Non presumer e varianze uguali | 1 | -51,67 | 8,364 | -6,177 | 196,705 | ,000 |
| | | 2 | -95,49 | 14,363 | -6,648 | 340,375 | ,000 |
| | | 3 | 69,43 | 15,015 | 4,624 | 92,131 | ,000 |
| | | 4 | ,91 | 1,618 | ,561 | 163,916 | ,575 |
| g2 calcoli | Presumi varianze uguali | 1 | -25,25 | 2,612 | -9,668 | 627 | ,000 |
| | | 2 | -46,35 | 4,780 | -9,698 | 627 | ,000 |
| | | 3 | 27,08 | 5,135 | 5,274 | 627 | ,000 |
| | | 4 | -,21 | ,549 | -,374 | 627 | ,708 |
| | Non presumer e varianze uguali | 1 | -25,25 | 3,167 | -7,975 | 159,093 | ,000 |
| | | 2 | -46,35 | 4,467 | -10,377 | 411,722 | ,000 |
| | | 3 | 27,08 | 3,822 | 7,085 | 139,096 | ,000 |
| | | 4 | -,21 | ,480 | -,428 | 155,902 | ,669 |
| g3 visualizzazione spaziale | Presumi varianze uguali | 1 | -15,44 | 3,132 | -4,931 | 627 | ,000 |
| | | 2 | -13,51 | 5,731 | -2,357 | 627 | ,019 |
| | | 3 | 10,10 | 6,157 | 1,641 | 627 | ,101 |

Confronti post-hoc

- Sono confronti che si fanno **a posteriori**, se l'Anova è significativa e se ci sono più di 2 gruppi in una variabile indipendente
- Il principio che si persegue è quella di tenere sotto controllo i problemi di significatività legati ai confronti multipli, cercando un equilibrio fra il rischio di elevare o abbassare la probabilità di dichiarare valide delle differenze che non lo sono (errore di primo tipo), oppure al contrario di rifiutare di considerare valide delle differenze che sono reali (errore di secondo tipo)

Varie procedure

Vi sono diverse procedure di confronti; alcuni presumono che le varianze siano uguali:

- LSD (Least Significant Difference),
- Bonferroni
- Sidak
- Scheffé,
- SNK (Student-Neumann-Kouls),
- Tukey HSD (Honestly Significant Difference),
- Duncan,
- Hochberg,
- Gabriel,
- Waller-Duncan,
- Dunnett

- Altre procedure non presuppongono uguaglianza di varianza:
- Tamhane
- Dunnett
- Games-Howell
- C di Dunnett

Gli output sono di due tipi

1. confronti multipli completi
2. gruppi omogenei

Esempio con dati reali

- Differenze di vocabolario nei quattro gruppi di studenti di terza media

Descrittivi

g4 vocabolario

| | N | Media | Deviazione std. | Errore std. | Intervallo di confidenza 95% per la media | | Minimo | Massimo |
|--------|-----|-------|--------------------|-------------|---|---------------------|--------|---------|
| | | | | | Limite inferiore | Limite superiore | | |
| 13 | 21 | 18,90 | 5,638 | 1,230 | 16,34 | 21,47 | 8 | 28 |
| 14 | 515 | 18,47 | 5,163 | ,227 | 18,02 | 18,91 | 4 | 35 |
| 15 | 87 | 15,37 | 4,273 | ,458 | 14,46 | 16,28 | 8 | 28 |
| 16 | 12 | 17,17 | 4,407 | 1,272 | 14,37 | 19,97 | 12 | 28 |
| Totale | 635 | 18,03 | 5,157 | ,205 | 17,63 | 18,43 | 4 | 35 |

Il test F è significativo

ANOVA univariata

g4 vocabolario

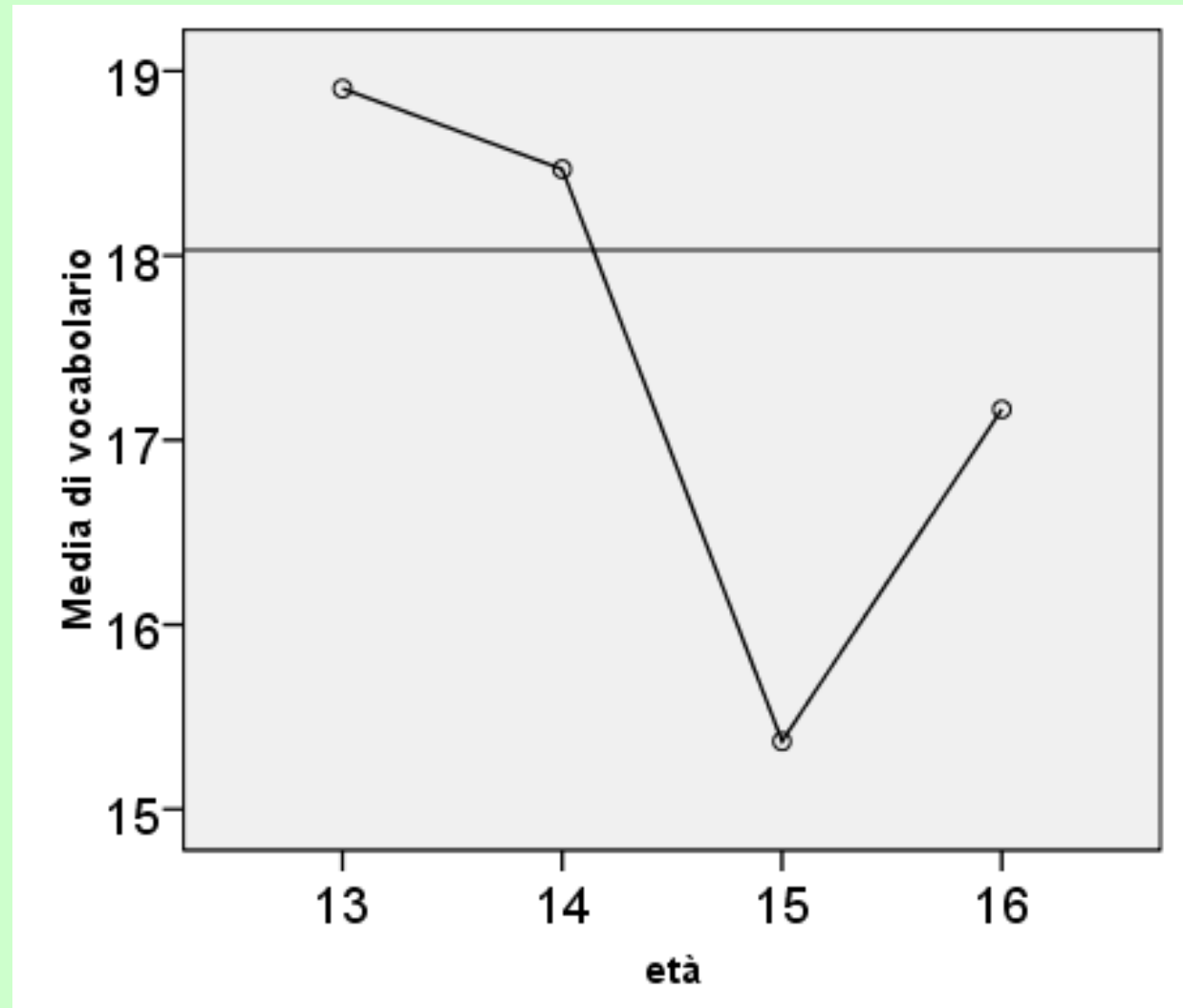
| | Somma dei quadrati | df | Media dei quadrati | F | Sig. |
|--------------|--------------------------|-----|-----------------------|-------|------|
| Fra gruppi | 740,378 | 3 | 246,793 | 9,660 | ,000 |
| Entro gruppi | 16119,9 | 631 | 25,547 | | |
| Totale | 16860,3 | 634 | | | |

Si conclude che...

Almeno un gruppo ha la media diversa dagli altri.

In altre parole, il gruppo con la media più alta è statisticamente diverso dal gruppo con la media più bassa.

Un grafico è sempre utile...



Test post hoc

(LSD, Least Significant Differences)

Confronti multipli

Variabile dipendente: g4 vocabolario

| | (I) età | (J) età | Differenza fra medie (I-J) | Errore std. | Sig. | Intervallo di confidenza 95% | |
|-----|---------|---------|----------------------------|-------------|------|------------------------------|------------------|
| | | | | | | Limite inferiore | Limite superiore |
| LSD | 13 | 14 | ,437 | 1,125 | ,698 | -1,77 | 2,65 |
| | | 15 | 3,537* | 1,229 | ,004 | 1,12 | 5,95 |
| | | 16 | 1,738 | 1,829 | ,342 | -1,85 | 5,33 |
| | 14 | 13 | -,437 | 1,125 | ,698 | -2,65 | 1,77 |
| | | 15 | 3,100* | ,586 | ,000 | 1,95 | 4,25 |
| | | 16 | 1,301 | 1,476 | ,378 | -1,60 | 4,20 |
| | 15 | 13 | -3,537* | 1,229 | ,004 | -5,95 | -1,12 |
| | | 14 | -3,100* | ,586 | ,000 | -4,25 | -1,95 |
| | | 16 | -1,799 | 1,556 | ,248 | -4,86 | 1,26 |
| | 16 | 13 | -1,738 | 1,829 | ,342 | -5,33 | 1,85 |
| | | 14 | -1,301 | 1,476 | ,378 | -4,20 | 1,60 |
| | | 15 | 1,799 | 1,556 | ,248 | -1,26 | 4,86 |

*. La differenza media è significativa al livello .05

Test dei sottoinsieme omogenei (SNK, Student Neuman Keuls)

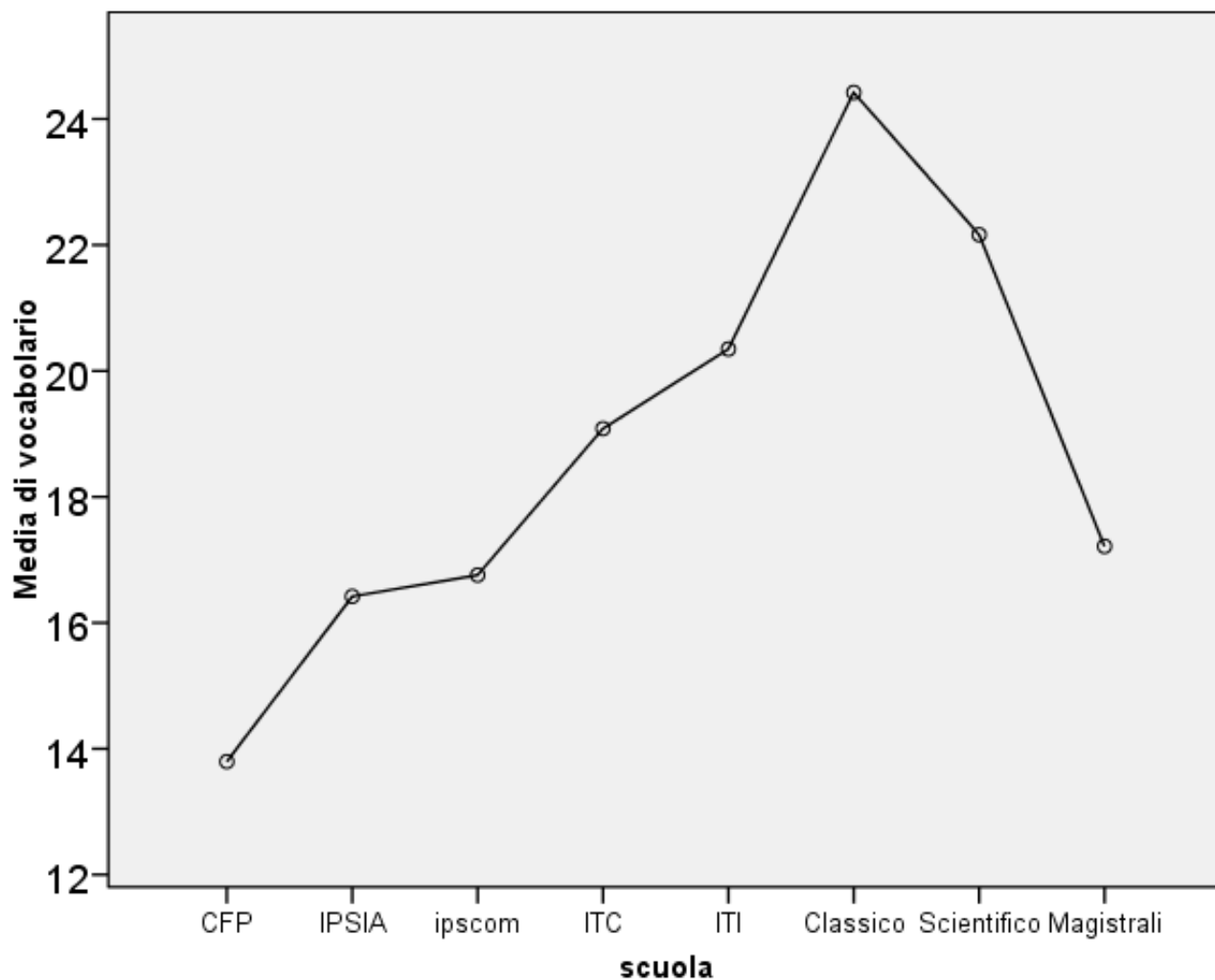
g4 vocabolario

| | età | N | Sottoinsieme per alfa = .05 | |
|---|------|-----|--------------------------------|-------|
| | | | 1 | 2 |
| Student-Newman- Keuls ^{a,b} | 15 | 87 | 15,37 | |
| | 16 | 12 | 17,17 | 17,17 |
| | 14 | 515 | 18,47 | 18,47 |
| | 13 | 21 | | 18,90 |
| | Sig. | | | ,059 |

Sono visualizzate le medie per i gruppi di sottoinsiemi omogenei.

- a. Utilizza dimensione campionaria media armonica = 27,703.
- b. Le dimensioni dei gruppi non sono uguali. Verrà utilizzata la media armonica delle dimensioni dei gruppi. Non vengono garantiti i livelli di errore Tipo I.

Dati sul test di vocabolario, per scuole



Descrittivi

g4 vocabolario

| | N | Media | Devia ste |
|---------------|-----|-------|--------------|
| 1 CFP | 128 | 13,80 | 3 |
| 2 IPSIA | 105 | 16,42 | 4 |
| 3 ipscom | 62 | 16,76 | 3 |
| 4 ITC | 120 | 19,08 | 4 |
| 5 ITI | 72 | 20,35 | 3 |
| 6 Classico | 31 | 24,42 | 4 |
| 7 Scientifico | 80 | 22,16 | 4 |
| 8 Magistrali | 37 | 17,22 | 4 |
| Totale | 635 | 18,03 | 5 |

Le differenze di vocabolario in studenti che andranno in scuole diverse non ci sorprende

ANOVA univariata

g4 vocabolario

| | Somma dei quadrati | df | Media dei quadrati | F | Sig. |
|--------------|--------------------|-----|--------------------|--------|------|
| Fra gruppi | 5842,46 | 7 | 834,637 | 47,497 | ,000 |
| Entro gruppi | 11017,8 | 627 | 17,572 | | |
| Totale | 16860,3 | 634 | | | |

Il test post hoc sui gruppo omogenei dà risultati molto ben interpretabili

g4 vocabolario

| | scuola | N | Sottoinsieme per alfa = .05 | | | | | |
|-------------------------------------|---------------|-----|-----------------------------|-------|-------|-------|---|-------|
| | | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | |
| Student-Newman-Keuls ^{a,b} | 1 CFP | 128 | 13,80 | | | | | |
| | 2 IPSIA | 105 | | 16,42 | | | | |
| | 3 ipscom | 62 | | 16,76 | | | | |
| | 8 Magistrali | 37 | | 17,22 | | | | |
| | 4 ITC | 120 | | | 19,08 | | | |
| | 5 ITI | 72 | | | 20,35 | | | |
| | 7 Scientifico | 80 | | | | 22,16 | | |
| | 6 Classico | 31 | | | | | | 24,42 |
| Sig. | | | 1,000 | ,536 | ,092 | 1,000 | | 1,000 |

Sono visualizzate le medie per i gruppi di sottoinsiemi omogenei.

a. Utilizza dimensione campionaria media armonica = 62,759.

b. Le dimensioni dei gruppi non sono uguali. Verrà utilizzata la media armonica delle dimensioni dei gruppi. Non vengono garantiti i livelli di errore Tipo I.

Le differenze di vocabolario in studenti che andranno in scuole diverse non ci sorprende

ANOVA univariata

g4 vocabolario

| | Somma dei quadrati | df | Media dei quadrati | F | Sig. |
|--------------|--------------------|-----|--------------------|--------|------|
| Fra gruppi | 5842,46 | 7 | 834,637 | 47,497 | ,000 |
| Entro gruppi | 11017,8 | 627 | 17,572 | | |
| Totale | 16860,3 | 634 | | | |

Descrittivi

g4 vocabolario

| | N | Media | Deviazione std. |
|---------------|-----|-------|-----------------|
| 1 CFP | 128 | 13,80 | 3,528 |
| 2 IPSIA | 105 | 16,42 | 4,258 |
| 3 ipscom | 62 | 16,76 | 3,570 |
| 4 ITC | 120 | 19,08 | 4,572 |
| 5 ITI | 72 | 20,35 | 3,958 |
| 6 Classico | 31 | 24,42 | 4,911 |
| 7 Scientifico | 80 | 22,16 | 4,811 |
| 8 Magistrali | 37 | 17,22 | 4,158 |
| Totale | 635 | 18,03 | 5,157 |

