

L'analisi della varianza

Confronti post hoc e a priori

Giovanni Battista Flebus

Che si fa quando l'Anova è significativa?

- Limitarsi a constatare che il risultato di un'analisi della varianza è significativo può essere insufficiente per gli scopi della ricerca, soprattutto se inserita in un esperimento in cui ci si attende che le medie dei gruppi siano uguali.
- Ci si attende non solo di verificare **se** un gruppo è diverso dagli altri, ma soprattutto **quale gruppo** (o quali gruppi) sono diversi dagli altri
- La risposta è duplice...

Due tipi di confronti

- Confronti pianificati (o a priori)
- Prevedono un ordine nei gruppi, o possibili raggruppamenti, secondo la teoria che ha ispirato la ricerca
- Confronti post hoc (o a posteriori)
- Non si fanno ipotesi, ma si vuole sapere quali gruppi possono essere considerati uguali

E degli altri gruppi, che si può dire?

Come si differenziano fra di loro? Esiste un solo gruppo diverso dagli altri? Esistono più gruppi diversi dagli altri? Si possono individuare i gruppi simili e quelli diversi?

Confronti a priori

- Oltre ai post hoc si possono effettuare dei confronti **a priori** ovvero decisi prima ancora di effettuare l'Anova, sulla base di una teoria o di una procedura sperimentale
- Questi confronti si chiamano anche **contrast** perché contrastano la media di uno o più gruppi con quella di altri; per esempio il primo con i seguenti, il secondo con i seguenti ecc. oppure anche l'ultimo con tutti gli altri, oppure anche il penultimo con gli altri.

Anche in questo caso ci sono due possibilità:

1. contrasti predefiniti: lineare, quadratico, Helmert...
2. contrasti decisi da noi

Contrasti a priori

- Occorre inserire dei coefficienti numerici, usando dei numeri interi positivi e negativi, in modo che la loro somma sia sempre uguale a zero. I coefficienti possono essere anche uguali a zero, quando si vuole contrastare alcuni gruppi trascurandone altri.

Ecco un esempio

Con SPSS

In Spss, premete il bottone Contrasti...

- se selezionare Polinomiale, poi potete scegliere fra Lineare, Quadratico, Cubico... (si ipotizza che le medie aumentano o diminuiscono nella varie categorie in modo lineare, quadratico...)
altrimenti si dovranno inserire dei coefficienti (uno alla volta e poi premere Aggiungi).
E' possibile testare più di un contrasto simultaneamente

Ipotesi per confrontare le scuole di destinazione degli studenti

- Le scuole hanno questi numeri (dobbiamo ricordarceli per confrontare i gruppi)

		scuola	
		Frequenza	Percentuale
Valido	1 CFP	128	20,2
	2 IPSIA	105	16,5
	3 ipscom	62	9,8
	4 ITC	120	18,9
	5 ITI	72	11,3
	6 Classico	31	4,9
	7 Scientifico	80	12,6
	8 Magistrali	37	5,8
	Totale	635	100,0

Ipotesi per confrontare le scuole di destinazione degli studenti

- Ipotesi 1: I **corsi di formazione professionale** attirano gli studenti con punteggi più bassi
 - Coefficienti -7 1 1 1 1 1 1
- Ipotesi 2 : **le scuole professionali** attirano studenti con punteggi più bassi
 - Coefficienti -5 -5 -5 3 3 3 3 3
- Ipotesi 3 **I licei** attirano gli studenti con i punteggi più alti
 - Coefficienti -3 -3 -3 -3 -3 9 9 -3
- Ipotesi 4 I **due istituti tecnici** hanno punteggi uguali fra di loro
 - Coefficienti 0 0 0 1 -1 0 0 0

ANOVA a una via

Elenco dipendenti:

- g2
- g3
- g4

Fattore:

scuola

Contrasti...
Post Hoc...
Opzioni...
Bootstrap...

OK Incolla Reimposta Annulla Guida

ANOVA a una via: Contrasti

Polinomiale Grado: Lineare

Contrasto 2 di 2

Indietro Avanti

Coefficienti:

Aggiungi	-5
Modifica	-5
Rimuovi	-5
	3
	3
	3
	3
	3
	3

Totale coefficienti: 0,000

Continua Annulla Guida

Output di SPSS

- `ONEWAY g1 g2 g3 g4 BY scuola`
- `/CONTRAST= 7 -1 -1 -1 -1 -1 -1 -1`
- `/contrast= 5 5 5 -3 -3 -3 -3 -3`
- `/contrast = 0 0 0 0 0 1 -1 0`
- `/contrast= 0 0 0 1 -1 0 0 0`
- `/MISSING ANALYSIS`

ANOVA

		Somma dei quadrati	gl	Media quadratica	F	Sign.
g1 confronto di lettere	Tra gruppi	13250,576	7	1892,939	14,802	,000
	Entro i gruppi	80184,568	627	127,886		
	Totale	93435,143	634			
g2 calcoli	Tra gruppi	2537,436	7	362,491	26,701	,000
	Entro i gruppi	8512,249	627	13,576		
	Totale	11049,685	634			
g3 visualizzazione spaziale	Tra gruppi	1097,114	7	156,731	8,030	,000
	Entro i gruppi	12237,853	627	19,518		
	Totale	13334,967	634			
g4 vocabolario	Tra gruppi	5842,462	7	834,637	47,497	,000
	Entro i gruppi	11017,844	627	17,572		
	Totale	16860,306	634			

Coefficienti di contrasto

Contrasto	scuola							
	1 CFP	2 IPSIA	3 ipscom	4 ITC	5 ITI	6 Classico	7 Scientifico	8 Magistrali
1	7	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
2	5	5	5	-3	-3	-3	-3	-3
3	-2	-2	-2	-2	-2	6	6	-2
4	0	0	0	1	-1	0	0	0

Test di contrasto

		Contrasto	Valore del contrasto	Errore std.	t	gl	Sign. (a due code)
g1 confronto di lettere	Presumi varianze uguali	1	-51,67	8,016	-6,446	627	,000
		2	-95,49	14,669	-6,509	627	,000
		3	69,43	15,760	4,406	627	,000
		4	,91	1,686	,539	627	,590
	Non presumere e varianze uguali	1	-51,67	8,364	-6,177	196,705	,000
		2	-95,49	14,363	-6,648	340,375	,000
		3	69,43	15,015	4,624	92,131	,000
		4	,91	1,618	,561	163,916	,575
g2 calcoli	Presumi varianze uguali	1	-25,25	2,612	-9,668	627	,000
		2	-46,35	4,780	-9,698	627	,000
		3	27,08	5,135	5,274	627	,000
		4	-,21	,549	-,374	627	,708
	Non presumere e varianze uguali	1	-25,25	3,167	-7,975	159,093	,000
		2	-46,35	4,467	-10,377	411,722	,000
		3	27,08	3,822	7,085	139,096	,000
		4	-,21	,480	-,428	155,902	,669
g3 visualizzazione spaziale	Presumi varianze uguali	1	-15,44	3,132	-4,931	627	,000
		2	-13,51	5,731	-2,357	627	,019
		3	10,10	6,157	1,641	627	,101

Confronti post-hoc

- Sono confronti che si fanno **a posteriori**, se l'Anova è significativa e se ci sono più di 2 gruppi in una variabile indipendente
- Il principio che si persegue è quella di tenere sotto controllo i problemi di significatività legati ai confronti multipli, cercando un equilibrio fra il rischio di elevare o abbassare la probabilità di dichiarare valide delle differenze che non lo sono (errore di primo tipo), oppure al contrario di rifiutare di considerare valide delle differenze che sono reali (errore di secondo tipo)

Varie procedure

Vi sono diverse procedure di confronti; alcuni presumono che le varianze siano uguali:

- LSD (Least Significant Difference),
- Bonferroni
- Sidak
- Scheffé,
- SNK (Student-Neumann-Kouls),
- Tukey HSD (Honestly Significant Difference),
- Duncan,
- Hochberg,
- Gabriel,
- Waller-Duncan,
- Dunnett

- Altre procedure non presuppongono uguaglianza di varianza:
- Tamhane
- Dunnett
- Games-Howell
- C di Dunnett

Gli output sono di due tipi

1. confronti multipli completi
2. gruppi omogenei

Esempio con dati reali

- Differenze di vocabolario nei quattro gruppi di studenti di terza media

Descrittivi

g4 vocabolario

	N	Media	Deviazione std.	Errore std.	Intervallo di confidenza 95% per la media		Minimo	Massimo
					Limite inferiore	Limite superiore		
13	21	18,90	5,638	1,230	16,34	21,47	8	28
14	515	18,47	5,163	,227	18,02	18,91	4	35
15	87	15,37	4,273	,458	14,46	16,28	8	28
16	12	17,17	4,407	1,272	14,37	19,97	12	28
Totale	635	18,03	5,157	,205	17,63	18,43	4	35

Il test F è significativo

ANOVA univariata

g4 vocabolario

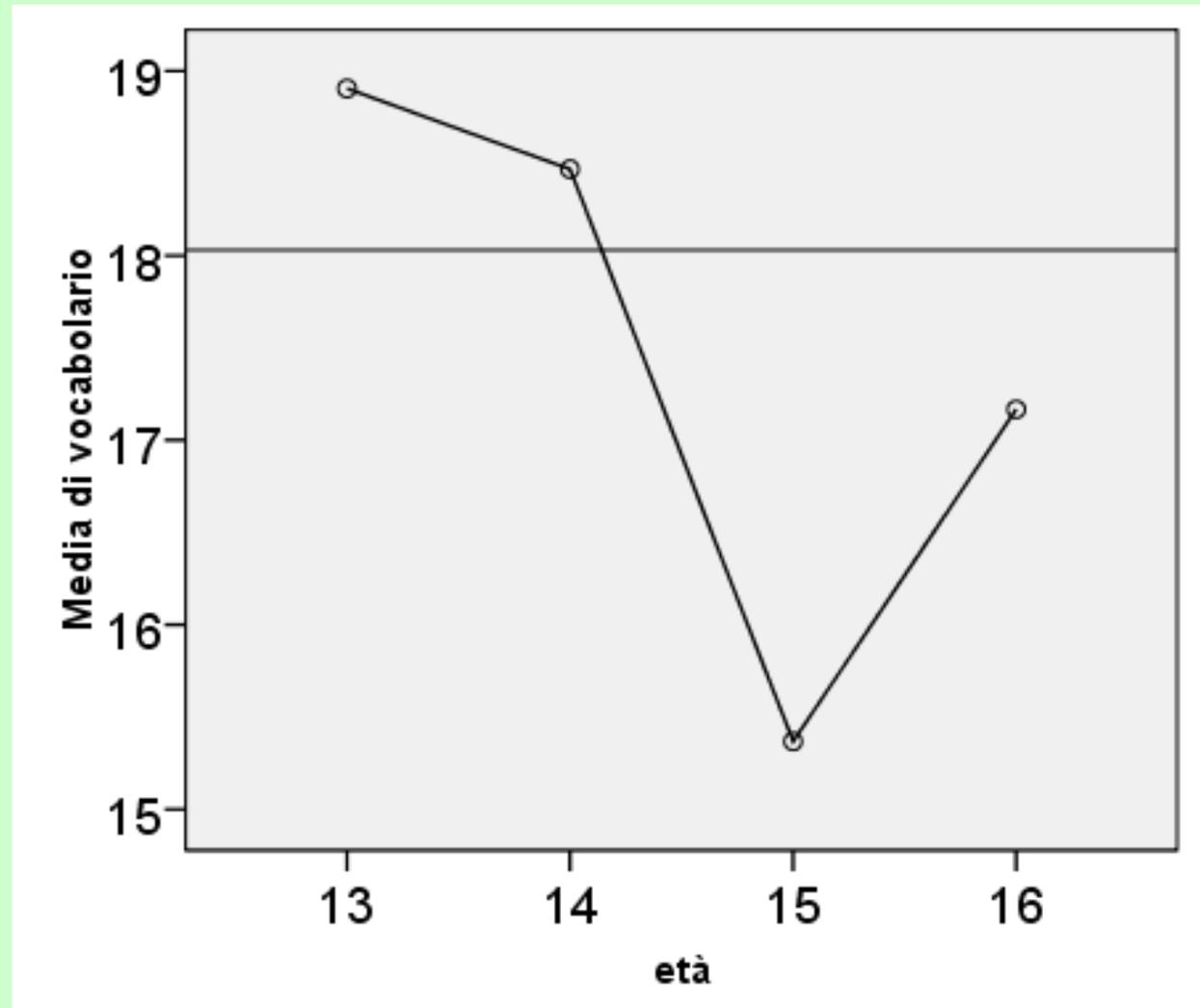
	Somma dei quadrati	df	Media dei quadrati	F	Sig.
Fra gruppi	740,378	3	246,793	9,660	,000
Entro gruppi	16119,9	631	25,547		
Totale	16860,3	634			

Si conclude che...

Almeno un gruppo ha la media diversa dagli altri.

In altre parole, il gruppo con la media più alta è statisticamente diverso dal gruppo con la media più bassa.

Un grafico è sempre utile...



Test post hoc

(LSD, Least Significant Differences)

Confronti multipli

Variabile dipendente: g4 vocabolario

	(I) età	(J) età	Differenza fra medie (I-J)	Errore std.	Sig.	Intervallo di confidenza 95%	
						Limite inferiore	Limite superiore
LSD	13	14	,437	1,125	,698	-1,77	2,65
		15	3,537*	1,229	,004	1,12	5,95
		16	1,738	1,829	,342	-1,85	5,33
14	13	15	-,437	1,125	,698	-2,65	1,77
		16	3,100*	,586	,000	1,95	4,25
		15	1,301	1,476	,378	-1,60	4,20
15	13	14	-3,537*	1,229	,004	-5,95	-1,12
		16	-3,100*	,586	,000	-4,25	-1,95
		14	-1,799	1,556	,248	-4,86	1,26
16	13	14	-1,738	1,829	,342	-5,33	1,85
		15	-1,301	1,476	,378	-4,20	1,60
		14	1,799	1,556	,248	-1,26	4,86

*. La differenza media è significativa al livello .05

Test dei sottoinsieme omogenei (SNK, Student Neuman Keuls)

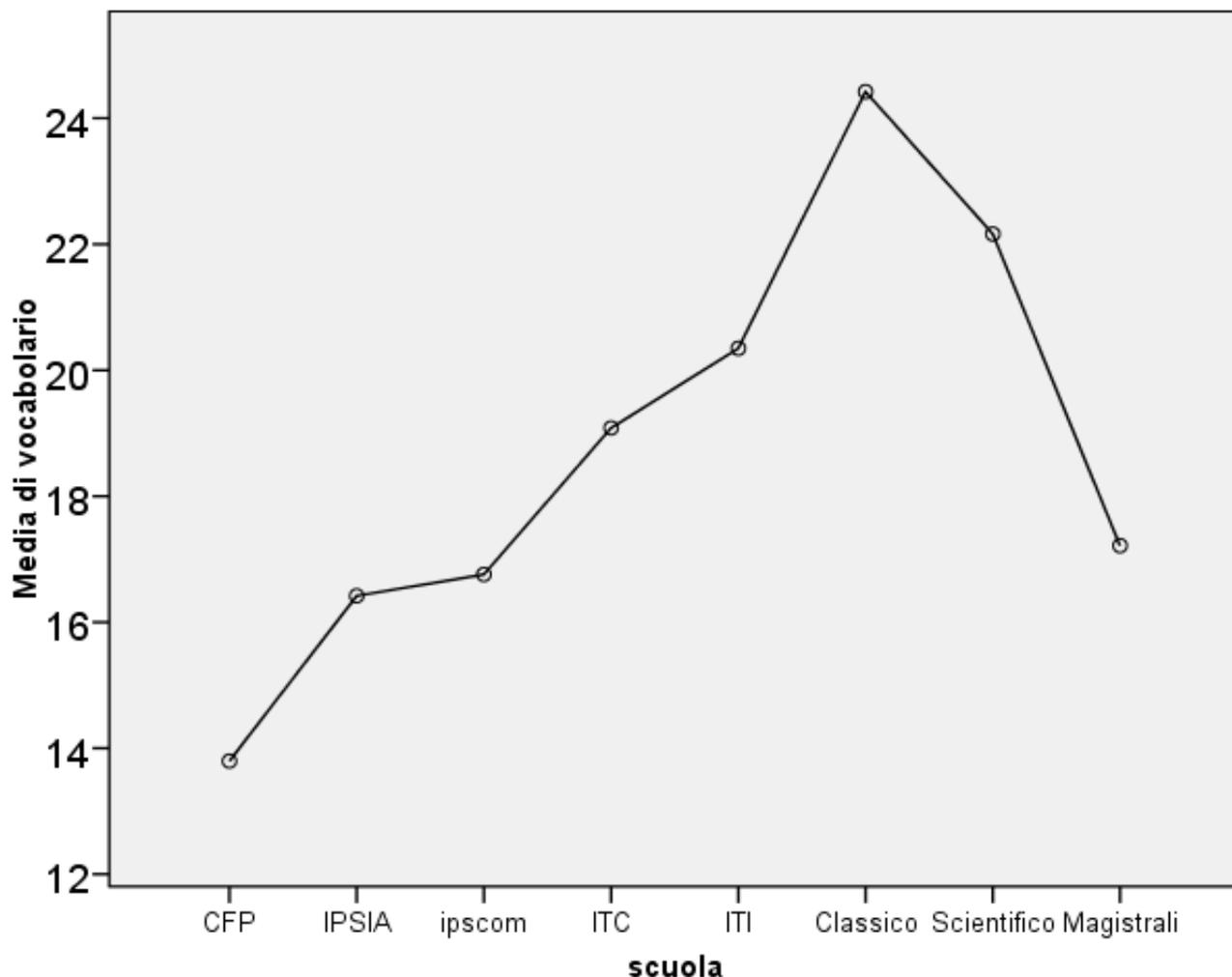
g4 vocabolario

	età	N	Sottoinsieme per alfa = .05	
			1	2
Student-Newman- Keuls ^{a,b}	15	87	15,37	
	16	12	17,17	17,17
	14	515	18,47	18,47
	13	21		18,90
	Sig.		,059	,407

Sono visualizzate le medie per i gruppi di sottoinsiemi omogenei.

- a. Utilizza dimensione campionaria media armonica = 27,703.
- b. Le dimensioni dei gruppi non sono uguali. Verrà utilizzata la media armonica delle dimensioni dei gruppi. Non vengono garantiti i livelli di errore Tipo I.

Dati sul test di vocabolario, per scuole



Descrittivi

g4 vocabolario

	N	Media	Devia ste
1 CFP	128	13,80	3
2 IPSIA	105	16,42	4
3 ipscom	62	16,76	3
4 ITC	120	19,08	4
5 ITI	72	20,35	3
6 Classico	31	24,42	4
7 Scientifico	80	22,16	4
8 Magistrali	37	17,22	4
Totale	635	18,03	5

Le differenze di vocabolario in studenti che andranno in scuole diverse non ci sorprende

ANOVA univariata

g4 vocabolario

	Somma dei quadrati	df	Media dei quadrati	F	Sig.
Fra gruppi	5842,46	7	834,637	47,497	,000
Entro gruppi	11017,8	627	17,572		
Totale	16860,3	634			

Il test post hoc sui gruppo omogenei dà risultati molto ben interpretabili

g4 vocabolario

	scuola	N	Sottoinsieme per alfa = .05					
			1	2	3	4	5	
Student-Newman-Keuls ^{a,b}	1 CFP	128	13,80					
	2 IPSIA	105		16,42				
	3 ipscom	62		16,76				
	8 Magistrali	37		17,22				
	4 ITC	120			19,08			
	5 ITI	72			20,35			
	7 Scientifico	80				22,16		
	6 Classico	31						24,42
Sig.			1,000	,536	,092	1,000		1,000

Sono visualizzate le medie per i gruppi di sottoinsiemi omogenei.

a. Utilizza dimensione campionaria media armonica = 62,759.

b. Le dimensioni dei gruppi non sono uguali. Verrà utilizzata la media armonica delle dimensioni dei gruppi. Non vengono garantiti i livelli di errore Tipo I.

Le differenze di vocabolario in studenti che andranno in scuole diverse non ci sorprende

ANOVA univariata

g4 vocabolario

	Somma dei quadrati	df	Media dei quadrati	F	Sig.
Fra gruppi	5842,46	7	834,637	47,497	,000
Entro gruppi	11017,8	627	17,572		
Totale	16860,3	634			

Descrittivi

g4 vocabolario

	N	Media	Deviazione std.
1 CFP	128	13,80	3,528
2 IPSIA	105	16,42	4,258
3 ipscom	62	16,76	3,570
4 ITC	120	19,08	4,572
5 ITI	72	20,35	3,958
6 Classico	31	24,42	4,911
7 Scientifico	80	22,16	4,811
8 Magistrali	37	17,22	4,158
Totale	635	18,03	5,157

