Capitolo 3 - Descrizione del plasma come un fluido carico

1 Modello a due fluidi

1. Si consideri un plasma fatto da idrogeno ed elettroni. Considerando il modello a due fluidi carichi, comprensivo delle equazioni di Maxwell per i campi elettromagnetici, mostrare che:

    - Il numero totale di equazioni è 18, mentre il numero totale di incognite è 16 (ciascuna equazione o incognita vettoriale va contata 3 volte, per vie delle 3 componenti coinvolte).
    - Applicando l'operatore divergenza alla legge di Faraday-Neumann-Lenz e al teorema di Ampere, mostrare che la legge di Poisson per il campo elettrico e il teorema di Gauss per il campo magnetico non sono leggi indipendenti, ma servono a fissare delle condizioni al contorno per i campi. In altri termini, ci sono soltanto 16 equazioni indipendenti, per altrettante incognite.

2 Velocità di deriva diamagnetica

2. Una colonna cilindrica indefinita di un plasma di idrogeno con simmetria per rotazione è immersa in un campo magnetico $\mathbf{B}$, uniforme ed assiale. La densità $n(r)$ di ciascuna specie di plasma ha un profilo radiale descritto da
$$n(r) = n_0 \exp\left(-r^2/r_0^2\right) \tag{1}$$
dove r_0 è un opportuno parametro. Le densità elettronica n_e e ionica n_i soddisfano la neutralità di carica e vale inoltre che
$$n_i = n_e = n_0 \exp\left(e\phi(r)/T_e\right) \tag{2}$$
dove T_e è la temperatura elettronica, supposta uniforme, e $\phi(r)$ è il potenziale elettrostatico.
Mostrare che la velocità di deriva $v_{E\times B} = \frac{\mathbf{E}\times\mathbf{B}}{B^2}$ e la velocità di deriva diamagnetica per gli elettroni $\mathbf{v_{De}}$ sono uguali ed opposte. In particolare, osservare che, per effetto di queste velocità, il plasma ruota come un corpo rigido. Valutare infine la densità di corrente diamagnetica complessiva, cioè data dal contributo sia degli elettroni, sia degli ioni.