

MODELLI DELLA CONCORRENZA

Lucia Pomello

CCS Lezione su - "Bisimulazione debole: proprietà"

Corso di Laurea Magistrale in Informatica
Dipartimento di informatica, sistemistica e comunicazione
Università degli studi di Milano–Bicocca

- Proprietà di una equivalenza tra processi CCS
- relazioni tra \sim^T , \sim^{Bis} , \approx^T e \approx^{Bis}
- processi deterministici ed equivalenze
- proprietà di \approx^{Bis}
- congruenza

isomorfismo tra LTS

Due sistemi di transizioni etichettati $(S_1, Act_1, T_1, s_{01})$ e $(S_2, Act_2, T_2, s_{02})$ sono **isomorfi** $(S_1, Act_1, T_1, s_{01}) \text{ iso } (S_2, Act_2, T_2, s_{02})$ sse esistono due mappe biunivoche $\alpha : S_1 \rightarrow S_2$ e $\beta : Act_1 \rightarrow Act_2$ tali che:

- $\alpha(s_{01}) = s_{02}$
- $\forall s, s' \in S_1, \forall a \in Act_1: (s, a, s') \in T_1 \Leftrightarrow (\alpha(s), \beta(a), \alpha(s')) \in T_2$

Proprietà auspicate di una relazione di equivalenza \simeq tra processi CCS

($\simeq \subseteq Proc_{CCS} \times Proc_{CCS}$)

Siano $p, q \in Proc_{CCS}$:

- se $LTS(p)$ iso $LTS(q)$ allora $p \simeq q$
- deve astrarre dagli stati (considerare le azioni)
- se $p \simeq q$ allora $Tracce(p) = Tracce(q)$
- se $p \simeq q$ allora p e q devono avere la stessa possibilità di generare deadlock nell'interazione con l'ambiente
- \simeq deve essere una *congruenza rispetto agli operatori CCS*;
(deve essere possibile sostituire un sottoprocesso con un suo equivalente senza modificare il comportamento complessivo del sistema)

equivalenza rispetto alle Tracce forte \sim^T

Per ogni coppia $p, q \in Proc_{CCS}$:

- $LTS(p) \text{ iso } LTS(q) \Rightarrow p \sim^T q$
- astrae dagli stati;
- $p \sim^T q \Leftrightarrow Tracce(p) = Tracce(q)$;
- è una **congruenza** rispetto agli operatori CCS;
- **non** garantisce di preservare il **deadlock** (o l'assenza di deadlock) nell'interazione con l'ambiente.
(si veda l'esempio "macchinetta del caffè")

si introduce quindi \sim^{Bis} Bisimulazione forte

Bisimulazione forte \sim^{Bis}

Per ogni coppia $p, q \in ProcCS$:

- $LTS(p) \text{ iso } LTS(q) \Rightarrow p \sim^{Bis} q$
- astrae dagli stati;
- $p \sim^{Bis} q \Rightarrow Tracce(p) = Tracce(q)$ ($p \sim^{Bis} q \Rightarrow p \sim^T q$; $\sim^{Bis} \subseteq \sim^T$)
- **preserva** il **deadlock** (o l'assenza di deadlock) nell'interazione con l'ambiente.
- è una **congruenza** rispetto agli operatori CCS.

ma \sim^{Bis} **troppo restrittiva** (es: $a.b.Nil \not\sim^{Bis} a.\tau.b.Nil$)

\sim^{Bis} e \sim^T non astraggono dalle τ .

si introduce la relazione di transizione debole \Rightarrow^α e \approx^T e \approx^{Bis} .

equivalenze rispetto alle Tracce \sim^T e \approx^T

L'equivalenza rispetto alle Tracce forte è più restrittiva dell'equivalenza rispetto alle Tracce debole

$$p \sim^T q \Rightarrow p \approx^T q \quad (\sim^T \subseteq \approx^T)$$

Anche l'equivalenza rispetto alle Tracce debole:

- $LTS(p) \text{ iso } LTS(q) \Rightarrow p \approx^T q$
- astrae dagli stati;
- è una **congruenza** rispetto agli operatori CCS;
- **non** garantisce di preservare il **deadlock** (o l'assenza di deadlock) nell'interazione con l'ambiente.

Bisimulazione forte e debole \sim^{Bis} e \approx^{Bis}

La Bisimulazione forte è più restrittiva della Bisimulazione debole

$$p \sim^{Bis} q \Rightarrow p \approx^{Bis} q \quad (\sim^{Bis} \subseteq \approx^{Bis})$$

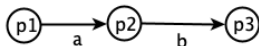
La Bisimulazione forte (debole) è più restrittiva dell'equivalenza rispetto alle Tracce forte (debole)

$$p \sim^{Bis} q \Rightarrow p \sim^T q \quad \text{e} \quad p \approx^{Bis} q \Rightarrow p \approx^T q$$

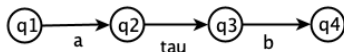
$$(\sim^{Bis} \subseteq \sim^T) \quad \text{e} \quad (\approx^{Bis} \subseteq \approx^T)$$

\sim^T e \approx^{Bis} sono disgiunte (esempi)

$p1 = a.b.Nil$

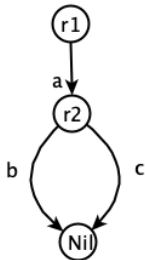


$q1 = a.\tau.b.Nil$

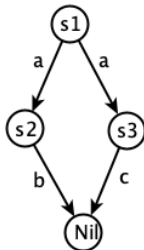


$p1 \not\sim^T q1$ ma $p1 \approx^{Bis} q1$

$r1 = a.(b.Nil + c.Nil)$



$s1 = a.b.Nil + a.c.Nil$



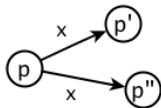
$r1 \sim^T s1$ ma $r1 \not\approx^{Bis} s1$

Processi deterministici ed equivalenze

$p \in Proc_{CCS}$ è un processo **deterministico** sse vale che:

$\forall x \in Act = A \cup \bar{A} \cup \{\tau\}$, se $p \rightarrow^x p'$ e $p \rightarrow^x p''$ allora $p' = p''$.

Ad esempio il seguente processo p **non** è deterministico:



$$(p = x.p' + x.p''; p' \neq p'')$$

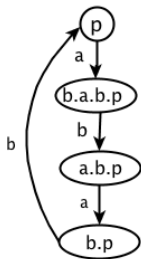
Proposizione

Siano $p, q \in Proc_{CCS}$.

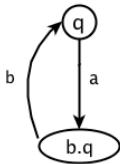
Se p e q sono *deterministici* e $p \sim^T q$ ($p \approx^T q$) allora $p \sim^{Bis} q$ ($p \approx^{Bis} q$).

Esempio di processi deterministici con LTS non isomorfi

$$p = a.b.a.b.p$$



$$q = a.b.q$$



p e q sono deterministici, $LTS(p)$ non è isomorfo a $LTS(q)$,

sono fortemente Bisimili, $p \sim^{Bis} q$,

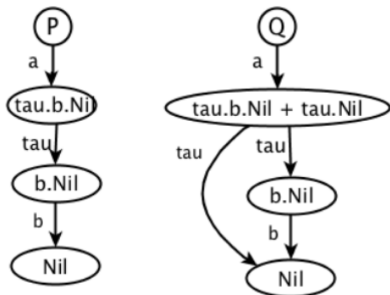
con relazione $\mathcal{R} = \{(p, q); (a.b.p, q); (b.a.b.p, b.q); (b.p, b.q)\}$

(e quindi sono anche equivalenti rispetto alle Tracce e alla Bisimulazione debole),

ancora su processi deterministici e non

$P = a.\text{tau}.\text{b}.\text{Nil}$

$Q = a.(\text{tau}.\text{b}.\text{Nil} + \text{tau}.\text{Nil})$



I processi P e Q sono equivalenti rispetto alle Tracce (eq. debole e forte) ma **non** sono Bisimili.

Il processo Q **non** è deterministico.

Proprietà della Bisimulazione debole \approx^{Bis}

- è un'equivalenza, la più grande relazione di Bisimulazione debole
- preserva la *possibilità di generare (o non generare) deadlock nell'interazione con l'ambiente*
- astrae da azioni non osservabili (τ) e dai cicli inosservabili (τ loop):

ad esempio: $Nil \approx^{Bis} p$, dove $p = \tau.p$,

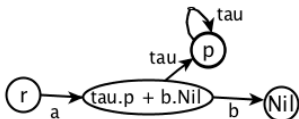


(divergenza)

o anche $q \approx^{Bis} s$, dove: $q = a.b.Nil$; $s = a.v$ e $v = \tau.v + b.Nil$



mentre $q \not\approx^{Bis} r$ e $s \not\approx^{Bis} r$ dove: $r = a.(\tau.p + b.nil)$



la Bisimulazione debole \approx^{Bis} è una congruenza ?

$R \subseteq P_{CCS} \times P_{CCS}$ rel. di equivalenza

è una CONGRUENZA

se $\forall C[\cdot]$ contesto CCS

$p R q \Rightarrow C[p] R C[q] \quad p, q \in P_{CCS}$