

Capitolo 4 - Equilibri MHD e confinamento di un plasma

1 z-pinch e corrente necessaria per il confinamento

La pressione media in uno z-pinch di raggio $a=0.1$ m è $\langle p \rangle = 10$ bar. Assumendo che la pressione si annulli al bordo dello z-pinch, ovvero $p(a) = 0$, e assumendo una densità di corrente uniforme, determinare la corrente di plasma necessaria per garantire l'equilibrio magneto-idro-dinamico.

2 Fattore di sicurezza e screw pinch

L'equazione differenziale che descrive la traiettoria di una linea di campo magnetico \mathbf{B} è

$$d\mathbf{l} \times \mathbf{B} = 0 \quad (1)$$

dove $d\mathbf{l}$ indica un elemento infinitesimo di linea di campo. Usando un opportuno sistema di coordinate cilindriche (r, θ, z) , mostrare che la traiettoria della linea di campo soddisfa le seguenti equazioni differenziali:

$$\frac{dr}{dz} = \frac{B_r}{B_z}$$
$$\frac{d\theta}{dz} = \frac{B_\theta}{rB_z}$$

Verificare quindi che, per uno screw pinch, $r = \text{const}$ (ovvero la linea di campo si avvolge su di una superficie cilindrica a raggio r fissato) e la sua traiettoria $\theta(z)$ è

$$\theta(z) = \theta_0 + \frac{B_\theta(r)}{rB_z(r)}z \quad (2)$$

In particolare, determinare la trasformata rotazionale $i(r)$ di uno screw pinch, definita come l'angolo $\Delta\theta$ spazzato dalla linea di campo quando questa si sposta di una quantità $\Delta z = 2\pi R_0$ lungo l'asse, e il fattore di sicurezza $q(r) = 2\pi/i^1$. Nel caso di uno screw pinch di lunghezza $2\pi R_0$ (supposta molto grande) e in assenza di forze ($\nabla p = 0$), determinare una equazione per il profilo radiale di $B_z(r)$ in funzione di $q(r)$. Calcolare infine i profili $B_z(r)$ e $B_\theta(r)$ nel caso in cui il fattore di sicurezza sia noto e costante, $q(r) = q_0$, e si conosca il valore lungo l'asse di B_z , ovvero $B_z(r=0) = B_0$.

¹Il fattore di sicurezza è un parametro di grande rilevanza per la discussione della stabilità delle configurazioni di equilibrio MHD