STRUMENTI

IL METODO DEI MINIMI QUADRATI DI GUTTMAN PER SCALARE UN QUESTIONARIO

GIOVANNI BATTISTA FLEBUS

Università di Urbino

Riassunto. Viene descritto il metodo di Guttman per assegnare i punteggi ottimali (*optimal scoring method*) ad un insieme di domande che formano una scala unidimensionale. Il metodo è poco conosciuto e poco usato, anche se i calcoli necessari alla sua implementazione sono equivalenti a quelli dell'analisi delle corrispondenze multiple. Vengono presentate le differenze con tale analisi e illustrati tre esempi. L'applicazione del metodo produce dei punteggi che si definiscono ottimali, perché aumentano la coerenza interna della scala, elevano l'intercorrelazione fra gli item e il coefficiente alfa di Cronbach. Nella costruzione di un test può servire per esplorare l'unidimensionalità del costrutto studiato. Vengono forniti due siti Internet da cui è possibile scaricare gli applicativi per il loro calcolo.

In questo articolo si presenta il metodo dei minimi quadrati per scalare un questionario che può essere seguito nella costruzione di un test o di un questionario. L'argomento dei punteggi ottimali è estremamente complesso e cercare di farne una presentazione succinta comporta il rischio di eliminare dell'esposizione gli argomenti che un lettore con una robusta preparazione matematica può trovare carente. L'obiettivo di privilegiare l'aspetto applicativo nell'esposizione ha comportato tale scelta.

Su una scala di Likert, si ritiene che la distanza fra la posizione *molto d'accordo* e *abbastanza d'accordo* e quella fra *abbastanza d'accordo* e *né d'accordo né contrario* siano uguali, e ad entrambe le posizioni viene dato lo stesso valore numerico per il trattamento statistico delle risposte. Nella presentazione del metodo della scala che da lui ha preso il nome, Likert (1932) ha anche verificato la validità dell'assunto di questo modo di attribuire i punteggi numerici. Lo ha fatto così bene che il metodo dei *punteggi sommati* si è notevolmente diffuso e viene usato anche per scale che misurano altre caratteristiche e indagano in vari campi di ricerca. Si usano perciò scale di intensità (p. es. *Quanto sei abile a cucinare? molto, abbastanza, poco, per niente*), di frequenza temporale (*Ti senti depresso/a? Spesso, qualche volta, raramente, mai)* oppure delle ancore agli estremi di un continuum di intensità (es. *Indica con un numero da 1 a 9 il tuo interesse nello svolgere le seguenti* *attività).* Se la corrispondenza fra intensità o frequenza e numeri attribuiti non sussiste, la scala ordinale è abusivamente trasformata in una scala ad intervalli; poiché non sussiste l'isomorfismo fra sistema numerico e sistema empirico, ne consegue un errore di misurazione.

Fra i metodi proposti dagli psicologi per verificare l'esistenza dell'isomorfismo, oltre all'alternativa proposta da Likert (*sigma scoring*, basato sulla conversione delle frequenze in punti zeta di una variabile gaussiana, Likert, 1932), il procedimento di Guttman offre delle possibilità di applicazione ancora poco esplorate.

Preliminarmente, è necessario chiarire la terminologia: useremo «categoria» per indicare una modalità di risposta, «ponderazione» o «peso» (*weight* in inglese) per indicare il coefficiente numerico da attribuire alla categoria, e «punteggio totale» (*score*) per designare il valore numerico che indica la caratteristica o qualità misurata con un questionario.

Secondo Guttman (1950), quando si attribuiscono dei punteggi numerici si dovrebbe perseguire il criterio della massima coerenza interna: le persone che scelgono le stesse categorie devono avere dei punteggi totali simili fra loro, e se due persone scelgono due risposte diverse, i loro punteggi totali devono essere diversi. Si tratta in altre parole di stabilire il modo di attribuire dei *pesi* alle singole categorie per ciascuna risposta e di calcolare dei *punteggi totali* in modo da rispettare al massimo grado le differenze nelle risposte agli item.

I due problemi sono distinti ma possono essere risolti contemporaneamente secondo il principio seguente. Data una domanda con risposta A, B, C ... il peso che viene dato alla risposta A deve essere proporzionale alla media del punteggio totale delle persone che hanno dato la risposta A; similmente, il peso da attribuire alla risposta B deve essere proporzionale alla media del punteggio totale delle persone che hanno dato la risposta B, e così via. Reciprocamente, il punteggio totale S deve essere proporzionale alla ponderazione o codifica delle risposte scelte da tutti quelle persone che hanno avuto il punteggio S.

Guttman (1950, pp. 312 ss.) dà la dimostrazione delle caratteristiche del punteggio ottimale e dei criteri che vanno soddisfatti per definirli in tale modo. Sia la dimostrazione esposta in termini matematici da Guttman (1950, pp. 334-371) sia quella in termini discorsivi (pp. 313-333), risultano molto lunghe, e cercare di riassumerle in questa sede aiuterebbe poco il lettore. Greenacre (1984) offre un'ulteriore esposizione del metodo e nel suo testo si troverà la soluzione ottenuta perseguendo due obiettivi diversi: quello della massimizzazione della varianza dei punteggi (Greenacre, 1984, pp. 102-104) e quello della ottimizzazione della coerenza interna delle risposte di un questionario (pp. 104-108) che Guttman (1941) chiama η^2 ovvero rapporto di correlazione.

Il metodo di calcolo

Nella pratica, si procede nel modo seguente. Si definisce la matrice di conoccorrenze – chiamata anche matrice di Burt – nel modo seguente:

B_k = numero di persone che rispondono alla modalità k

B_m = numero di persone che rispondono alla modalità m

B_{km} = numero di persone che rispondono contemporaneamente alle modalità k e m.

La matrice viene pre- e post-moltiplicata dalla matrice diagonale contente l'inverso della radice quadrata di $N_{k.}$ Si ottiene così una matrice quadrata con diagonale maggiore uguale a 1 e con le celle uguali a

$$\frac{B_{km}}{\sqrt{B_k \cdot B_m}}$$

La matrice viene sottoposta alla scomposizione in tre matrici elementari (teorema di Eckart-Young). I primi due autovettori (e autovalori associati) vengono utilizzati per il calcolo delle ponderazioni ottimali.

Facendo ricorso alla notazione matriciale, si utilizzano la matrice **B** di Burt e la matrice diagonale **D** (definite come sopra), per calcolare la matrice **S**:

$$\mathbf{S} = \mathbf{D}^{-\frac{1}{2}} \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{D}^{-\frac{1}{2}}$$

La matrice **S** viene scomposta in una matrice di autovettori **V** e autovalori **λI** secondo la formula seguente:

$$\mathbf{S} = \mathbf{V}' \cdot \lambda\mathbf{I} \cdot \mathbf{V}$$

Indicando con N il numero di soggetti, le ponderazioni ottimali sono ottenute calcolando

$$\mathbf{W} = \mathbf{D}^{-\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{N} \cdot \mathbf{V} \cdot \lambda\mathbf{I}$$

Nell'appendice è riportata un'applicazione del calcolo.

Nishisato (1980) ricorda che questo metodo è stato scoperto da diversi autori in diverse discipline, e ha ricevuto nomi diversi: analisi delle corrispondenze, metodo delle medie reciproche, scoring additivo, scoring appropriato, analisi canonica, ponderazione di Guttman, analisi in componenti principali di dati quantitativi, *optimal scaling*, teoria di Hayashi della quantificazione, regressione lineare simultanea, *analyse factorielle des correspondances*, *biplot* e *dual scaling*. Si tratta infatti dell'applicazione del teorema di Eckart e Young (1936) di scomposizione spettrale di una matrice di frequenze, opportunamente standardizzata.

Dall'esposizione del metodo di calcolo si intuisce che esso è simile a quello seguito per l'analisi delle corrispondenze multiple (ACM). La somiglianza, anzi l'identità del metodo di calcolo non deve far dimenticare le differenze concettuali e operative.

Differenze con l'analisi delle corrispondenze multiple

1) Il punteggio ottimale dovrebbe essere calcolato su item correlati con un solo costrutto soggiacente, e questo requisito può essere verificato con l'analisi fattoriale degli item; nell'analisi delle corrispondenze invece si cerca la covariazione di più variabili eterogenee. L'applicazione di ponderazioni ottimali agli item di una scala multifattoriale produce delle inversioni di rango, ossia viene distrutta la corrispondenza tra i valori di scala ordinati e la quantificazione numerica ottenuta.

2) Il peso da attribuire alle singole categorie nell'ACM ha una sua relazione diretta con l'inerzia delle masse, e non può essere modificato. Il punteggio ottimale invece può essere modificato, poiché si tratta di una variabile su scala a intervalli, suscettibile di trasformazione lineare.

3) Infine nel punteggio ottimale si dovrebbe trovare la disposizione semicircolare (a ferro di cavallo) dei punteggi sulle prime due dimensioni, che Benzécri chiama «effetto Guttman». La sua presenza può essere presa come segno della unidimensionalità della scala in oggetto. Quando si osserva l'effetto Guttman in una esplorazione con la ACM, si è in presenza di una sola variabile soggiacente, e tale constatazione può far perdere l'interesse in una analisi multidimensionale.

Va ricordato incidentalmente che nulla di questo ha da spartire con lo scalogramma di Guttman, che condivide con il presente metodo solo il nome del suo ideatore.

Merita un accenno la scarsa diffusione del metodo. L'affermazione di Torgerson (1958) che attribuisce la sua mancata diffusione alla difficoltà di calcolo era valida nei tempi passati, ma la disponibilità dei calcolatori e del software dei nostri giorni dovrebbe favorire la sua divulgazione. Probabilmente la spiegazione risiede nel fatto che a differenza dell'analisi fattoriale che non ha equivalenti come metodo di

TAB. 1. *Sinopsi delle differenze*

	Punteggio ottimale PO	Analisi delle corrispondenze multiple (ACM)
Valore dei pesi	relativo	assoluto
Dimensionalità nei dati	un solo fattore	più fattori
Effetto Guttman	presente	assente

esplorazione, il metodo di calcolo dei pesi non è sembrato mai così indispensabile, anche perché, nel caso della misurazione con scale di Likert, il metodo ha già dei metodi almeno parzialmente equivalenti.

Mentre la letteratura sull'argomento dell'ACM è vasta (cfr. anche Weller e Romney, 1990, e per una trattazione in italiano dell'ACM si veda Brunoro, 1994) i riferimenti al punteggio ottimale nella costruzione di un test sono scarsi se non inesistenti. Doll, Ajzen e Madden (1991) usano il metodo dei punteggi ottimali per una verifica dell'azione ragionata. Huteau (1983) usa l'ACM per esaminare la relazione fra gli item del questionario di personalità di Eysenck (EPI) e di Cattell (HSPQ), con l'intento esplorativo e descrittivo del numero delle dimensioni, senza tuttavia fare un preciso riferimento all'analisi ottimale e alle sue caratteristiche nella teoria dei test. Amisano e Rinaldi (1992) espongono i risultati di una verifica empirica dell'assunto di intervalli equidistanti in una scala di Likert: applicando il metodo delle corrispondenze semplici ad una scala di Likert a sette gradi evidenziano che gli intervalli non presentano isomorfismo con gli interi 1, 2, ...7.

Programmi per il calcolo dei punteggi ottimali

Esistono attualmente degli applicativi che eseguono i calcoli delle analisi delle corrispondenze, come lo SPAD (Systéme Portable pour l'Analyse des Donnés), il modulo Categories del programma SPSS (sottoprogramma HOMALS), il programma BMDP e un modulo del SAS. Un programma specifico è stato scritto in BASIC ed è disponibile presso l'autore (Flebus, 1995). Recentemente è stato reso disponibile su Internet gratuitamente il sofware per il calcolo delle analisi delle corrispondenze, che quindi può essere impiegato per il calcolo del punteggio ottimale. Un programma per l'analisi delle corrispondenze (che alcuni autori chiamano analisi dell'omogeneità) scritto in LISP-STAT è disponibile liberamente sul sito di UCLA (*www.stat.ucla.edu.*). Un applicativo messo a punto per le analisi nelle scienze naturali da J.

Thioulouse e chiamato ADE4 è disponibile su sito Internet dell'Università di Lione (sito: *ftp://pbil.univ-lyon1.fr*) insieme ad una sua versione per Macintosh (MacMult).

Tre esempi di applicazione del metodo

Vediamo ora tre applicazioni dei punteggi ottimali e i risultati che si sono conseguiti.

Primo esempio: una scala di Likert. Il primo esempio è tratto da una scala Likert di 11 item che misura l'atteggiamento di 428 studenti di terza media nei confronti dell'utilità professionalizzante della scuola (tratto da una ricerca del presente autore, Flebus, 1996). Un item della scala potrebbe essere *A scuola si ripetono troppo spesso le stesse cose*. Gli item della scala hanno tutti la stessa polarità.

Nell'esempio citato la codifica ottimale non è molto distante da

TAB. 2. *Esempio di codifica per il primo item*

	Metodo a priori	Metodo ottimale	
		Prima dimensione	Seconda dimensione
Molto d'accordo	1	–.65	–.51
Un po' d'accordo	2	–.04	.33
Indeciso	3	.10	.42
Un po' contrario	4	.56	.31
Molto contrario	5	.81	–1.38

quella intera a priori. È riportata anche la codifica della seconda componente su cui si dirà più sotto. Ricordando il criterio di Guttman, il valore 0.81 con cui si codifica la risposta *molto contrario* è uguale alla media di tutti coloro che hanno dato la risposta *molto contrario* mentre la codifica –0.65 che va assegnata alla risposta *molto d'accordo* corrisponde alla media di tutti i soggetti che hanno risposto *molto d'accordo* a questo item (va ricordato che la direzione del segno algebrico, dal punto di vista dell'interpretazione psicologica, è arbitraria, come il segno algebrico nelle saturazioni dell'analisi fattoriale).

Esaminiamo le differenze fra le correlazioni inter-item della scala, formata da 11 item. Il primo autovalore della matrice di correlazione è importante perché direttamente legato alla media delle correlazioni fra gli item: quanto più è elevato, tanto più elevato è il coefficiente alfa di omogeneità (cfr. Lord e Novick, 1968).

Da questo esempio si vede che anche per una scala fattoriale già vali-

TAB. 3. *Confronti fra due metodi di scalatura*

	Metodo a priori	Metodo ottimale
Primo autovalore della matrice delle correlazioni	2.96438	3.16383
Minima correlazione inter-item	.0374	.0439
Massima correlazione inter-item	.3650	.3706
Correlazione inter-item media	.1922	.2114
Coefficiente alfa	.7249	.7523

data si nota un innalzamento dell'omogeneità degli item e di conseguenza del coefficiente alfa. In ciò risiede il motivo per cui si chiama ponderazione ottimale. Il metodo matematico di ricerca dei massimi (con il ricorso alle radice latenti di una matrice) permette questo risultato, e nessun altro metodo di calcolo dei pesi potrebbe dare un autovalore più elevato (e conseguentemente un coefficiente alfa più elevato).

La prima figura riporta i punteggi corrispondenti alle prime due dimensioni. La seconda dimensione è ottenuta applicando a ciascuna risposta la seconda codifica (come riportata nell'esempio).

Poiché l'omogeneità interna anche se elevata non è elevatissima, esaminiamo anche un secondo esempio, ottenuto da un'altra scala di atteggiamenti composta da 17 item, con un coefficiente alfa più elevato, pari a .825. La disposizione triangolare è ancora più marcata.

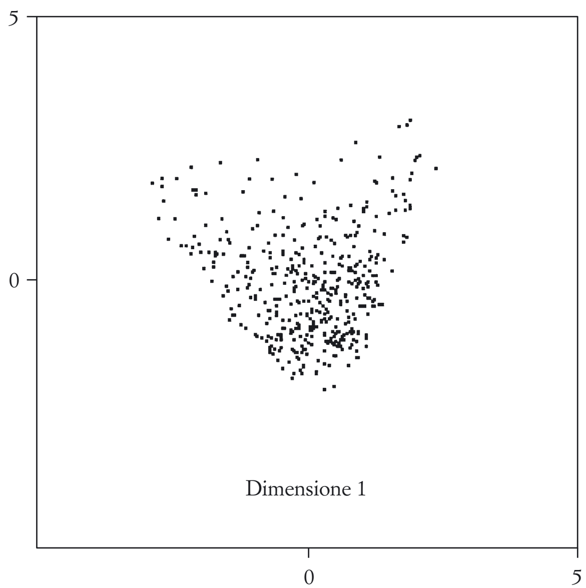

FIG. 1. Coordinate dei punteggi sulle prime due dimensioni.

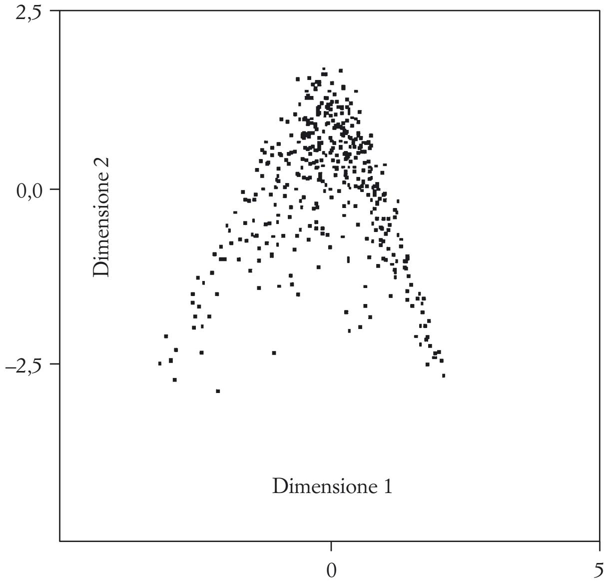

FIG. 2. Coordinate sulle prime due dimensioni di una scala molto omogenea.

La disposizione a triangolo si può cercare di spiegare in questo modo: la scomposizione in dimensioni indipendenti o ortogonali presuppone che non ci sia relazione fra le coordinate dei punti nelle due dimensioni. Che cosa succede alle frequenze delle risposte quando i dati o gli item misurano tutti una caratteristica unica e comune? Per esempio gli item che misurano lo stesso atteggiamento sono uniformemente alti o bassi o medi. Se un soggetto ha un punteggio molto alto sulla prima componente, le sue risposte agli item sono estreme (per esempio, tutti *molto d'accordo*). Un soggetto con un punteggio basso sceglie delle risposte codificabili con punteggi bassi (tutte risposte *molto contrario*). Infine un soggetto con risposte medie tende ad avere delle risposte medie a tutti gli item (*neutro*, *indeciso*, *non so*). Questa situazione si presenta se il tratto misurato è unidimensionale. Se invece esistono degli item che misurano un secondo tratto soggiacente – corrispondente alla seconda componente – allora è possibile che un soggetto abbia punteggio alto nella prima componente e basso nella seconda. Nel caso di unidimensionalità la seconda componente è calcolata (o ricostruita dalle frequenze) prendendo il *quadrato* della prima componente: in tal modo i punteggi estremi (alti o bassi), se elevati al quadrato, diventano alti, quelli intermedi, se elevati al quadrato, diventano bassi. La seconda dimensione viene così basata sui punteggi della prima dimensione elevati al quadrato. In modo simile si può continuare con le dimensioni successive alla seconda, come la cubica, quartica ecc. anche se queste non sono così importanti per il punteggio ottimale. Nel caso di dimensioni plurime reali, l'estrazione delle dimensioni corrisponde alle conoccorrenze effettivamente presenti, e la componente quadratica non emerge.

La presenza della componente quadratica – ben visibile nei grafici delle due figure – potrebbe invece essere considerata un segno dell'effettiva unidimensionalità della scala in oggetto. L'esempio della scalatura dell'item riportato mostra che i due estremi (*molto d'accordo* e *molto contrario* –0.51 e –1.38) ricevono una codifica numericamente simile sulla seconda dimensione, ma entrambe molto distanti dal punto intermedio *indeciso* pari a 0.42.

Guttman (1950) ha cercato di trovare un'interpretazione psicologica della componente quadratica e cubica di una scala di atteggiamento, ma gli esiti sembrano poco convincenti e richiederebbero un ulteriore approfondimento.

Secondo esempio: una scala di autodescrizione. Come secondo esempio vediamo un sottoinsieme di item della scala L, tratta dal MMPI, modificata con dei quantificatori temporali o di intensità, che trasformano le risposte da dicotomiche (vero o falso) a quattro o cinque gradi. Un campione di 584 studenti ha risposto ai 10 item della scala modificata che ha dato un coefficiente alfa con codifica grezza pari a .6572 con 475 casi, salito a .6913 usando molti più casi, 573 casi. Anche se il miglioramento non appare sostanziale, e lascia la scala nella necessità di ampliamento per un'applicazione più efficiente, va notato che il ricorso ai punteggi ottimali permette il recupero di tutti quei casi dove la risposta «altro» non risultando utilizzabile, impedirebbe l'utilizzazione di tutte le dieci risposte alle domande del questionario. La codifica ottimale permette l'utilizzazione della modalità «altre risposte», oppure «risposte mancanti» che non potrebbero essere usate con la codifica intera o a priori.

È interessante osservare la codifica dei quantificatori temporali associati a cinque domande:

TAB. 4. *Codifica dei modificatori temporali*

Contenuto della domanda	Risposta temporale				
	Mai	Raramente	Qualche volta	Spesso	Altre risposte
1) Cattivo umore in caso di indisposizione	.64	.39	–.48	–1.84	.14
2) Brutti pensieri da non riuscire a parlarne	.48	–.21	–.86	–.82	.01
3) Viene voglia di imprecare	.62	.01	–.68	–1.78	.83
4) Capita di arrabbiarsi	1.50	.66	–.35	–1.45	.00
5) Succede di mentire	.77	.11	–.91	–2.93	.63

Si può notare come la differenza fra *qualche volta* e *spesso* possa essere quasi inesistente (item 2) oppure molto elevata (item 5), e tale constatazione getta qualche dubbio sul presunto isomorfismo fra modificatore verbale e punteggio intero a priori (1, 2, 3...).

Terzo esempio: il potenziale scolastico. In questo esempio contempliamo un'estensione del principio di attribuzione del punteggio ottimale rielaborando i dati di una ricerca sul valore predittivo del consiglio di orientamento e del giudizio di licenza ricevuti alla fine della scuola dell'obbligo. Dalla ricerca è emerso che sia il giudizio di licenza sia il consiglio di orientamento sono misurazioni di elevato potere pronostico della promozione nella scuola superiore: quanto più alto è il giudizio di licenza, tanto più elevata è la probabilità di promozione nella scuola superiore. Per il consiglio di orientamento si è notato un forte legame con il successo scolastico: il consiglio di orientamento per un corso di formazione professionale risulta associato a basse percentuali di promossi, viceversa un consiglio per liceo o per qualsiasi scuola superiore sono legati a elevate percentuali di promozioni, indipendentemente dalla scuola superiore frequentata (Flebus, 1988b). Il consiglio per gli istituti tecnici e per l'istituto magistrale si situa in posizione intermedia. Nella ricerca originale si è fatto ricorso ad un modello log-lineare di predizione. Qui vengono riportati i dati (licenza e consiglio di orientamento) e usando il metodo di Guttman vengono calcolate le ponderazioni:

TAB. 5 *Quantificazioni ottimali di due variabili educative*

Voto all'esame di terza media	
Sufficiente	–.823
Buono	.026
Distinto	.957
Ottimo	1.543
Consiglio di orientamento dato dagli insegnanti in terza media	
Corso di formazione professionale	–1.010
Istituto professionale	–0.649
Istituto magistrale	.094
Istituto tecnico	.090
Liceo	1.252
Qualsiasi tipo di scuola	1.379

Una scala ordinale (giudizio di licenza) e un'altra scala nominale vengono così ricodificate con un valore numerico che traduce un costrutto che si potrebbe definire «potenziale scolastico»: quanto più esso è elevato, tanto più facilita la promozione nella scuola superiore. Con tale ricodifica si può calcolare la correlazione prodotto-momento di Bravais-Pearson, che risulta pari a .771. Usando la formula profetica di Sperman-Brown per un test divisto a metà, che nel caso di due item è uguale al coefficiente alfa di Cronbach) si può quantificare la fedeltà (o piuttosto l'omogenità) di tale misurazione, che risulta pari a .871.

Ecco la media della nuova variabile, secondo l'esito dopo due anni di scuola superiore:

Promossi	1.2256
Rimandati	–.1136
Respinti	–.8954
Ritirati	–1.1458

I promossi hanno naturalmente il punteggio più elevato, mentre quelli che hanno abbandonato gli studi presentano il punteggio di potenziale scolastico più basso. L'analisi della varianza è largamente significativa e per non appesantire l'esposizione non viene riportata qui.

Benché non si tratti in questo caso di codificare un questionario, il metodo è ugualmente applicabile, e le due variabili educative possono subire lo stesso trattamento di codifica numerica degli esempi precedenti.

Conclusioni

In questo lavoro si intendeva esporre un metodo per scalare gli item su uno stesso continuum. Il metodo è stato proposto parecchi decenni fa, ma a causa delle elaborazioni che richiede, è rimasto a lungo inutilizzato. La sua utilità appare invece grande, e comporta diverse possibilità di applicazione: dalla verifica degli item, prima o dopo un'analisi degli item, alla ricerca della loro multifattorialità, alla definizione teorica di nuovi costrutti psicologici. Infine esso può essere utilizzato per la codificazione numerica di caratteristiche che non sono necessariamente dei costrutti psicologici, utilizzando delle variabili a qualsiasi livello di misurazione purché soggiacenti allo stesso continuum. In questo senso questo metodo offre grandi possibilità di applicazioni.

APPENDICE

Ecco un esempio di calcolo dei punteggi ottimali ottenuti da tre domande di un questionario sull'incertezza della scelta scolastica dopo la terza media. Le tre domande (modificate dall'originale più esteso, Flebus, 1988a) sono le seguenti:

A) *Se dipendesse da me, la scelta che dovrei fare per la fine della scuola*

1) la farei subito senza esitazioni
2) la rinvierei di qualche tempo

B) *Quello che farò dopo giugno*

1) è stato deciso prima di cominciare quest'anno
2) è stato deciso negli ultimi mesi
3) resta ancora da decidere

C) *I miei familiari*

1) sono molto contrari alla scelta che sto facendo e cercano di farmi cambiare idea
2) sono un po' contrari alla mia scelta
3) sono pronti ad accettare la scelta che sto facendo senza cercare di influenzarmi
4) sono abbastanza contenti della mia scelta
5) approvano perfettamente la scelta che sto facendo e ne sono soddisfatti.

La matrice **B** di Burt riporta le frequenze delle (2 + 3 + 5) = 10 modalità di risposte di 300 studenti di terza media. Dalla matrice si può vedere – per esempio – che la risposta 2 alla domanda A è stata data da 134 studenti, dei quali 11 hanno scelto la risposta 1 alla domanda B e solo 4 hanno scelto la risposta 1 alla domanda C.

B =	A1	A2	B1	B2	B3	C1	C2	C3	C4	C5
	166	0	46	115	5	1	11	35	42	77
	0	134	11	113	10	4	10	47	37	36
	46	11	57	0	0	0	2	10	11	34
	115	113	0	228	0	4	13	67	66	78
	5	10	0	0	15	1	6	5	2	1
	1	4	0	4	1	5	0	0	0	0
	11	10	2	13	6	0	21	0	0	0
	35	47	10	67	5	0	0	82	0	0
	42	37	11	66	2	0	0	0	79	0
	77	36	34	78	1	0	0	0	0	113

D = matrice diagonale che contiene il reciproco della radice della diagonale di **B**.

.078	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	.086	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	.132	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	.066	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	.258	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	.447	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	.218	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	.110	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	.113	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	.094

Matrice normalizzata $\mathbf{S} = \mathbf{D}^{-\frac{1}{2}} \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{D}^{-\frac{1}{2}}$

1	0	.473	.591	.100	.035	.186	.300	.367	.562
0	1	.126	.646	.223	.155	.189	.448	.360	.293
.473	.126	1	0	0	0	.058	.146	.164	.424
.591	.646	0	1	0	.118	.188	.490	.492	.486
.100	.223	0	0	1	.115	.338	.143	.058	.024
.035	.155	0	.118	.115	1	0	0	0	0
.186	.189	.058	.188	.338	0	1	0	0	0
.300	.448	.146	.490	.143	0	0	1	0	0
.367	.360	.164	.492	.058	0	0	0	1	0
.562	.293	.424	.486	.024	0	0	0	0	1

matrice diagonale con radice quadrata degli autovalori $\sqrt{\lambda \mathbf{I}}$

1.7321	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	0
.0	1.2281	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
.0	.0	1.1193	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
.0	.0	.0	1.0060	.0	.0	.0	.0	.0	.0
.0	.0	.0	.0	1.000	.0	.0	.0	.0	.0
.0	.0	.0	.0	.0	.9088	.0	.0	.0	.0
.0	.0	.0	.0	.0	.0	.8683	.0	.0	.0
.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.8044	.0	.0
.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0
.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0	.0

matrice $\mathbf{V}' \cdot \lambda\mathbf{I}$

.744	.439	–.181	–.097	.000	–.063	–.442	.114	.0	.0
.668	–.488	.202	.108	.000	.070	.491	–.127	.0	.0
.436	.560	–.292	.142	.000	–.460	.295	–.303	.0	.0
.872	–.159	.309	–.071	.000	.289	–.175	.021	.0	.0
.224	–.472	–.635	–.001	.000	–.229	.106	.510	.0	.0
.129	–.263	–.047	.404	–.824	–.094	–.212	–.129	.0	.0
.265	–.330	–.669	–.265	.124	.277	–.124	–.442	.0	.0
.523	–.296	.214	.443	.487	–.311	–.246	–.045	.0	.0
.513	–.056	.289	–.694	–.246	–.318	.068	.039	.0	.0
.614	.497	–.126	.232	–.090	.431	.251	.223	.0	.0

matrice dei pesi ottimali $\mathbf{W} = \mathbf{D}^{-\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{N} \cdot \mathbf{V} \cdot \lambda\mathbf{I}$

1.000	**.590**	–.244	–.131	.000	–.084	–.594	.154	**1A**
1.000	**–.730**	.302	.162	.000	.104	.735	–.191	**1B**
1.000	**1.285**	–.669	.326	.000	–1.056	.677	–.695	**2A**
1.000	**–.182**	.354	–.081	.000	.331	–.200	.024	**2B**
1.000	**–2.113**	–2.839	–.005	.000	–1.024	.475	2.280	**2C**
1.000	**–2.036**	–.363	3.128	–6.380	–.729	–1.643	–1.001	**3A**
1.000	**–1.246**	–2.530	–1.001	.470	1.048	–.469	–1.671	**3B**
1.000	**–.567**	.410	.847	.932	–.594	–.471	–.085	**3C**
1.000	**–.109**	.564	–1.353	–.479	–.620	.132	.076	**3D**
1.000	**.809**	–.206	.378	–.147	.702	.409	.364	**3E**

La prima colonna contiene la costante uguale all'unità, la seconda colonna contiene i coefficienti ottimali da attribuire alle dieci risposte. La terza colonna contiene le ponderazioni per la seconda dimensione. Per un soggetto che ha risposto 1B, 2C e 3D il punteggio totale è (–.730 –2.113 –.109)/3 = –.984. Per completezza espositiva vengono riportate le ponderazioni da applicare alle risposte per calcolare le componenti successive alla seconda.

BIBLIOGRAFIA

AMISANO E., RINALDI G. (1992). Confronto fra forme diverse di «chiusura» degli item Likert. In *Costruire il dato*, a cura di A. Marradi (Milano: Franco Angeli).

BENZÉCRI J.P. (1982). *L'analyse des données*. Paris: Dunod.

BRUNORO G. (1994). *Analisi delle corrispondenze*. Padova: CEDAM.

DOLL J., AJZEN I., MADDEN T.J. (1991). Optimale Skalierung und Urteilsbildung in unterschiedlichen Einstellungsbereichen: Eine Reanalyse. *Zeitschrift fur Sozialpsychologie*, *22* (2), 102-111.

ECKART C., YOUNG G. (1936). The Approximation of one matrix by another of lower rank. *Psychometrika, 1*, 211-218.

FLEBUS G.B. (1988a). Il MIQUISS Questionario sull'incertezza della scelta scolastica: costruzione e validazione. *Bollettino di Psicologia Applicata*, *186*, 47-54.

FLEBUS G.B. (1988b). Predicting high school outcomes after two years using guidance counselling data and final examination grades. *Proceedings of the XIII Congress on Educational and Vocational Guidance*, Stockholm, Sweden, vol. 3: Personal Counselling.

FLEBUS G.B. (1995). A BASIC program to compute Guttman's least squares weights for a Likert scale. *Educational and Psychological Measurement*, *55* (3), 442-444.

FLEBUS G.B. (1996). Una scala di Atteggiamenti per l'orientamento scolastico in terza media – costruzione e validazione. *TPM Testing, Metodologia, Psicometria, 3* (4), 197-208.

GREENACRE M.J. (1984). *Theory and application of correspondence analysis*. New York: Academic Press.

GUTTMAN L. (1941). *The quantification of a class of attributes: A theory and method of scale construction*. In *The prediction of personal adjustment*, eds. Horst, Pau *et al.* (New York: The Social Science Research Council, Bulletin No. 48).

GUTTMAN L. (1950). The principal components of scale analysis. In *Measurement and prediction*, ed. S.A. Stouffer (Princeton, NJ: Princeton University Press).

HUTEAU M. (1983). Les questionnaire de personnalité H.S.P.Q. et E.P.I.: étude interne. *L'orientation scolaire et professionnelle*, *3*, 243-260.

LIKERT L. (1932). A technique for the measurement of attitudes. *Archives of Psychology*, *140*, 1-55.

LORD F.M., NOVICK M.R. (1968). *Statistical theory of mental test scores*. Reading, MA: Addison-Wesley.

NISHISATO S. (1980). *Analysis of categorical data: Dual scaling and its applications*. Toronto: University of Toronto Press.

TORGERSON W.S. (1958). *Theory and method of scaling*. New York: Wiley.

WELLER S.C., ROMNEY A.K. (1990). *Metric scaling: Correspondence analysis*. Newbury Park, CA: Sage.

[*Ricevuto il 30 luglio 1997*]
[*Accettato l'8 ottobre 1998*]

Summary. The article contains a description of Guttman's optimal scoring method, which can be applied to a set of questions that make up a unidimensional scale. The method is almost unknown and scarcely used, even if the computation for its implementation is equivalent to that of multiple correspondence analysis. The differences between the optimal scoring method and correspondence analysis are presented, along with three examples. Optimal scoring method means that internal consistency of the scale, inter-item correlation and alpha coefficient are made rise to the maximum. In a process of developing a test or a questionnaire, the method can help explore the unidimensionality of the underlying construct. Two Internet sites from which it is possible to download the free applications to compute optimal scores are also provided.

La corrispondenza va inviata a Giovanni Battista Flebus, Istituto di Psicologia, Università di Urbino, Via Satti 15, 61029 Urbino.