Indice della seconda lezione

1) Riassunto: modelli di Kripke, cammini massimali
2) Riassunto: LTL: sintassi, semantica
3) Esercizio: mutua esclusione in una rete di Petri
4) Esercizio: programma concorrente
5) Operatori derivati: weak until e release
6) Insiemi minimali di operatori
7) La negazione in LTL
8) Alberi di computazione
9) CTL: sintassi e semantica intuitiva

Modelli di Kripke

$AP = \{p, p_1, p_2, \cdots\}$: insieme di *proposizioni atomiche*

Dato un sistema di transizioni $A = (Q, T)$, associamo a ogni stato $q \in Q$ l'insieme delle proposizioni atomiche che sono *vere* in quello stato.

$$I : Q \longrightarrow 2^{AP}$$

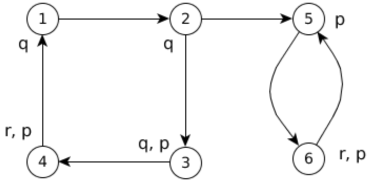
Modello di Kripke

$$\boxed{A = (Q, T, I)}$$

Cammino: $\pi = q_0 q_1 q_2 \cdots$, $(q_i, q_{i+1}) \in T$ per ogni i

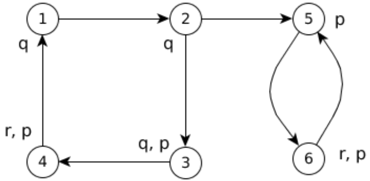
Suffisso di ordine i di π è il cammino $\pi^{(i)} = q_i q_{i+1} \cdots$

Modelli di Kripke



Famiglie di cammini massimali

Modelli di Kripke



Famiglie di cammini massimali

$(1234)^{\omega}$ $(1234)^{*}(12)(56)^{\omega}$

LTL - semantica

Interpretiamo le formule di LTL su un modello di Kripke

Procediamo in due fasi:

1) definiamo un criterio per stabilire se una formula α è vera in un cammino massimale π

2) diciamo che la formula è vera rispetto a uno stato q se è vera in tutti i cammini massimali che partono da q

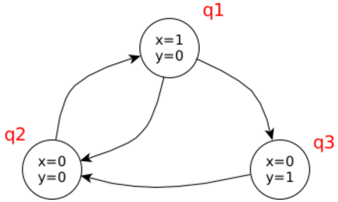
LTL - semantica

$$F(G\alpha \wedge \beta U \gamma)$$

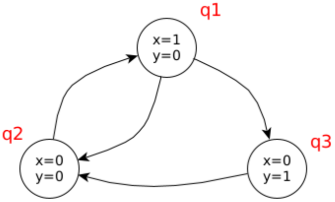
si legge

"per ogni cammino π, $\quad \pi \models F(G\alpha \wedge \beta U \gamma)$"

Esercizio



Esercizio



Stabilire in quali stati le seguenti formule sono vere

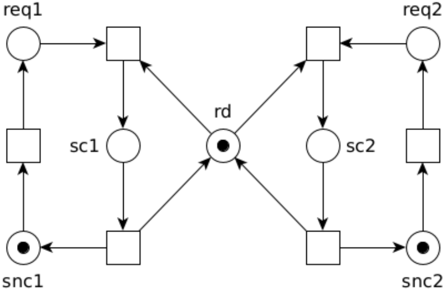
) quad $G\,(x = 0 \vee y = 0)$

) quad $GF\,(y = 0)$

) quad $GF\,(y = 1)$

) quad $G\,(x = 1 \longrightarrow F\,(y = 1))$

Esempio



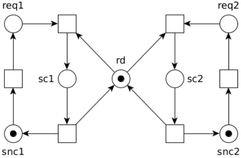
`rd`: risorsa disponibile

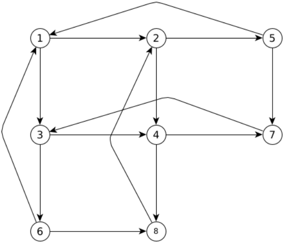
`snc`: sezione non critica

`sc`: sezione critica

`req`: richiesta pendente

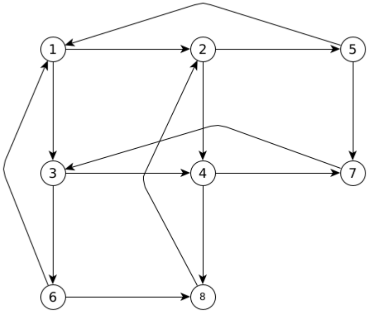
Esempio





1: rd, snc1, snc2
2: rd, req1, snc2
3: rd, snc1, req2
4: rd, req1, req2
5: sc1, snc2
6: snc1, sc2
7: sc1, req2
8: req1, sc2

Esempio



1: rd, snc1, snc2
2: rd, req1, snc2
3: rd, snc1, req2
4: rd, req1, req2
5: sc1, snc2
6: snc1, sc2
7: sc1, req2
8: req1, sc2

$$\mathbf{G}\,\neg(sc1 \wedge sc2) \qquad \mathbf{G}\,(req1 \longrightarrow \mathbf{F}\,sc1)$$

LTL – Operatori derivati

Until debole (*weak until*)

$$\alpha \, W \, \beta \equiv \mathsf{G} \, \alpha \lor (\alpha \, \mathsf{U} \, \beta)$$

LTL – Operatori derivati

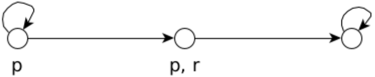
Until debole (*weak until*)

$$\alpha\, W\, \beta \equiv \mathrm{G}\,\alpha \vee (\alpha\, \mathrm{U}\, \beta)$$

Release – $\alpha\, \mathrm{R}\, \beta$

$\pi \models \alpha\, \mathrm{R}\, \beta$ sse $\forall k \geqslant 0 : (\pi^{(k)} \models \beta \vee \exists h < k : \pi^{(h)} \models \alpha$

$\alpha\, \mathrm{R}\, \beta \equiv \beta\, W\, (\alpha \wedge \beta)$



In questo modello è verificata la formula $r\, \mathrm{R}\, p$

LTL – Formule equivalenti

Definizione:

$$\alpha \equiv \beta \text{ se e solo se } \forall\pi : (\pi \models \alpha \longleftrightarrow \pi \models \beta)$$

$\mathrm{F}\,\alpha \equiv \alpha \vee \mathrm{XF}\,\alpha$

$\mathrm{G}\,\alpha \equiv \alpha \wedge \mathrm{XG}\,\alpha$

$\alpha\,\mathrm{U}\,\beta \equiv \beta \vee (\alpha \wedge \mathrm{X}\,(\alpha\,\mathrm{U}\,\beta))$

LTL – Formule particolari

$\top \, \mathrm{U} \, \alpha$

Esercizio

Tradurre in LTL i seguenti enunciati

"Chi ruba, presto o tardi finirà in galera"

"Per superare l'esame, è necessario avere studiato"

"Se la cabina è in movimento verso l'alto, si trova all'altezza del secondo piano, ed è stato premuto il pulsante interno di richiesta del quinto piano, la cabina non cambierà direzione fino a quando avrà raggiunto il quinto piano"

Strategia risolutiva: per prima cosa, occorre individuare le proposizioni atomiche; in seguito si analizza la struttura della frase, eventualmente riformulandola in una frase equivalente con espressioni corrispondenti agli operatori temporali