PROGRAMMA DEL CORSO DI ANALISI MATEMATICA II 2022-23

M. GABRIELLA KUHN
ANDREA CALOGERO

0.1. **Calcolo differenziale in più variabili.**

(1) Derivate direzionali. Funzioni differenziabili. Legame tra le derivate direzionali nel caso di funzioni differenziabili. Legami tra continuità e derivabilità e differenziabilità. Derivate di ordine successivo. Derivate di funzioni composte (*).
(2) Massimi e minimi in insiemi aperti: condizione necessaria per funzioni differenziabili e curve di livello.
(3) Matrici definite/semidefinite positive e relativi criteri Matrice Hessiana. Formula di Taylor arrestata al secondo ordine. Funzioni convesse e relativo criterio per il riconoscimento dei loro estremanti.
(4) Riconoscimento dei massimi e minimi mediante la matrice Hessiana.

0.2. **Calcolo integrale in più variabili.**

(1) Definizione di integrale di Riemann di una funzione a valori reali.
(2) Insiemi misurabili secondo Peano-Jordan: condizione necessaria e sufficiente per la misurabilità nel caso di insiemi limitati.
Esempi di insiemi misurabili e non.
(3) Metodo di riduzione (Teorema di Fubini) per gli integrali multipli (*). Baricentro di un insieme misurabile bidimensionale.
Volume dei solidi.
(4) Cambio di variabili negli integrali doppi e tripli (*): coordinate polari, sferiche e cilindriche. Volume dei solidi di rotazione: Teorema di Guldino.
(5) Integrali impropri. Calcolo di $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2} dx$

0.3. **Curve e superfici.**

(1) Curve regolari/ regolari a tratti/ chiuse /semplici in $\mathbb{R}^n$. Lunghezza di una curva: definizioni equivalenti e indipendenza dalla parametrizzazione. (non è richiesta la dimostrazione della lunghezza di una curva regolare). Ascissa curvilinea.

(2) Teorema delle funzioni implicite (Dini) nel caso bidimensionale.
Superfici in forma cartesiana; condizioni sufficienti affinchè una superficie sia localmente un grafico. Teorema di Dini nel caso di una funzione da $\mathbb{R}^3$ in $\mathbb{R}^2$ (senza dimostrazione)
(3) Massimi e minimi in insiemi compatti: moltiplicatori di Lagrange (dimostrazione solo nel caso di un vincolo in $\mathbb{R}^2$).

0.4. **Successioni e serie di funzioni.**

(1) Spazi vettoriali normati: esempi ($C([a,b])$, $B(I)$ (con I intervallo) $C^n([a,b])$. Spazi di Banach.
(2) Teorema delle contrazioni.
(3) Convergenza puntuale e uniforme per successioni/serie di funzioni a valori reali. Criterio di Weierstrass per le serie di funzioni. Convergenza uniforme e limitatezza/continuità delle funzione limite. Convergenza puntuale/ uniforme per funzioni derivabili/integrabili e realtivi teoremi di passaggio al limite.
(4) Serie di potenze: raggio di convergenza. Serie di Taylor. Approssimazione di integrali mediante l'uso di serie di potenze.

0.5. **Equazioni differenziali.**

(1) Problema di Cauchy per equazioni del primo ordine. Teorema di esistenza e unicità locale. Prolungamento delle soluzioni. Intervallo massimale di definizione e relative proprietà (*). Condizione di sublinearità . Teorema di esistenza e unicità globale. (non è richiesta la dimostrazione nel caso sublineare)
(2) Equazioni di ordine n: equivalenza con un sistema del primo ordine. Sistemi lineari del primo ordine. Struttura dello spazio delle soluzioni di un sistema omogeneo del primo ordine. Matrice Wronskiana e teorema di Liouville (*) (relativo al suo determinante). Soluzioni nel caso non omogeneo. Metodo di variazione delle costanti arbitrarie.
(3) Metodi di soluzione per alcune equazioni e sistemi particolari. (variabili separabili, lineari del I ordine, di Bernoulli, Riccati, omogenee, lineari di ordine n a coefficienti costanti, equazione di Eulero, sistemi omogenei e non a coefficienti costanti)

(*) Non è richiesta la dimostrazione

Dipartimento di Matematica, Università di Milano "Bicocca", Via Cozzi 53, 20125 Milano, ITALIA
Email address: mariagabriella.kuhn@unimib.it