LA PROBABILITÀ

ESERCITAZIONE

Esercizio

Il principale obiettivo di uno studio di Carter et al. era di indagare l'effetto dell'età all'inizio dei disturbi bipolari durante la malattia. Una delle variabili investigate era la storia familiare dei disturbi dell'umore. In tabella è mostrata la frequenza della storia familiare dei disturbi dell'umore in due gruppi in studio (i *giovani*, *G*, definiti con un'età di 18 anni, gli *adulti*, *A*, con un'età >18 anni).

Storia familiare	***G***	***A***	**Totale**
Storia negativa (S)	28	35	63
Disturbi bipolari	19	38	57
Disturbi unipolari	41	44	85
Disturbi unipolari e bipolari	53	60	113
Totale	141	177	318

Quesiti

1. Selezionato un individuo a caso, qual è la probabilità che abbia 18 anni?
2. Sapendo di aver selezionato un soggetto del gruppo di 18 anni, qual è la probabilità che questo soggetto non abbia una storia familiare per disturbi dell'umore?
3. Qual è la probabilità che, estratta a caso una persona tra i 318 soggetti, sia un giovane (G) e sia una persona che non ha una storia familiare di disturbi dell'umore (S)?
4. Se scegliamo un soggetto a caso tra i 318 soggetti, qual è la probabilità che questo soggetto sia giovane (G) o non abbia una storia familiare per disturbi dell'umore (S) o entrambi?

Soluzioni

1. $P(G) = 141/318 = 0.4434$
2. $P(S|G) = 28/141 = 0.1986$
3. $P(G \cap S) = 28/318 = 0.0881$
4. $P(G \cup S) = P(G)+P(S)- P(G \cap S) =$
   $0.4434+0.1981-0.0881 = 0.5534$

Esercizio

In uno studio sulle vittime di violenze, Porcerelli et al. hanno raccolto informazioni si 679 donne e 345 uomini di età compresa tra i 18 e 64 anni provenienti dai consultori familiari nell'area di Detroit. I pazienti hanno compilato un questionario sugli abusi ricevuti. La tabella mostra il campione di soggetti per sesso e tipo di violenza.

	Non vittime	**Vittime del partner**	**Vittime non del partner**	**Vittime multiple**	**Totale**
Donne	611	34	16	18	679
Uomini	308	10	17	10	345
Totale	919	44	33	28	1024

Quesiti

1. Supponiamo di scegliere a caso un soggetto, qual è la probabilità che sia una donna? come si chiama tale probabilità?
2. Se scegliamo un soggetto a caso, qual è la probabilità che sia una donna e un caso di abuso dovuto al partner? come si chiama tale probabilità?
3. Supponiamo di scegliere un uomo a caso, qual è la probabilità che abbia avuto una violenza da persone che non siano il partner, ma non sia una vittima multipla?
4. Supponiamo di scegliere un soggetto a caso, qual è la probabilità che sia un uomo o un individuo che abbia avuto un abuso dal partner?

Soluzioni

1. 679/1024=0.6631 (marginale)
2. 34/1024=0.0332 (congiunta)
3. 17/345=0.0493
4. $P(U)+P(partner)-P(U \cap partner) =$
   $345/1024 + 44/1024 - 10/1024 =$
   $379/1024 = 0.3701$

Esercizio

Il «gatto di Schrödinger» vive sotto la minaccia costante di morte a causa del rilascio casuale di un veleno mortale. La probabilità di rilascio del veleno è pari all'1% ogni giorno e il rilascio è indipendente nei giorni successivi.

1. Qual è la probabilità che il gatto sopravviva 7 giorni?
2. Qua è la probabilità che il gatto sopravviva un anno? (365 giorni)
3. Qua è la probabilità che il gatto muoia entro un anno?

Soluzioni

1. P(sopravvive 7 giorni) =

   = P(vive giorno1)* P(vive giorno2)* …*P(vive giorno7)=

   = $(1-0.01)^7=0.99^7=0.932$
2. P(sopravvive 365 giorni) =

   = P(vive giorno1)* …*P(vive giorno365)=

   = $(1-0.01)^{365}=0.99^{365}=0.026$
3. P(muore entro 1 anno)=1-P(sopravvive 1 anno)=1-0.026= 0.974

Esercizio

In una grande popolazione di panda gigante, sono presenti 5 alleli per un certo gene (A_1, A_2, A_3, A_4, A_5). Le frequenze relative di questi alleli sono 0.1, 0.15, 0.6, 0.05 e 0.1, rispettivamente. In questa popolazione, assumendo che tutti gli individui abbiano le stesse probabilità di riprodursi, i due alleli presenti in un qualsiasi individuo rappresentano un campione casuale estratto dall'intera popolazione.

Quesiti

1. Qual è la probabilità che un singolo allele scelto a caso da questa popolazione sia A_1 o A_4?
2. Qual è l probabilità che un soggetto abbia due alleli A_1?
3. Qual è la probabilità che un individuo non sia A_1A_1?
4. Se si estraessero due individui a caso da questa popolazione, qual è la probabilità che nessuno dei due abbia un genotipo A_1A_1?
5. Se si estraessero due individui a caso da questa popolazione, qual è la probabilità che almeno uno dei due abbia genotipo A_1A_1?
6. Qual è la probabilità che tre individui scelti a caso non abbiano l'allele A_2 o non abbiano l'allele A_3? (ogni individuo ha due alleli)

Soluzioni

1. $P(A_1 \text{ o } A_4)=P(A_1)+P(A_4)=0.1+0.05=0.15$
2. $P(A_1A_1)=0.1*0.1=0.01$
3. $P(\text{non } A_1A_1)=1-0.01=0.99$
4. $P(\text{non } A_1A_1 \text{ e non } A_1A_1)=P(\text{non } A_1A_1)*P(\text{non } A_1A_1)=$ $0.99*0.99=0.9801$
5. $P(A_1A_1 \text{ o } A_1A_1)=P(A_1A_1)+ P(A_1A_1)-P(A_1A_1 \text{ e } A_1A_1)=0.01+0.01-0.01*0.01=0.0199$ o $1- P(\text{non } A_1A_1 \text{ e non } A_1A_1)=1-0.9801=0.0199$
6. $P(3 \text{ individui non hanno alleli } A_2 \text{ o } A_3)=$

   $P_1(\text{no } A_2 \text{ e no } A_3)*P_2(\text{no } A_2 \text{ e no } A_3)*P_3(\text{no } A_2 \text{ e no } A_3)=$

   $P(\text{no } A_2 \text{ e no } A_3)^{3*2}=[1-P(A_2 \text{ o } A_3)]^6=$

   $[1-[P(A_2)+P(A_3)-P(A_2 \text{ e } A_3)]]^6=[1-0.15-0.6-0]^6=0.25^6=0.00024$

*nota al punto 6: $P_1(\text{no } A_2 \text{ e no } A_3)$, è corretto usare «e» perché devono sussistere contemporaneamente le condizioni non A_2 e non A_3, quindi i casi favorevoli sono quando si manifestano gli alleli A_1, A_4 o A_5, da cui $P_1(\text{no } A_2 \text{ e no } A_3)=P(A_1 \text{ o } A_4 \text{ o } A_5)=P(A_1)+P(A_4)+P(A_5)$ perché sono eventi mutuamente esclusivi

Esercizio

In un reparto ospedaliero, sono ricoverati 39 pazienti (R), tra questi, 19 presentano la patologia M1, 23 la patologia M2 e 8 entrambe. Quanti sono i ricoverati per altre patologie e qual è la probabilità di selezionarne casualmente uno?

Soluzioni

	M1	No M1	Totale
M2	8	15	23
No M2	11	5	16
Totale	19	20	39

- I ricoverati per altre patologie sono 5
- La probabilità di selezionarne uno a caso è 5/39=0.128

Esercizio

In tabella sono organizzati i dati riferiti a quante volte in un anno sono state ricoverate 6570 persone

N° ricoveri	N° individui	%
1	1490	22.7
2	2170	33.0
3	1025	15.6
4	1150	17.5
5	500	7.6
6	160	2.4
7	58	0.9
8	10	0.2
≥9	7	0.1
Totale	6570	100

Calcolare la probabilità che un individuo scelto a caso sia stato ricoverato: a) 2 o 3 volte; b) un numero pari di volte; c) meno di 3 o almeno 7

Soluzioni

a) $P(2 \cup 3) = P(2)+P(3)-P(2 \cap 3) =$
$0.33+15.6=0.486$

b) $P(2 \cup 4 \cup 6 \cup 8) = P(2)+P(4)+ P(6)+P(8) =$
$33.0+17.5+2.4+0.2 =53.1$

c) $P(<3 \cup \geq 7) = P(1)+P(2)+ P(7)+P(8)+P(9) =$
$22.7+33.0+0.9+0.2+0.1 = 56.9$

Esercizio 1

Estraiamo a caso una carta da un mazzo di **52 carte**. Qual è la probabilità che la carta estratta:

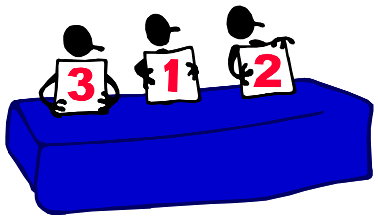
- Non sia di quadri
- Sia una figura
- Sia una figura con seme rosso
- Abbia seme rosso
- Sia di cuori ma non sia una figura

Risposte

In un mazzo ci sono:

- 13 carte di quadri, quindi 39 non lo sono: 39/52=0.75
- 12 figure: 12/52=0.23
- 6 figure con seme rosso: 6/52=0.11
- 26 carte di seme rosso: 26/52=0.5
- 10 carte di cuori che non sono figure: 10/52=0.19

Esercizio 2



La seguente tabella riporta il risultato di **500 interviste** relative alle opinioni dei residenti di una città sulla legalizzazione dell'aborto. I dati sono stati classificati rispetto alla zona di residenza

Zona	Risultato			Tot.
	Favorevole (F)	Contrario (C)	Indeciso (I)	
1	100	20	5	125
2	115	5	5	125
3	50	60	15	125
4	35	50	40	125
Tot.	300	135	65	500

Quesiti

Se venisse scelto a caso un intervistato tra i 500, qual è la **probabilità** che sia:

1. **Favorevole, contrario, indeciso** alla legalizzazione dell'aborto?
2. Residente nella zona **1, 2, 3 e 4**?
3. Favorevole all'aborto, **dato** che risiede nella zona 2?
4. Indeciso **o** risieda nella zona 4?

Calcolare:

5. $Pr(1 \cap I)$
6. $Pr(\bar{I})$
7. $Pr(2|I)$

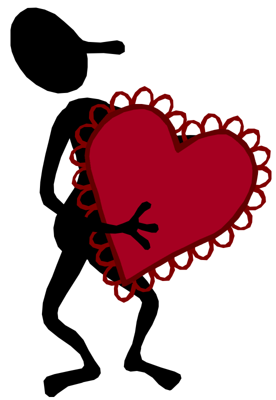
Risposte

1. $P(F)=300/500=0.6$ $P(C)=135/500=0.27$

   $P(I)=65/500=0.13$

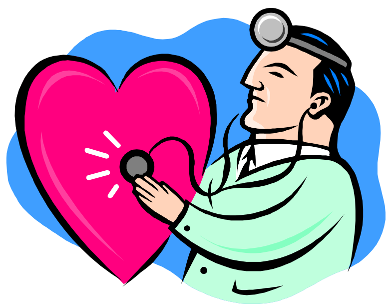
2. $P(1)=P(2)=P(3)=P(4)=125/500=0.25$
3. $Pr(F|2)=115/125=0.92$
4. $Pr(I \cup 4)=P(I)+P(4)-P(I \cap 4)=0.13+0.24-40/500=0.3$
5. $Pr(1 \cap I)=5/500=0.01$
6. $Pr(\bar{I})=1-Pr(I)=1-0.13=0.87$
7. $Pr(2|I)=5/65=0.08$

ESERCIZIO 3: 306 nuove diagnosi di ipertensione sono state classificate rispetto alla loro storia pregressa di angina, infarto e alterazioni dell'ECG.



Angina	Moder.	Grave	Tot.
Sì	18	7	25
No	243	38	281
Totale	261	45	306

Infarto	Moder.	Grave	Tot.
Sì	4	1	5
No	257	44	301
Totale	261	45	306



Alterazioni	Moder.	Grave	Tot.
Sì	56	22	78
No	205	23	228
Totale	261	45	306

1. Qual è la **probabilità** che un nuovo paziente con ipertensione **abbia avuto l'angina**?

2. Dato che un soggetto è affetto da **ipertensione grave**, qual è la probabilità che abbia avuto l'angina?

3. Qual è la probabilità che un nuovo paziente abbia avuto l'angina ed un EGC normale?

4. Qual è la probabilità che due individui diagnosticati come ipertesi abbiano ECG alterati?

5. Qual è la probabilità che almeno 1 dei due nuovi pazienti abbia avuto angina?

Risposte

1. 25/306=0.082
2. 7/45=0.156
3. Non è possibile determinare questa probabilità poiché questi due eventi non sono indipendenti e dunque Pr(angina, ECG normale)≠Pr(angina)Pr(ECG normale). Se avessimo avuto a disposizione Pr(angina|ECG normale) o Pr(ECG normale|angina) la probabilità sarebbe stata calcolabile.
4. Poiché i due eventi sono indipendenti $\frac{78}{306} \times \frac{78}{306} = 0.065$
5. $\frac{25}{306} + \frac{25}{306} - \left(\frac{25}{306}\right)^2 = 0.156$

Esercizio 4

Qual è la probabilità che, in un lancio di tre monete risultino:

1. tre teste 2. due teste

Pr(T)=Pr(C)=0.5 in un singolo lancio

Spazio degli eventi:

1. TTT	2. TTC	3. TCC	4. TCT
5. CCC	6. CCT	7. CTT	8. CTC

1. $Pr(3\ T)=Pr(TTT)=1/8=0.125$

2. $Pr(2\ T)=Pr[(TTC)\cup(CTT)\cup(TCT)]=3/8=0.375$

Esercizio 5

Tre amici contraggono una malattia; l'esperienza medica ha mostrato che il 10% delle persone che contraggono questa malattia non guarisce.

Calcolare:

1. La prob. che nessuno dei tre guarisca
2. la prob. che tutti guariscano

Risposte

A_1 → P(non guarigione 1° amico)=0.1=1/10

A_2 → P(non guarigione 2° amico)=0.1=1/10

A_3 → P(non guarigione 3° amico)=0.1=1/10

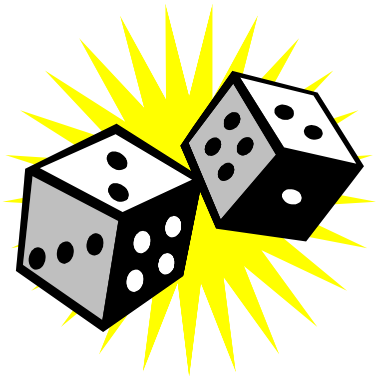
1. $P(A_1 \cap A_2 \cap A_3)=(1/10)^3=1/1000$
2. $P(\bar{A}_1 \cap \bar{A}_2 \cap \bar{A}_3)=(1-1/10)^3=(9/10)^3=729/1000$

Esercizio 6

Una persona lancia due dadi non truccati.

Qual è la probabilità che:

1. Il secondo lancio dia come esito 5
2. I risultati dei due lanci differiscano almeno di 3 punti
3. Il risultato più alto dei due lanci sia 4
4. La somma dei punteggi dei due dadi lanciati sia 7, dato che si è verificato l'evento:
   - La somma è un numero dispari
   - L'esito del primo dado è un numero dispari
   - I due dadi hanno lo stesso esito



Spazio degli eventi

		1° lancio					
		1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
2° lancio	**1**	1,1	2,1	3,1	4,1	5,1	6,1
	2	1,2	2,2	3,2	4,2	5,2	6,2
	3	1,3	2,3	3,3	4,3	5,3	6,3
	4	1,4	2,4	3,4	4,4	5,4	6,4
	5	1,5	2,5	3,5	4,5	5,5	6,5
	6	1,6	2,6	3,6	4,6	5,6	6,6

Risposte

1. $6/36=0.17$

		1° lancio					
		1	2	3	4	5	6
2° lancio	1	1,1	2,1	3,1	4,1	5,1	6,1
	2	1,2	2,2	3,2	4,2	5,2	6,2
	3	1,3	2,3	3,3	4,3	5,3	6,3
	4	1,4	2,4	3,4	4,4	5,4	6,4
	5	1,5	2,5	3,5	4,5	5,5	6,5
	6	1,6	2,6	3,6	4,6	5,6	6,6

Risposte

1. 6/36=0.17
2. 12/36=1/3=0.33

		1° lancio					
		1	2	3	4	5	6
2° lancio	1	1,1	2,1	3,1	4,1	5,1	6,1
	2	1,2	2,2	3,2	4,2	5,2	6,2
	3	1,3	2,3	3,3	4,3	5,3	6,3
	4	1,4	2,4	3,4	4,4	5,4	6,4
	5	1,5	2,5	3,5	4,5	5,5	6,5
	6	1,6	2,6	3,6	4,6	5,6	6,6

Risposte

1. 6/36=0.17
2. 12/36=1/3=0.33
3. 7/36=0.19

		1° lancio					
		1	2	3	4	5	6
2° lancio	1	1,1	2,1	3,1	4,1	5,1	6,1
	2	1,2	2,2	3,2	4,2	5,2	6,2
	3	1,3	2,3	3,3	4,3	5,3	6,3
	4	1,4	2,4	3,4	4,4	5,4	6,4
	5	1,5	2,5	3,5	4,5	5,5	6,5
	6	1,6	2,6	3,6	4,6	5,6	6,6

Risposte

1. 6/36=0.17
2. 12/36=1/3=0.33
3. 7/36=0.19???

4.1. 6/18=1/3=0.33

		1° lancio					
		I	II	III	IV	V	VI
2° lancio	1	2	3	4	5	6	7
	2	3	4	5	6	7	8
	3	4	5	6	7	8	9
	4	5	6	7	8	9	10
	5	6	7	8	9	10	11
	6	7	8	9	10	11	12

Risposte

1. 6/36=0.17
2. 12/36=1/3=0.33
3. 7/36=0.19???

4.1. 6/18=1/3=0.33

4.2. 3/18=1/6=0.17

		1° lancio					
		I	II	III	IV	V	VI
2° lancio	1	2	3	4	5	6	7
	2	3	4	5	6	7	8
	3	4	5	6	7	8	9
	4	5	6	7	8	9	10
	5	6	7	8	9	10	11
	6	7	8	9	10	11	12

Risposte

1. 6/36=0.17
2. 12/36=1/3=0.33
3. 7/36=0.19???

4.1. 6/18=1/3=0.33

4.2. 3/18=1/6=0.17

4.3. 0

		1° lancio					
		I	**II**	**III**	**IV**	**V**	**VI**
2° lancio	**1**	2	3	4	5	6	7
	2	3	4	5	6	7	8
	3	4	5	6	7	8	9
	4	5	6	7	8	9	10
	5	6	7	8	9	10	11
	6	7	8	9	10	11	12

Esercizio 7

Siano *A*, B, *C* tre giocatori d'azzardo; se la probabilità di vittoria di *A* è 2/5 di quella di B, che a sua volta è 5/12 della probabilità di vittoria di *C*, determinare la probabilità di vittoria di ciascun giocatore nell'ipotesi in cui il gioco debba necessariamente concludersi con la vittoria di uno solo dei tre.

Siano:

X = vittoria di A

Y = vittoria di B

Z = vittoria di C

gli eventi che costituiscono lo spazio degli eventi:

$$\Omega = (X, Y, Z)$$

$P(\Omega) = P(X \cup Y \cup Z) = P(X) + P(Y) + P(Z) = 1$

$P(X) = (2/5) \times P(Y)$

$P(Y) = (5/12) \times P(Z)$ da cui si ricava:

$P(Z) = 12/19$; $P(Y) = 5/19$; $P(X) = 2/19$;

Esercizio 8

Su un campione di 140 studenti al III anno della Facoltà di Medicina, è stata condotta un'indagine per valutare la votazione conseguita nell'esame di statistica medica, in relazione al sesso dello studente:

A partire dalle seguenti probabilità:

$P(ME)=0.55$ $\quad$ $1-P(\overline{F})=0.60$ $\quad$ $P(F \cap A)=0.10$

$P(ME|F)=0.75$ $\quad$ $P(\overline{B})=0.80$

dove: ME=voto medio; A=voto alto; B=voto basso

risalire al numero di individui classificati in ciascuna cella della tabella

Tabella

Sesso	Voto in trentesimi Basso 18-22	 Medio 23-26	 Alto 27-30L	 Totale
Maschio	21	14	21	56
Femmina	7	63	14	84
Totale	28	77	35	140

Quesiti

a) Calcolare la probabilità che un soggetto scelto a caso sia un maschio o che abbia meritato un voto almeno medio o che valgano entrambe le condizioni.

$P[M \cup (ME \cup A)]=$

$= P(M) + P(ME \cup A) - P[M \cap (ME \cup A)]=$

$$= \frac{56}{140} + \frac{77+35}{140} - \frac{14+21}{140} = \frac{133}{140} = 0.95$$

b) Calcolare $P(F \cap \overline{B})$

$$P(F \cap \overline{B}) = \frac{63+14}{140} 0.55$$

Esercizio 9

La distribuzione di probabilità del peso (in Kg) nella popolazione femminile adulta di una cittadina dell'Olanda, suddivisa in 3 classi è:

$P(Peso=[40-54]) = 0.30$

$P(Peso=[55-70]) = 0.50$

$P(Peso>70) = 0.20$

Inoltre la probabilità di essere bevitrice (B) è del 20.5%, mentre le probabilità di non essere bevitrice (NB), condizionatamente a due diverse fasce di peso, sono rispettivamente:

$P(NB|Peso= [55-70]) = 0.85$

$P(NB|Peso>70) = 0.50$

Quesiti

Calcolare le seguenti probabilità:

a) $P(Peso>54)$

b) $P(Peso>54|NB)$

c) $P(Peso>54 \cap Peso>70)$

d) $P(Peso=[55-70] \cap Peso>70)$

e) $P(Peso=[40-54] \cup NB)$

Tabella

	Peso in Kg			
	[40-54]	[55-70]	>70	Totale
B	0.03	0.075	0.10	0.205
NB	0.27	0.425	0.10	0.795
Totale	0.30	0.50	0.20	1

Risposte

a) $P(Peso>54) = 0.50+0.20 = 0.70$

b) $P(Peso>54|NB) = (0.425+0.1)/0.795=0.66$

c) $P(Peso>54 \cap Peso>70) = P(Peso>70) = 0.2$

d) $P(Peso=[55-70] \cap Peso>70) = 0$ (insiemi disgiunti)

e) $P(Peso=[40-54] \cup NB) =$

$P(Peso=[40-54]) +P(NB) - P(Peso=[40-54] \cap NB) =$

$= 0.30+0.795-0.27 = 0.825$

Quesito

Devo ritenere più facile che esca il 10 sulla ruota di Genova o l'11 su quella di Torino, sapendo che il 10 non esce sulla ruota di Genova da 30 estrazioni e l'11 non esce su quella di Torino da 86 estrazioni?

Esercizio 10

Lancio una moneta non truccata 5 volte. Sapendo che nel 1° lancio è uscita testa,determinare la probabilità che si abbia:

1) Testa nei primi 2 lanci;
2) Testa nell'ultimo lancio;
3) Testa in tutti i lanci.

Risposte

1) $\frac{1}{2}$
2) $\frac{1}{2}$
3) $\left(\frac{1}{2}\right)^4$

Esercizio 11

Vi sono due urne, ciascuna contenente 10 palle. Nella prima urna ci sono 8 palle bianche e 2 nere. Nella seconda ce ne sono 7 bianche e 3 rosse. Qual è la probabilità che estraendo una palla da ciascuna urna, almeno una delle due palle estratte sia bianca?

Risposta

$P(B_1 \cup B_2) = P(B_1) + P(B_2) - P(B_1 \cap B_2)$

$P(B_1) = 8/10 = 0.8$

$P(B_2) = 7/10 = 0.7$

$P(B_1 \cap B_2) = P(B_1) \times P(B_2) = 0.8 \times 0.7 =$
0.56

$P(B_1 \cup B_2) = 0.8 + 0.7 - 0.56 = 0.94$

Esercizio 12

Il 2% della popolazione ha il diabete. Di questa solo la metà è a conoscenza della propria condizione. Calcolare la probabilità che un individuo scelto a caso abbia il diabete e non lo sappia.

A = (essere diabetico)

B = (non sapere di avere la malattia)

$P(B| A)=0.5$

$P(A) = 0.02$

$P(B \cap A) = P(B|A)*P(A) = 0.5*0.02 = 0.01$

Esercizio 13

Due arcieri tirano con l'arco ad un medesimo bersaglio. La probabilità che il primo arciere colpisca il bersaglio è 9/10, quella del secondo arciere è 5/6. I due arcieri tirano contemporaneamente. Determinare la probabilità che:

1) Entrambi gli arcieri colpiscano il bersaglio
2) Solo il secondo arciere colpisca il bersaglio

R: A= (il primo arciere colpisce il bersaglio)
B= (il secondo arciere colpisce il bersaglio)

1) $P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = (9/10) \times (5/6) = 3/4$
2) $P(\bar{A} \cap B) = P(\bar{A}) \times P(B) = 1/12$

Esercizio 14

Due macchine A e B eseguono la stessa operazione e ogni giorno hanno probabilità 0.2 e 0.3 di *guastarsi*. Sapendo che la probabilità che si *guastino* contemporaneamente è 0.05, calcolare la probabilità che in un dato giorno:

1) Almeno una delle macchine sia *guasta*;

2) Una sola si *guasti*

Risposte:

A=(la macchina A è *guasta*) B=(la macchina B è *guasta*)

$P(A) = 0.2$ $P(B) = 0.3$ $P(A \cap B) = 0.05$

1) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.2 + 0.3 - 0.05 = 0.45$

2) $P(\text{una sola guasta}) = P(A) + P(B) - 2 * P(A \cap B) =$

$= 0.2 + 0.3 - 2 * 0.05 = 0.4$

Esercizio 15

In una famiglia di 2 figli so che almeno uno è maschio, qual è la probabilità che anche l'altro sia maschio?

Spazio degli eventi: MF MM FM FF

Dato che so che c'è almeno un figlio maschio, riduco lo spazio degli aventi considerando solo le coppie in cui c'è almeno un maschio, quindi MF MM FM.

In questo nuovo universo c'è un solo caso favorevole, la coppia MM, quindi la probabilità sarà:

p = 1/3 (casi favorevoli / casi possibili)

Esercizio 16

Il partner di un HIV^+ ha rischio di contagio pari al 25% all'anno. Qual è il rischio che in tre anni risulti contagiato?

Basta che il contagio avvenga in uno dei tre anni, e cioè P(contagio almeno in un anno) = 1 – P(contagio in nessun anno)

P(contagio in nessun anno) = P(non contagiarsi il 1° anno) x P(non contagiarsi il 2° anno) x P(non contagiarsi il 3° anno) =

= 0.75*0.75*0.75 = 0.422, dato che la p. di avere un contagio in un anno è indipendente dalla p. di avere un contagio in un altro anno.

P(contagio almeno in un anno) = 1 – 0.422 = 0.578

Esercizio 17

Un sacchetto contiene 50 monete, di cui 1 falsa (con due teste). Estraggo una moneta a caso e in sei lanci ottengo sempre testa. Qual è la probabilità che sia falsa,cioè qual è il valore di P(falsa | 6 teste)?

P(falsa | 6 teste) = P(falsa $\cap$ 6 teste) / P(6 teste) =

$$= \frac{P(falsa)\cdot P(6\,teste\,|\,falsa)}{P(6\,teste \cap falsa) + P(6\,teste \cap vera)} =$$

$$= \frac{P(falsa)\cdot P(6\,teste\,|\,falsa)}{P(falsa)\cdot P(6\,teste\,|\,falsa) + P(vera)\cdot P(6\,teste\,|\,vera)} =$$

$$\frac{1/50 * 1}{1/50 * 1 + 49/50 * (1/2)^6} = \frac{1}{1 + 49/64} = \frac{64}{113} = 0.566$$