

# Introduzione alle distribuzioni di probabilità di variabili continue

ESPERIMENTO



VARIABILE CASUALE  
(V.C.)



caratteristica che può essere  
**DISCRETA** o **CONTINUA**

soggetta al caso



La distribuzione di probabilità di una **v.c. discreta** è ben definita da un prospetto, un grafico, una formula che consente di specificare tutti i possibili valori che la variabile assume con le rispettive probabilità

ESPERIMENTO



VARIABILE CASUALE  
(V.C.)



caratteristica che può essere  
DISCRETA o CONTINUA

soggetta al caso



Come si  
affronta?

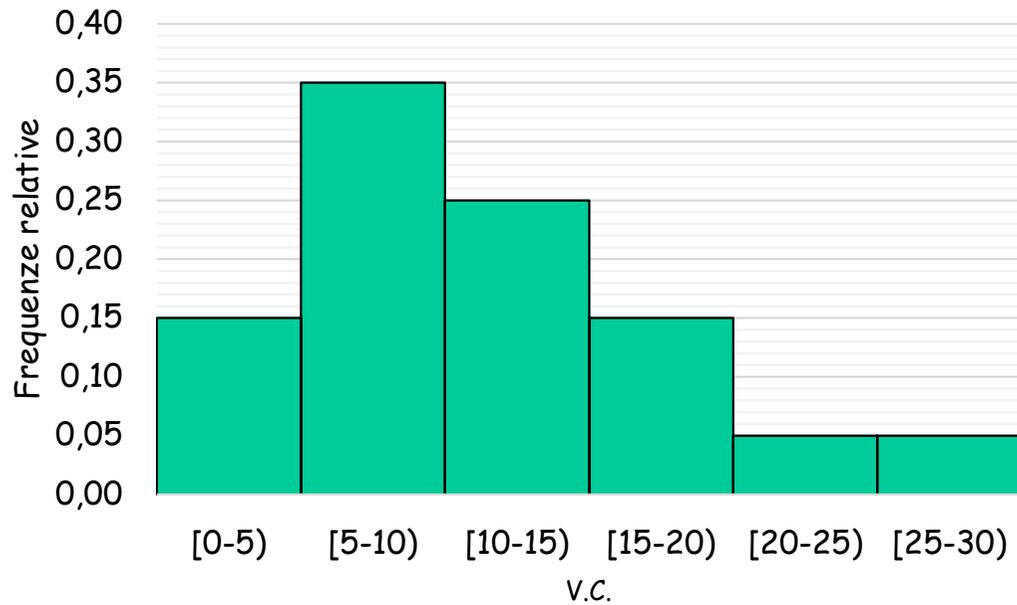
# Variabile casuale continua: esempio

Immaginiamo di raccogliere informazioni relative ad una V.C. continua che assume valori da 0 a 30. I dati che osserveremo saranno 0, 10, 22, 18, 7, 9, 2, 26, .....



V.C.	$P(x_i < X < x_{i+5})$
[0-5)	0.15
[5-10)	0.35
[10-15)	0.25
[15-20)	0.15
[20-25)	0.05
[25-30)	0.05
Totale	1

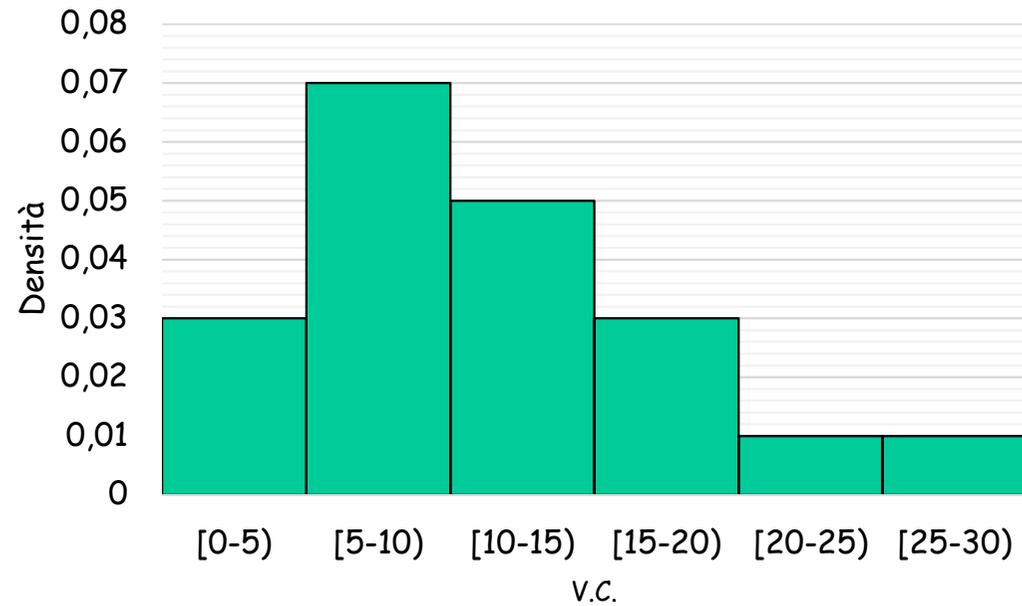
Come  
rappresentiamo  
la distribuzione  
di probabilità?  
(basata sulle  
frequenze  
relative)

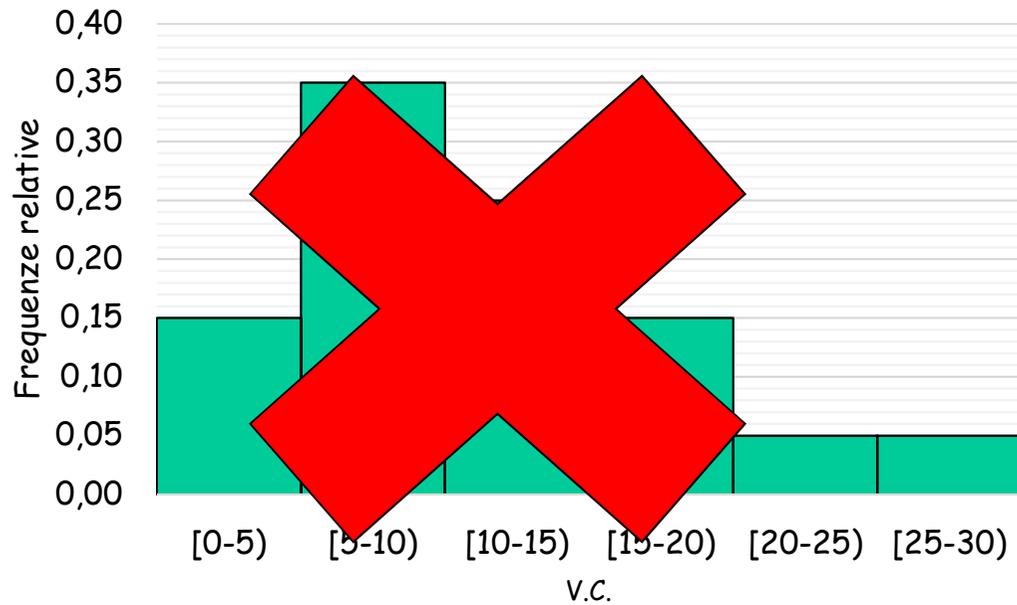


Qual è la distribuzione di probabilità corretta?

Ricordiamo che:

- 1)  $0 \leq P(X=x) \leq 1$
- 2)  $\sum P(X=x) = 1$

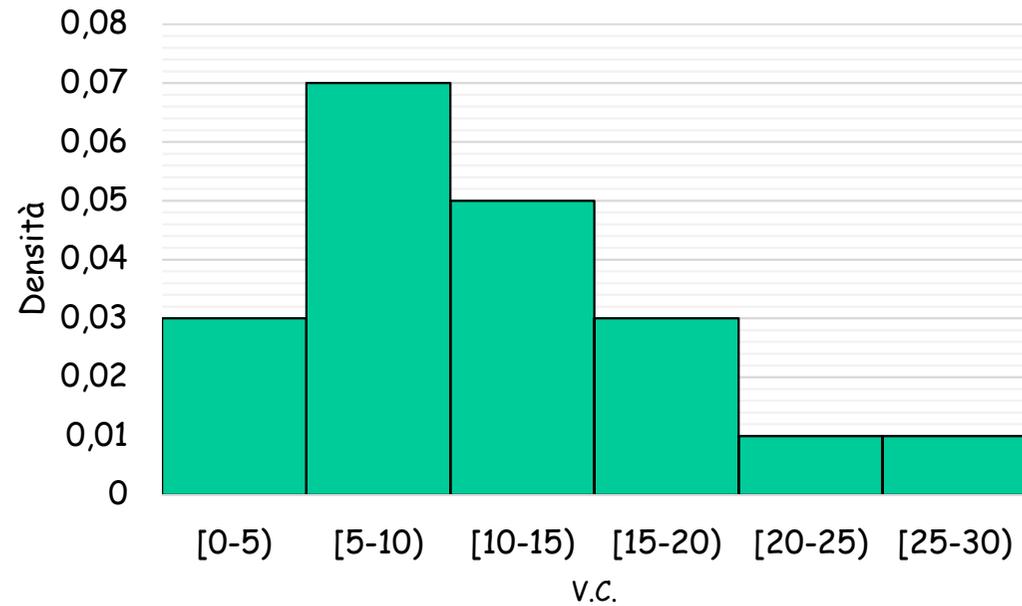


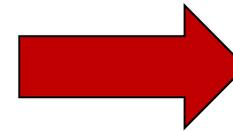
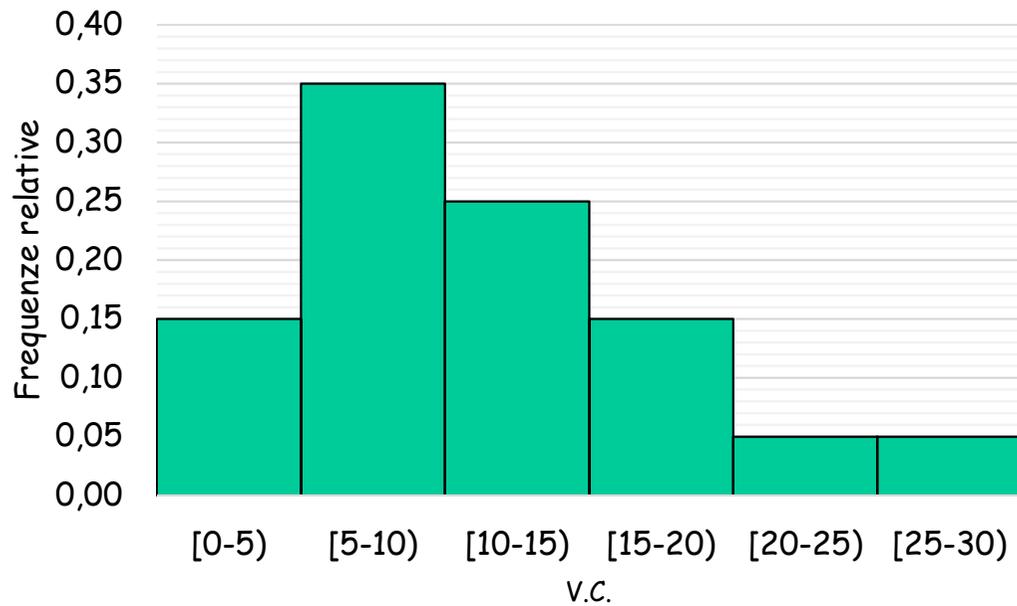


Qual è la  
distribuzione di  
probabilità corretta?

Ricordiamo che:

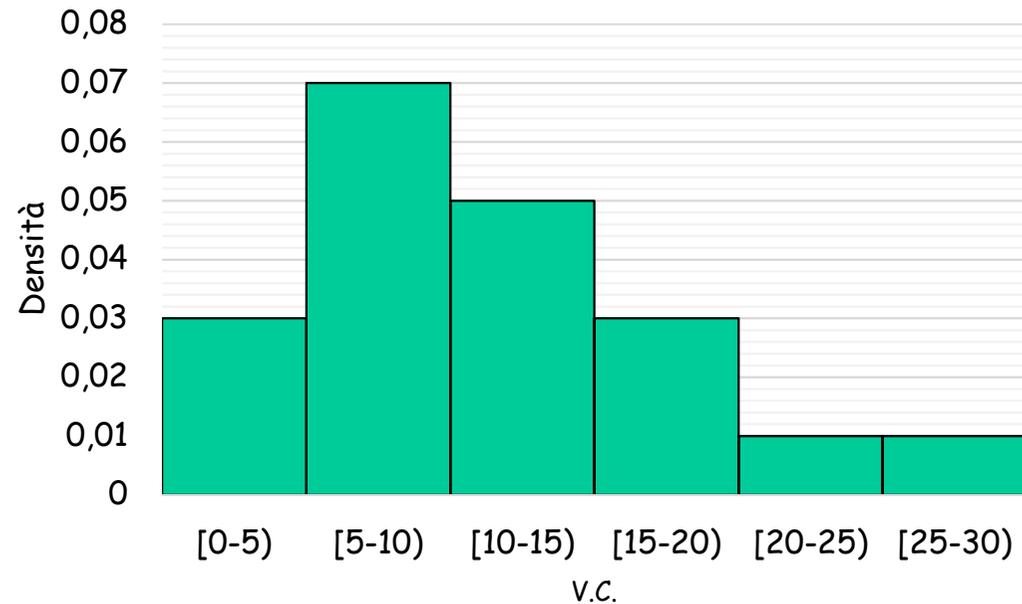
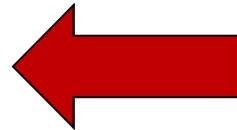
- 1)  $0 \leq P(X=x) \leq 1$
- 2)  $\sum P(X=x) = 1$





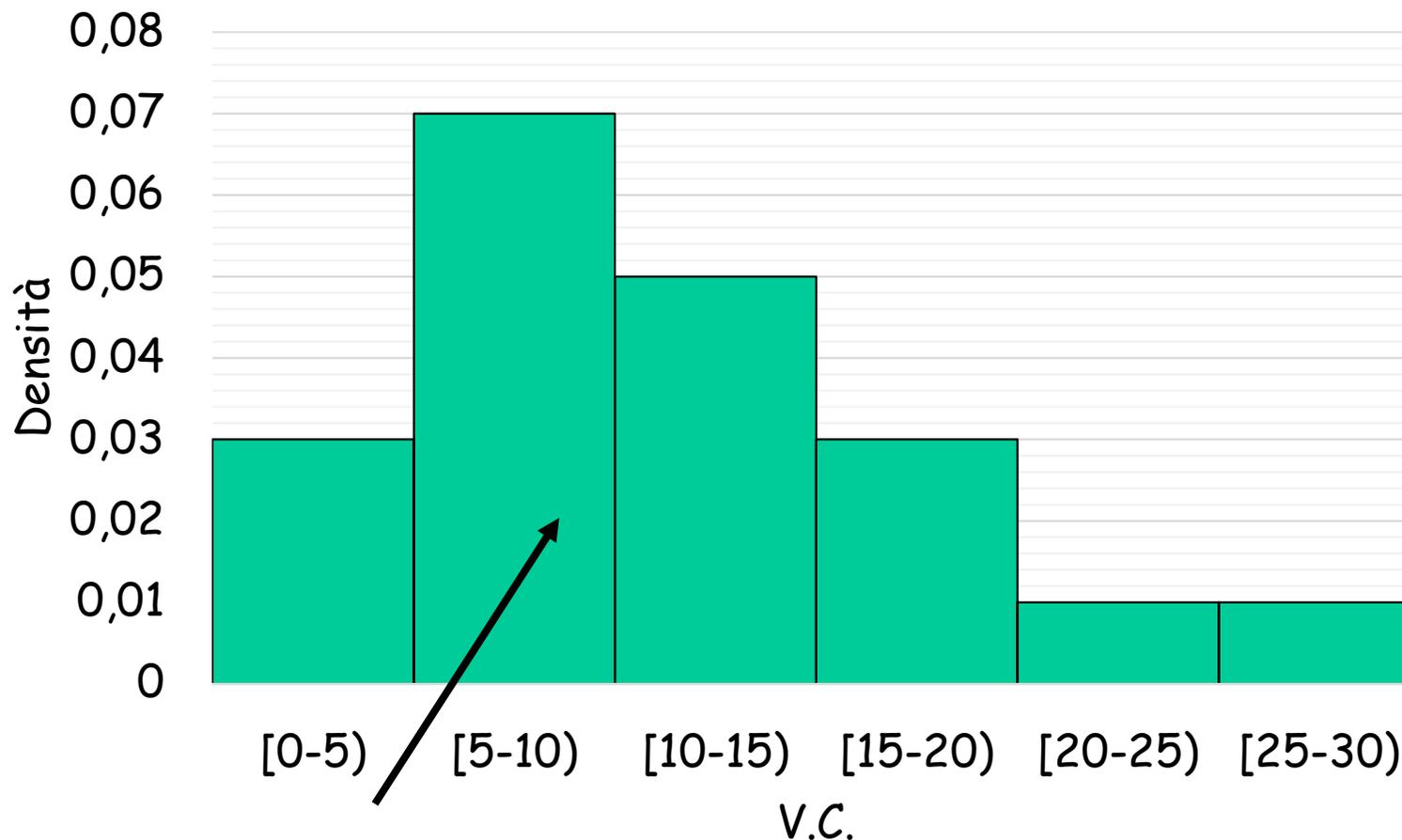
$0.15 \times 5$	0.75
$0.35 \times 5$	1.75
$0.25 \times 5$	1.25
$0.15 \times 5$	0.75
$0.05 \times 5$	0.25
$0.05 \times 5$	0.25
<b>Totale</b>	<b>5</b>

$0.03 \times 5$	0.15
$0.07 \times 5$	0.35
$0.05 \times 5$	0.25
$0.03 \times 5$	0.15
$0.01 \times 5$	0.05
$0.01 \times 5$	0.05
<b>Totale</b>	<b>1</b>



# Istogramma

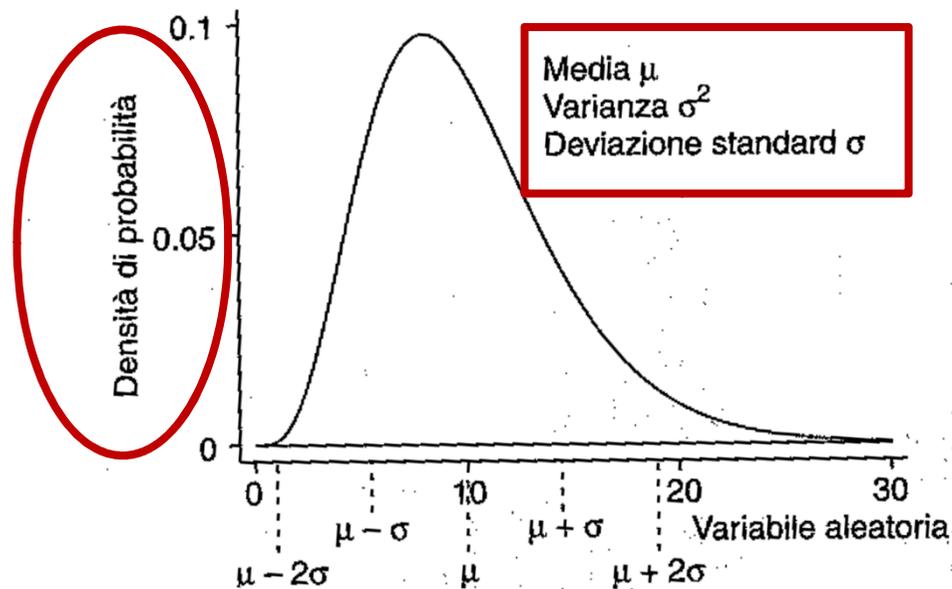
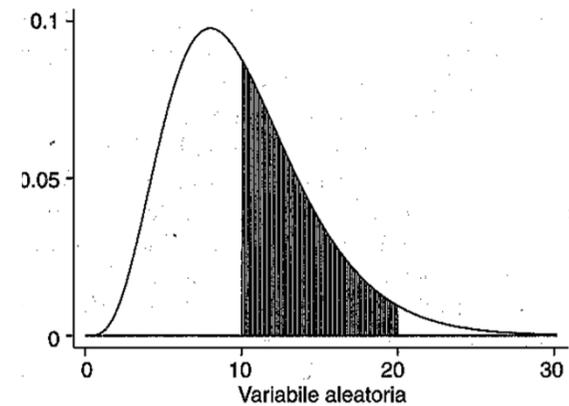
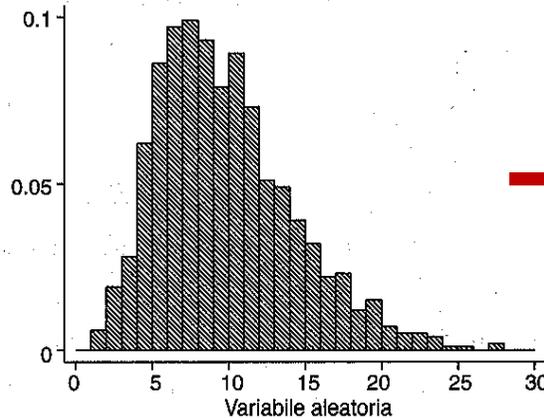
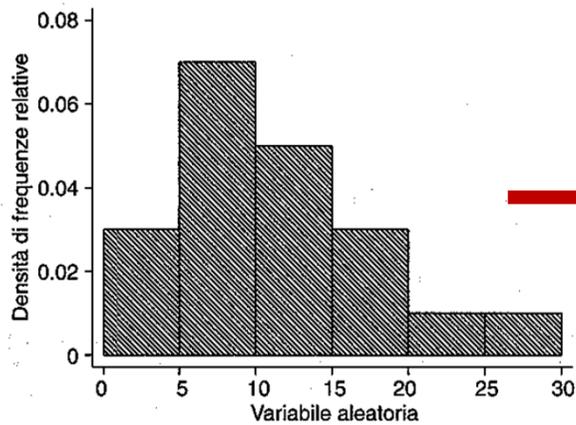
Altezza rettangolo (**DENSITÀ**) =  
= frequenza relativa/ampiezza della classe



Area totale sottesa = 1

# Dal discreto al continuo...

... classi sempre più piccole,  $n \rightarrow \infty$



# Variabile casuale continua

Può assumere un **numero infinito** di valori compreso in un intervallo di ampiezza finita o infinita.

->La probabilità per ogni singolo valore è pari a 0  $P(X=x)=0$

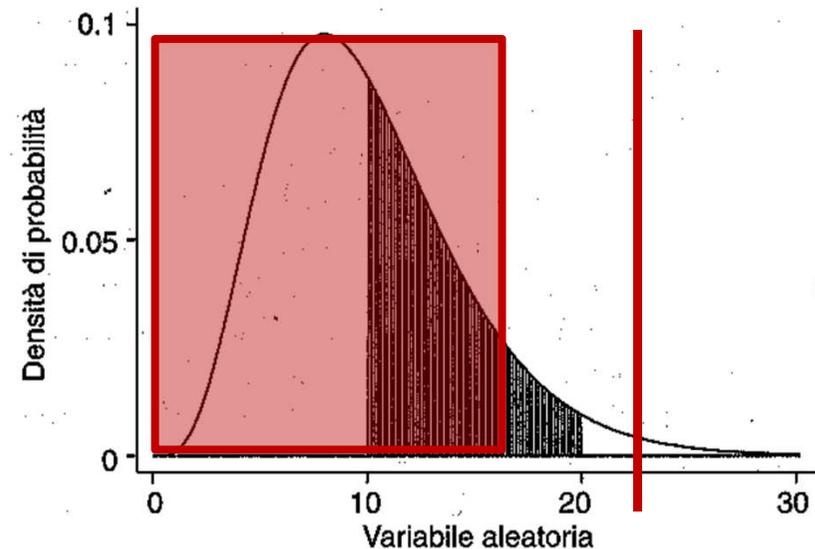
->Si assegna una probabilità per un intervallo di valori

$$P(a < X < b) \geq 0$$

## Esempio

Qual è la probabilità di avere un BMI di 23 kg/m<sup>2</sup>?

Qual è la probabilità di avere un BMI < 18 kg/m<sup>2</sup>?

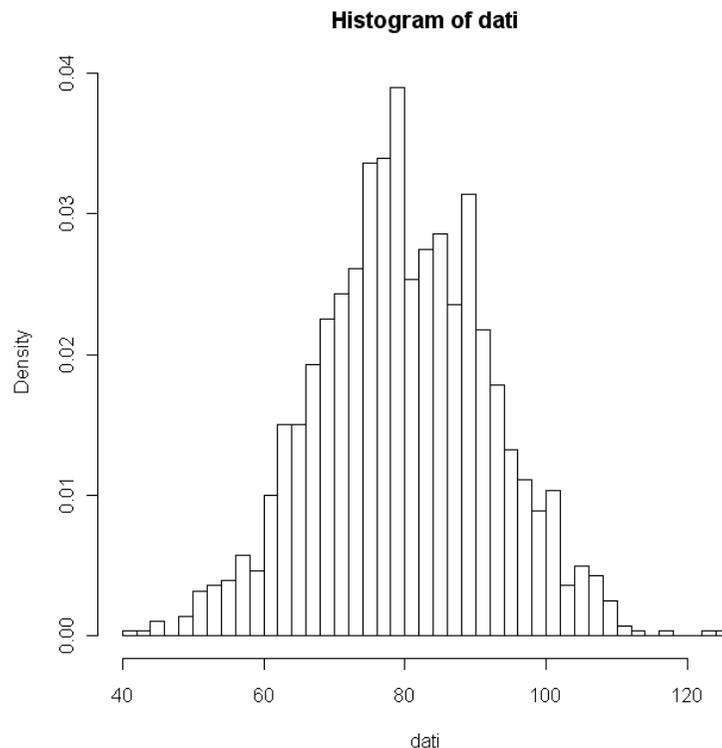


# GAUSSIANA

## parte I

# Esempio: Pressione diastolica

La PAD è stata misurata in un campione di 1500 uomini tra i 35 e 44 anni. I risultati sono rappresentati con un istogramma delle frequenze relative divise per ampiezza della classe di PAD (classi di 2 mmHg)

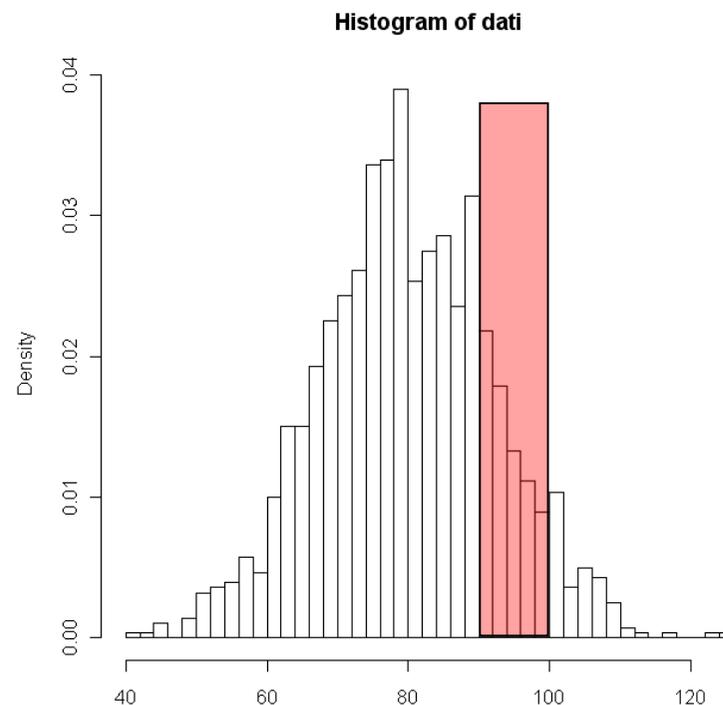


$$\bar{x} = 80$$

$$s = 12$$

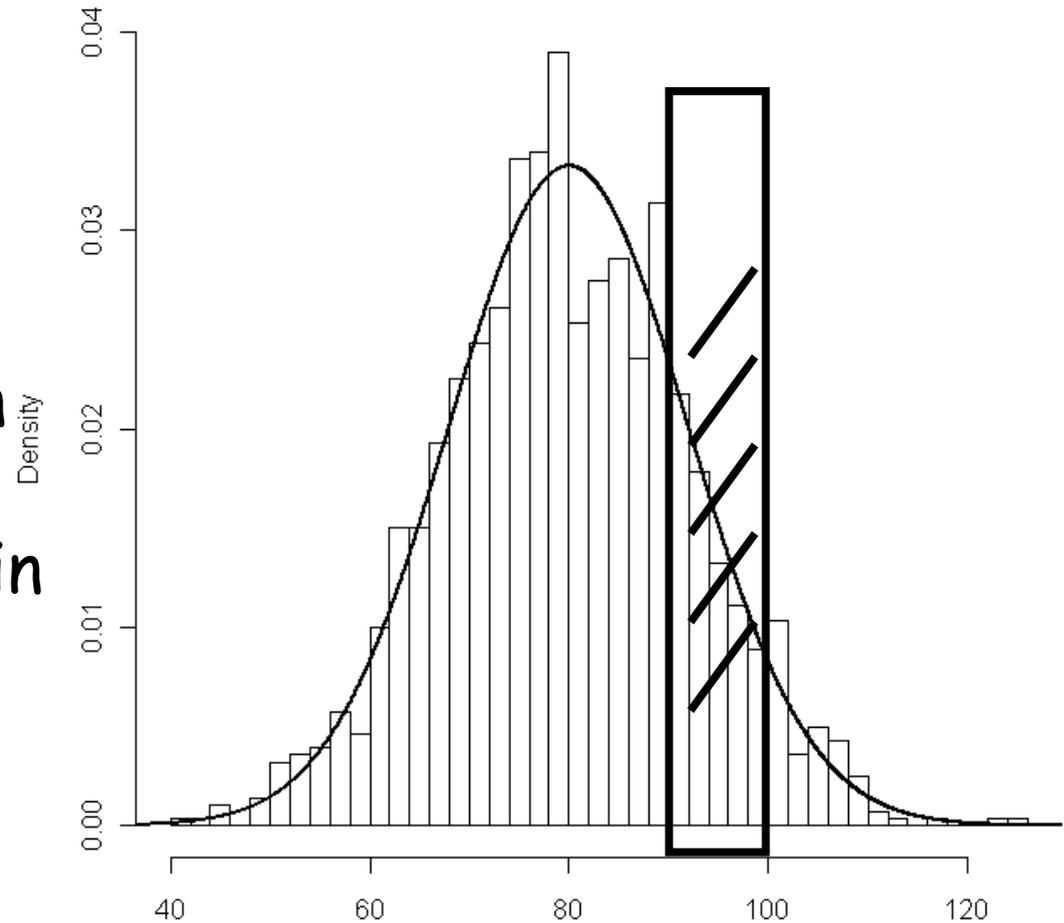
Usando l'istogramma potrei anche trovare la % (probabilità) di avere PAD in intervalli di interesse clinico

- ad esempio **90 , 100**
- dovrei sommare le **aree dei rettangoli** che 'coprono' l'intervallo in questione ...



Può diventare un'operazione abbastanza laboriosa

L'istogramma è una funzione a gradini che in tutti quei casi dove presenta simmetria, ed in generale per molti fenomeni naturali/sperimentali,



- per  $n \rightarrow \infty$  si può approssimare con una funzione continua appartenente alla famiglia della distribuzione Gaussiana (Normale)
- le aree sottese si ottengono mediante integrali

La funzione di densità di probabilità (f.d.p) è una funzione continua

Proprietà:

1.  $f(x) \geq 0$  per ogni  $x$
2.  $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$
3.  $P(a \leq x \leq b) = \int_a^b f(x)dx$

Funzione di distribuzione  $F(X)$

$$F(X) = \int_{-\infty}^x f(t)dt$$

## Parametri per descrivere le distribuzioni di probabilità: **MEDIA**

La **media**  $\mu$  di una variabile casuale  $X$  è detta **valore atteso** di  $X$  e si denota come  $E(X)$ : è un **parametro tipico** che **indica la posizione (baricentro)** dei valori di  $X$ .

$$\text{media: } \mu = E(X)$$

Nel caso di **variabili casuali discrete**, è calcolata come

$$\mu = \sum x_i \times p(x_i)$$

dove la somma è calcolata su tutti i valori di  $X$

## Parametri per descrivere le distribuzioni di probabilità: **VARIANZA**

La **varianza**  $\sigma^2$ , o  $V(X)$ , di una variabile casuale  $X$  è un **parametro tipico** di  $X$  ed indica la **dispersione** dei valori di  $X$ . E' definita come la dispersione media, cioè il **valore atteso**, del **quadrato** degli **scarti** dalla **media**.

$$\text{varianza: } \sigma^2 = V(X) = E[X - E(X)]^2 = E(X - \mu)^2$$

Nel caso di **variabili casuali discrete**, è calcolata come

$$\sigma^2 = \sum (x_i - \mu)^2 \times p(x_i)$$

Dove la somma è calcolata su tutti i valori di  $X$

## Parametri per descrivere le distribuzioni di variabili continue

Come si declina il concetto di valore atteso per le variabili continue?

Occorre fornirne una definizione più generale, perché l'operatore **sommatoria non può essere utilizzato nel caso di infinità non numerabile:**

**Valore atteso** di una variabile casuale continua  $x$   
è l'**integrale** definito tra  $-\infty$  e  $+\infty$   
del **prodotto** della **variabile  $x$**  per la  
**funzione di densità di probabilità  $f(x)$**  ad essa  
associata.

# Parametri per descrivere le distribuzioni di variabili continue

**distribuzione:**  $F(X < x_0) = \int_{-\infty}^{x_0} f(x) dx$

**media:**  $E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \times f(x) dx = \mu$

**varianza:**  $\sigma^2 = E(X - \mu)^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x_i - \mu)^2 \times f(x) dx$

La distribuzione Gaussiana  
riveste un ruolo fondamentale  
nella statistica



... prende il nome del suo  
scopritore  
Karl Friedrich Gauss

# Importanza della V.C. Gaussiana

La v.c. Gaussiana riveste un ruolo fondamentale perché:

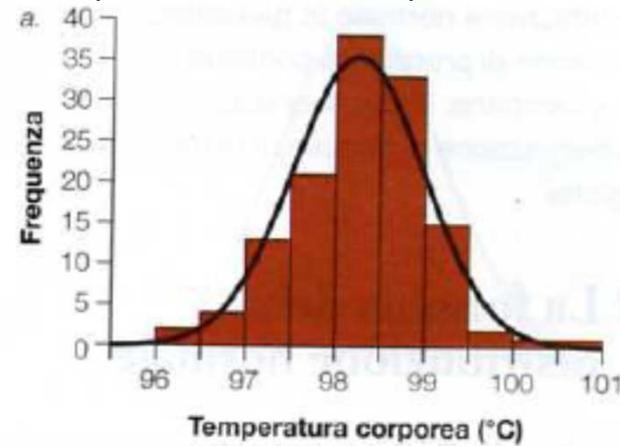
- **descrive bene** il manifestarsi di **molti fenomeni**, per esempio:
  - Caratteristiche morfologiche (altezza, biomarcatori, ecc)
  - Errori di misura (genesì della Gaussiana)
- gode di **importanti proprietà** (aspetto tecnico rilevante)

# Esempi di variabili con distribuzione simmetrica

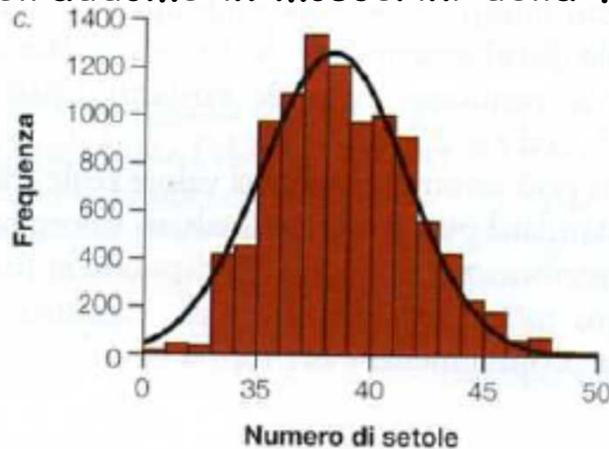
Peso alla nascita



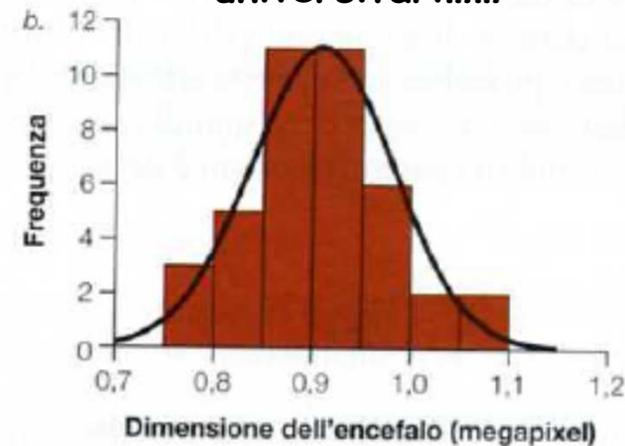
Temperatura corporea umana



Numero di setole sul 4° e 5° segmento dell'addome in moscerini della frutta



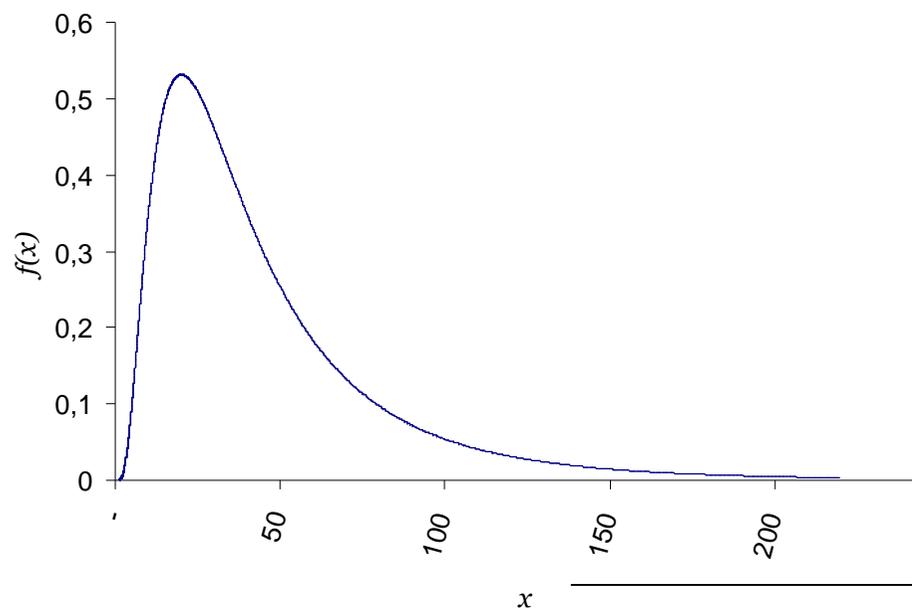
Dimensione dell'encefalo degli studenti universitari.....



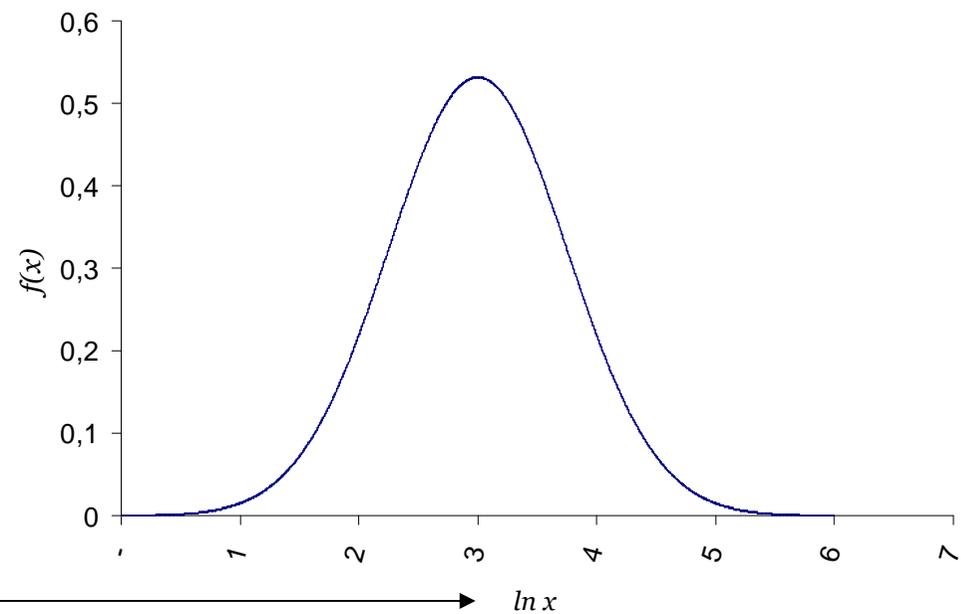
# Variabili da trasformare

## Esempio: trigliceridi nel siero

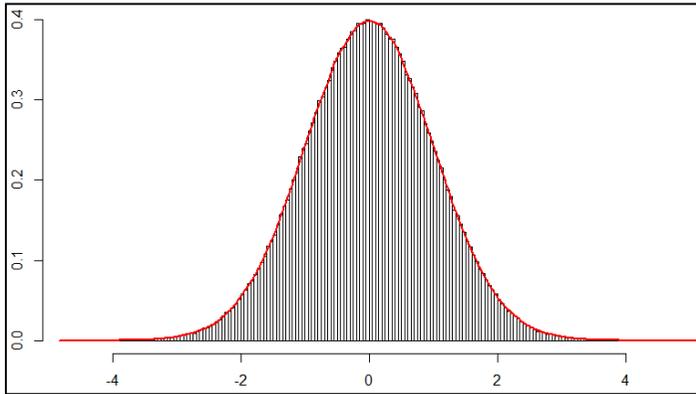
Scala naturale



Scala logaritmica



## Come è fatta la distribuzione gaussiana?



$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right\}$$

$\mu$  è la media

$\sigma$  è  $\sqrt{\text{Var}}$ , ovvero la deviazione standard

Funzione a valori sempre positivi e forma a campana

Fattore che normalizza area sotto la curva pari a 1

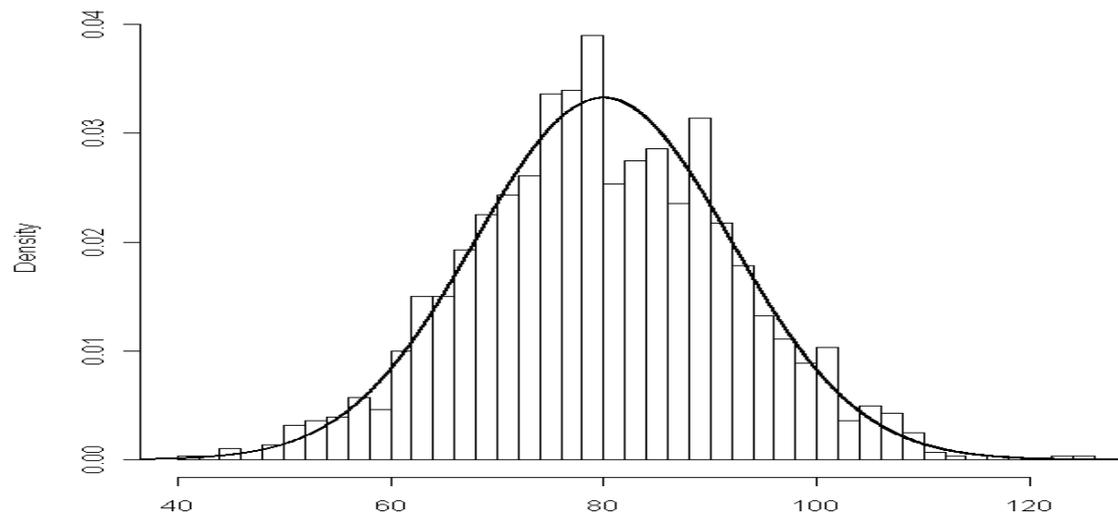
Conoscendo solo due parametri, **media** e **varianza**, possiamo sapere come è fatta la variabile di interesse

# Distribuzione Gaussiana

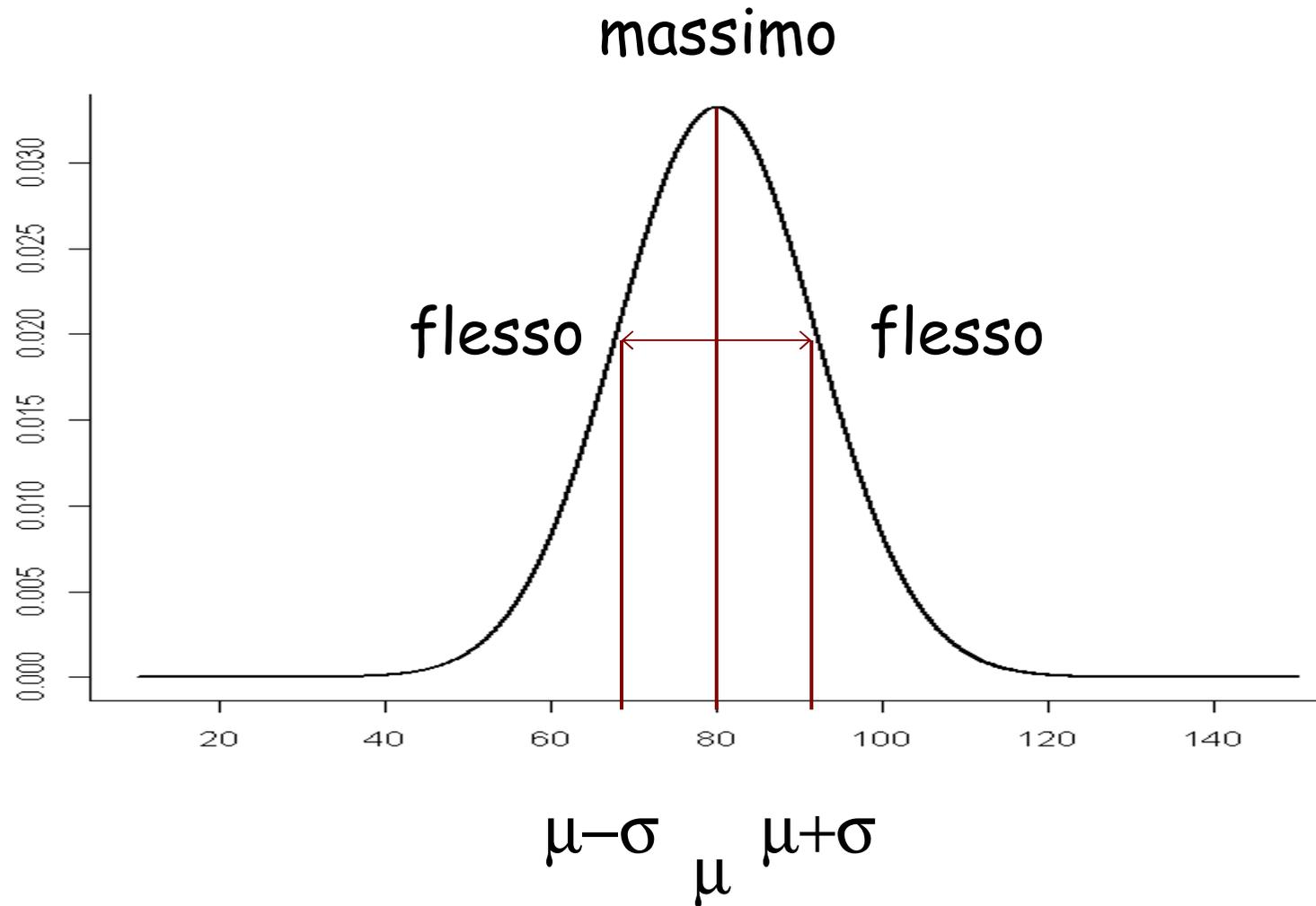
La famiglia di funzioni Gaussiane dipende da due parametri  $\mu$  e  $\sigma$  ( $>0$ )

$$y = f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left[-\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)^2\right]$$

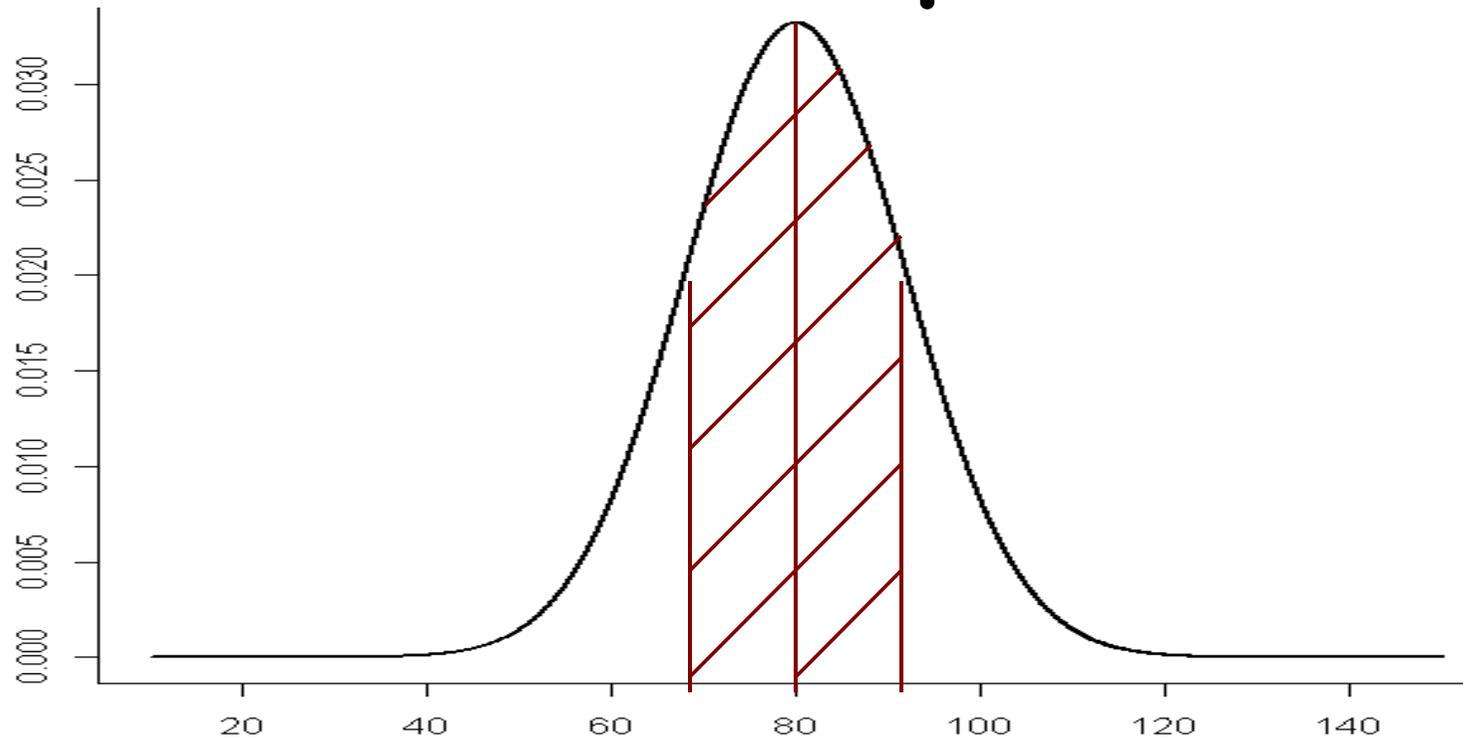
Se si pone  $\mu = \bar{x}$  e  $\sigma = s$  si ottiene una buona approssimazione



# Forma funzionale



# Intervalli tipo

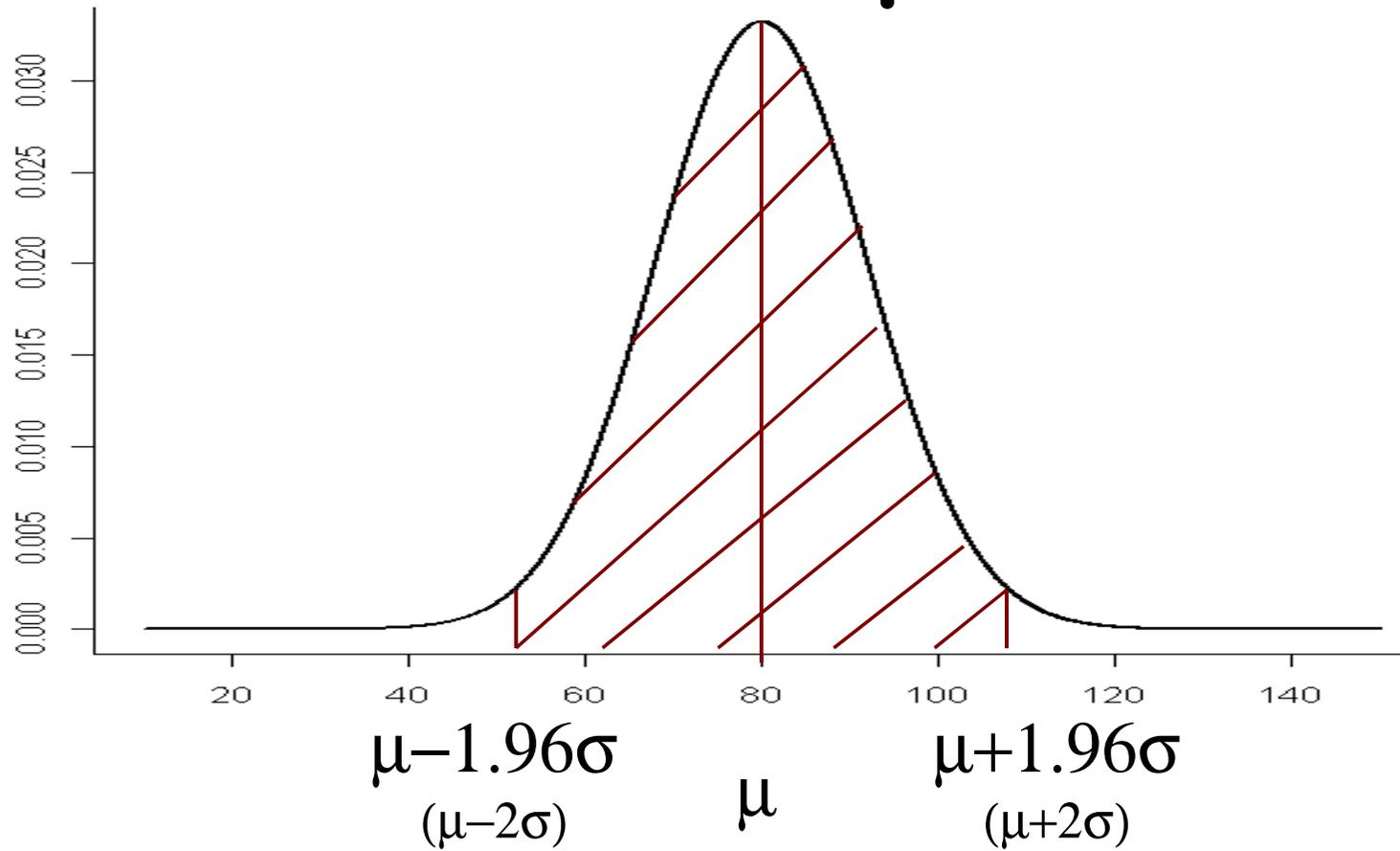


$$\begin{array}{ccc} \mu - \sigma & \mu & \mu + \sigma \\ (\mu - 1\sigma) & & (\mu + 1\sigma) \end{array}$$

Area sottesa = 0.68 = 68%

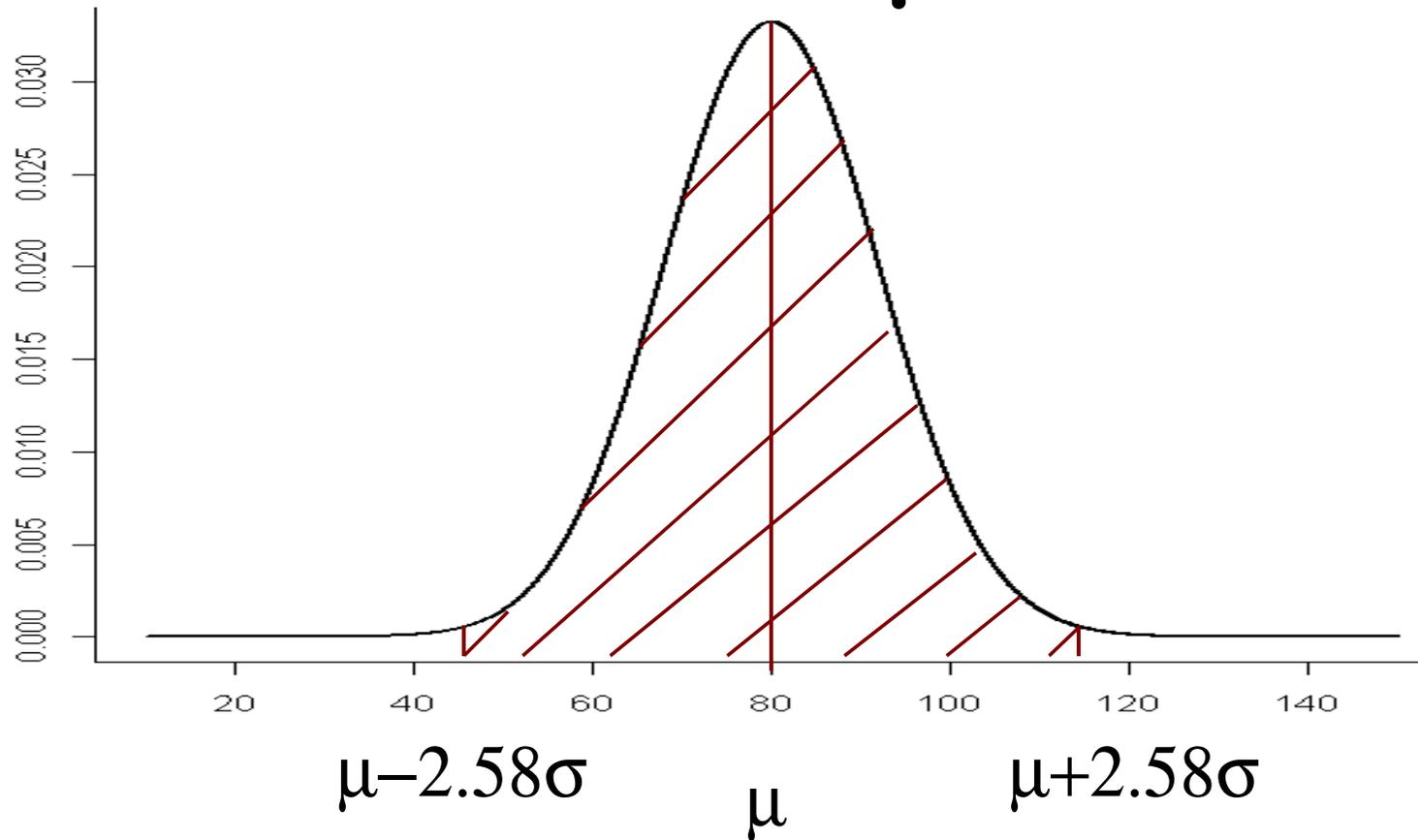
Es. Il 68% della popolazione ha un valore di pressione compreso tra  $80 - 12 = 68$  mmHg e  $80 + 12 = 92$  mmHg

# Intervalli tipo



Area sottesa = 0.95 = 95%

# Intervalli tipo



Area sottesa = 0.99 = 99%

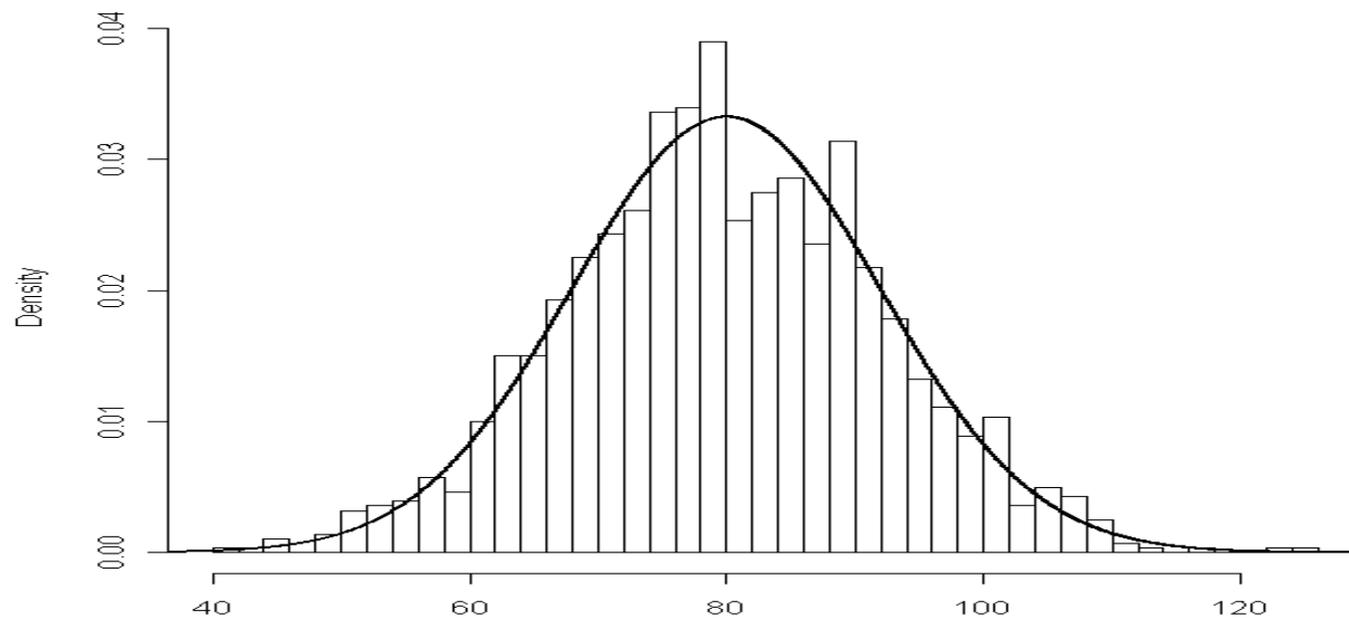
*In una distribuzione gaussiana, i valori associati ai centili sono i seguenti:*

0.5° centile	$= \mu - 2.6\sigma$
2.5° centile	$= \mu - 2\sigma$
16.0° centile	$= \mu - 1\sigma$
50.0° centile	$= \mu$
84.0° centile	$= \mu + 1\sigma$
97.5° centile	$= \mu + 2\sigma$
99.5° centile	$= \mu + 2.6\sigma$

*Se in una distribuzione empirica i valori associati ai centili non sono troppo diversi da quelli attesi sulla base di  $\mu$  e  $\sigma$ , allora la distribuzione gaussiana è una buona rappresentazione della distribuzione stessa e media e deviazione standard sono sufficienti per descriverla.*

# Esempio: Pressione diastolica

La PAD è stata misurata in un campione di 1500 uomini tra i 35 e 44 anni. I risultati sono rappresentati con un istogramma delle frequenze relative divise per ampiezza della classe di PAD (classi di 2 mmHg)



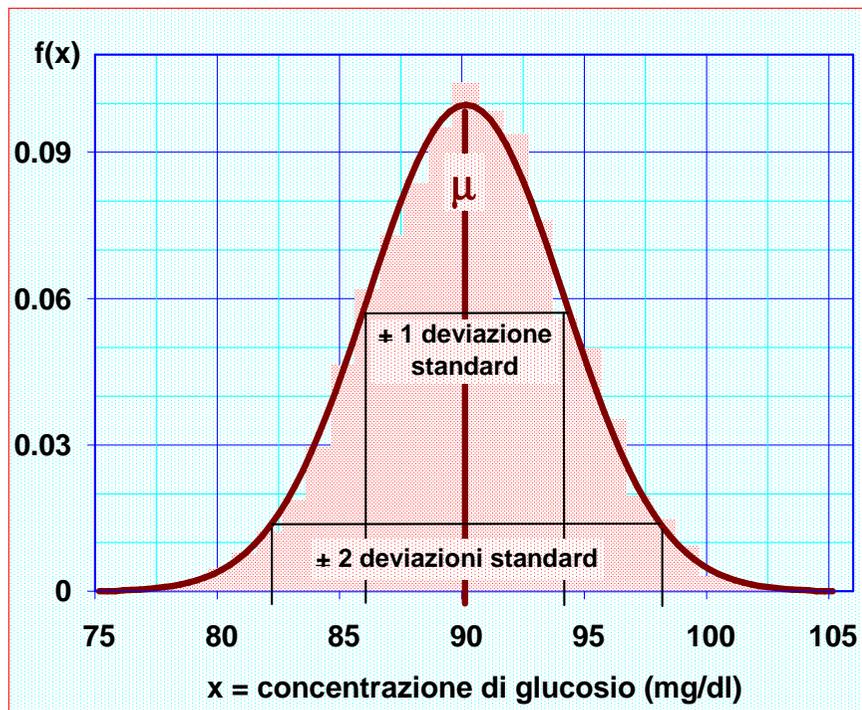
$$\bar{x} = 80$$

$$s = 12$$

# Errori di misura

Gli errori casuali di misura ( $\varepsilon = x - \mu$ ), considerati nel loro complesso, mostrano un comportamento tipico che può essere così descritto:

1. gli *errori piccoli* sono più frequenti di quelli *grandi*;



2. gli errori di *segno negativo* tendono a manifestarsi con la stessa frequenza di quelli con segno positivo;
3. all'aumentare del numero delle misure si ha che:
- i **2/3** dei valori tendono ad essere inclusi nell'intervallo **media  $\pm$  1 deviazione standard**
  - il **95%** dei valori tende ad essere incluso nell'intervallo **media  $\pm$  2 deviazioni standard**

# **Ricordando.... gli ERRORI CASUALI nel procedimento di misura**

Misurazioni dello stesso valore  $\theta$ , ripetute con il medesimo procedimento analitico e in condizioni il più possibile simili, portano spesso a misure differenti.

La somma di tutte le **piccole e imprevedibili** variazioni nell'esecuzione delle varie operazioni analitiche fa sì che le **misure fluttuino attorno a un valore  $\mu$** , che si discosta più o meno dal valore  $\theta$  a seconda dell'errore sistematico.

Le **fluttuazioni** delle misurazioni ( $x$ ) attorno a  $\mu$  sono dette **errori casuali** ( $\varepsilon$ ).

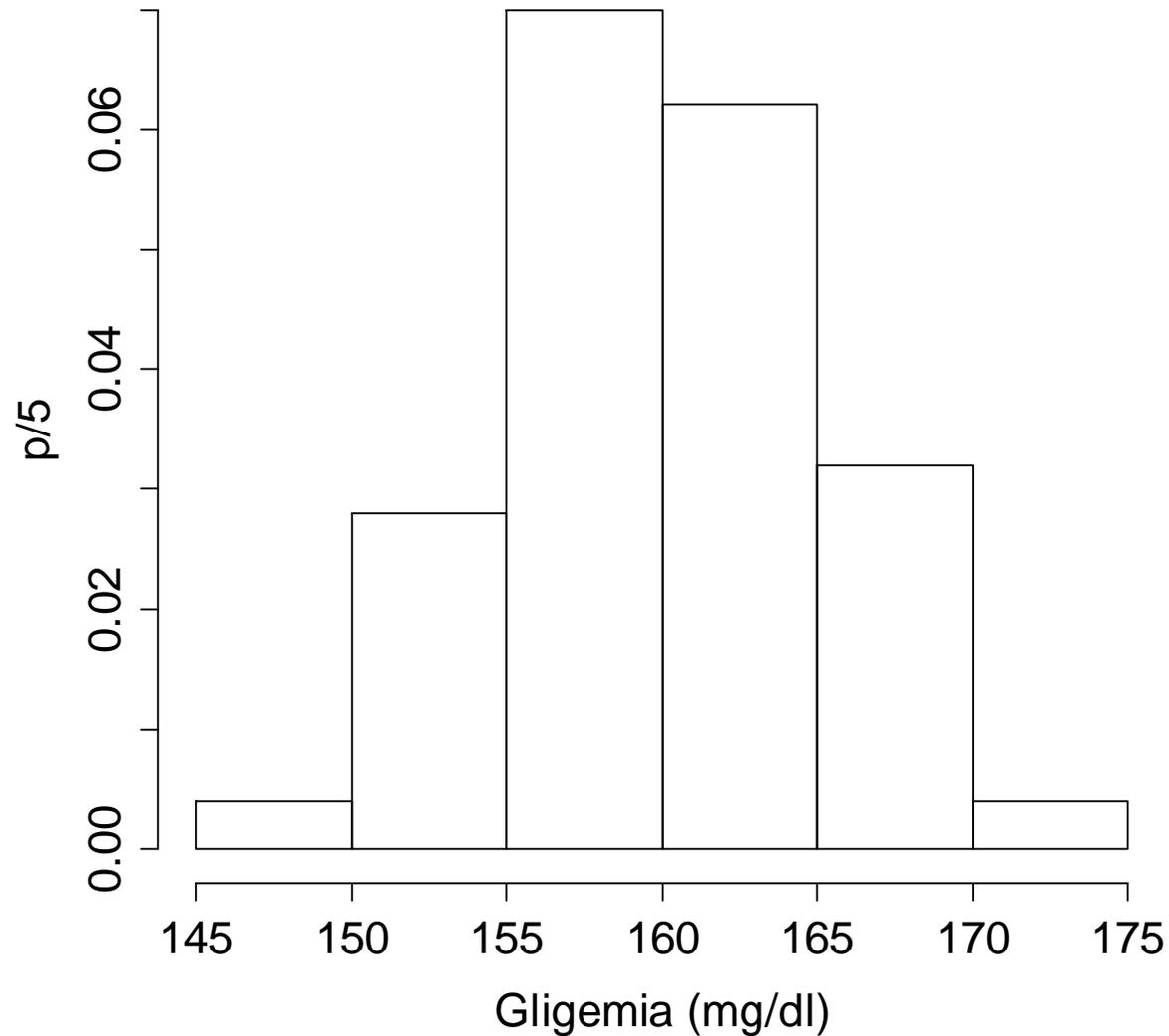
The diagram illustrates the equation  $\varepsilon = X - \mu$ . Three red arrows point from descriptive labels to the terms in the equation: 'Errore casuale' points to  $\varepsilon$ , 'Singola misura' points to  $X$ , and 'Media vera' points to  $\mu$ .

$$\varepsilon = X - \mu$$

Una misura è tanto più **precisa** quanto minore è l'entità dell'errore casuale ( $\varepsilon$ ) da cui è affetta.

In un laboratorio: misuro 100 volte la glicemia in uno stesso campione con concentrazione 160 mg/dl.

Se avessi ottenuto questi valori ?



I valori ottenuti fluttuano attorno al  
valore vero di 160 mg/dl,

**MA** sono diversi tra di loro (pur essendo  
misurazioni di una stessa quantità)!

Le fluttuazioni delle misurazioni sono  
dette **errori casuali**.

Quanto sono diversi tra loro questi valori?

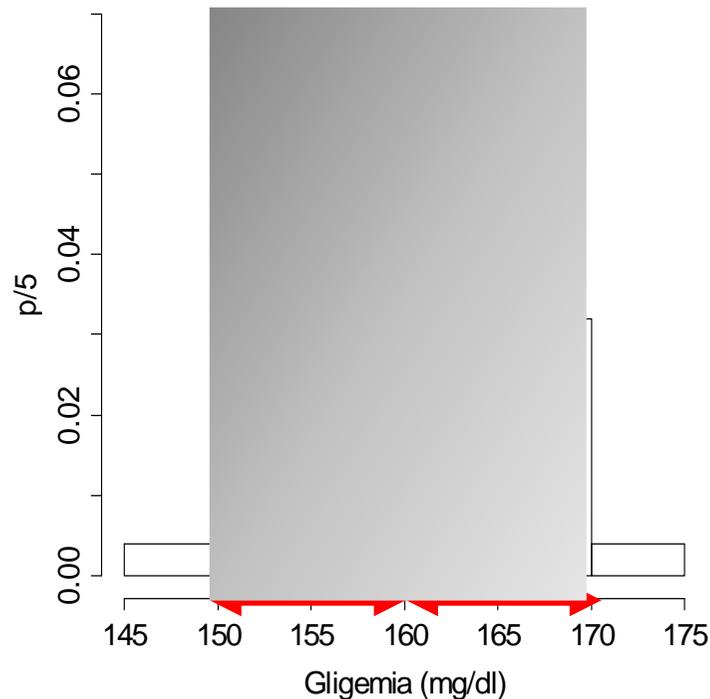
Come posso quantificare l'errore casuale?

classi	f	$c_x$	$c_x \cdot f$	$(c_x - \bar{x})^2 \cdot f$
(145,150]	2	147.5	295.0	315.0
(150,155]	14	152.5	2135.0	798.0
(155,160]	35	157.5	5512.5	227.6
(160,165]	31	162.5	5037.5	186.1
(165,170]	16	167.5	2680.0	888.0
(170,175]	2	172.5	345.0	310.0
Totale	100		16005.0	2724.7

$$\bar{x} = \frac{16005}{100} = 160.05 \text{ mg/dl}$$

$$s = \sqrt{\frac{2724.7}{100-1}} = 5.25 \text{ mg/dl}$$

# Quanto sono diversi tra loro questi valori?



$$s = 5.25 \text{ mg/dl}$$

Il 95% delle misurazioni cadono tra 150 e 170 mg/dl!

Il 68% delle volte mi aspetto di ottenere una misura che non differisce dal valore vero di più di 5.25 mg/dl

Il 95% delle volte mi aspetto di ottenere una misura che non differisce dal valore vero di più di circa 10 mg/dl

Il 99% delle volte mi aspetto di ottenere una misura che non differisce dal valore vero di più di circa 15 mg/dl

# GAUSSIANA

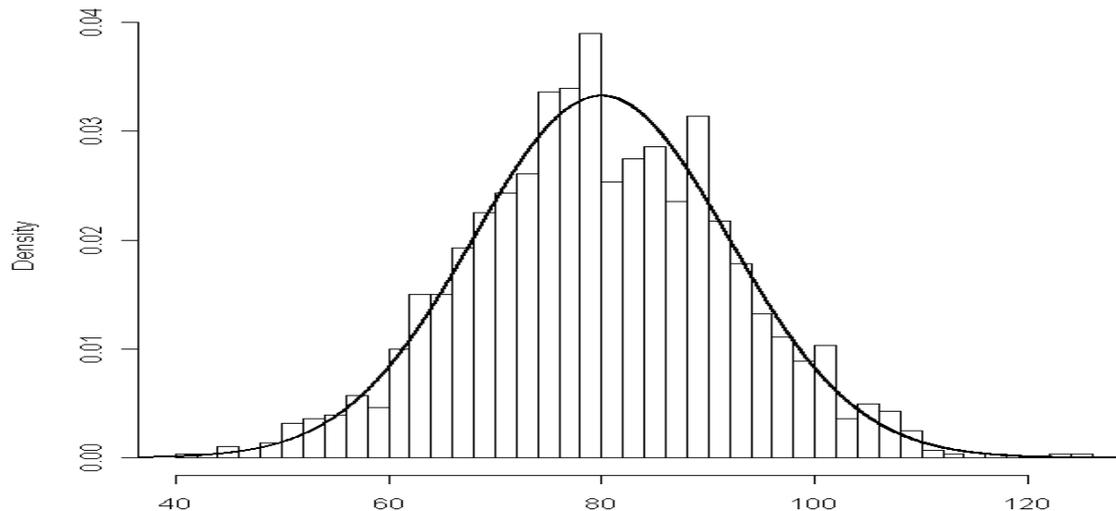
## parte II

# Distribuzione Gaussiana

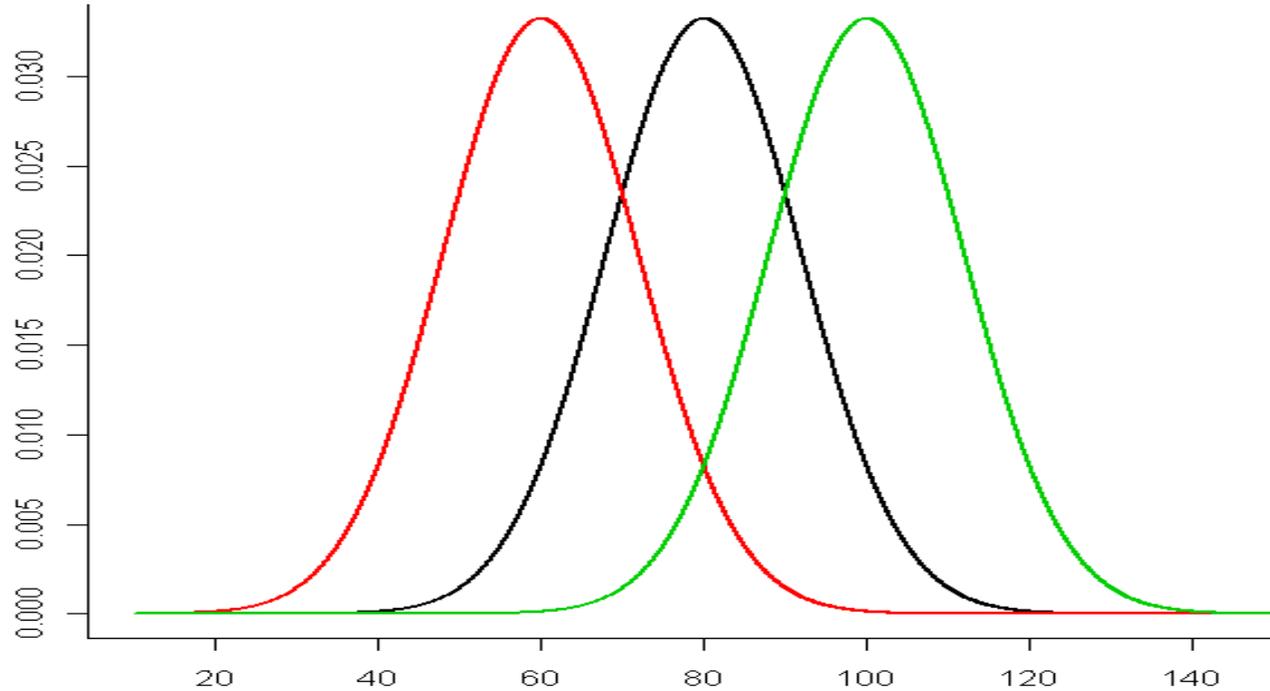
La famiglia di funzioni Gaussiane dipende da due parametri  $\mu$  e  $\sigma$  ( $>0$ )

$$y = f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left[-\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)^2\right]$$

Se si pone  $\mu = \bar{x}$  e  $\sigma = s$  si ottiene una buona approssimazione della distribuzione



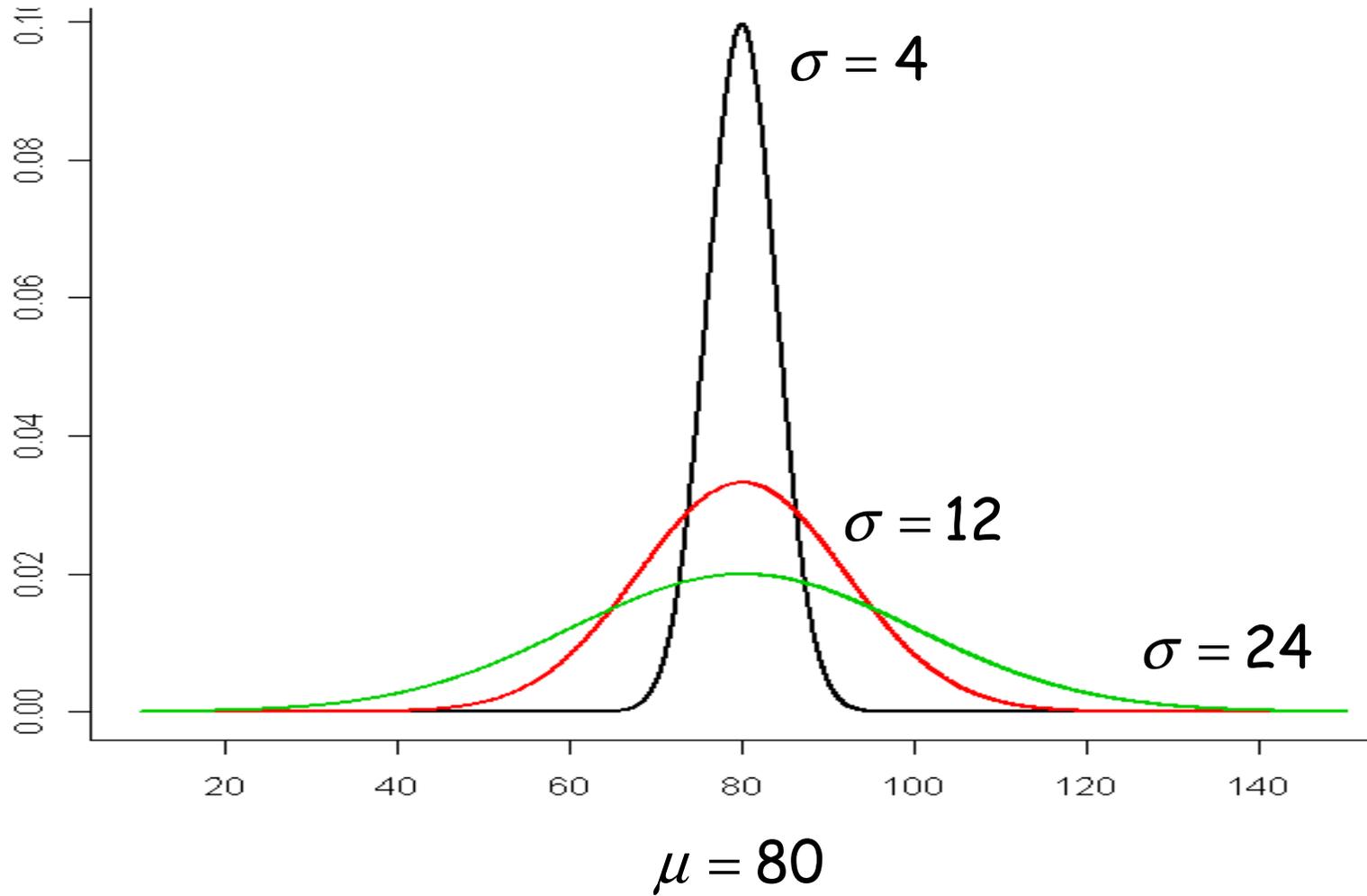
# Dipendenza dai parametri



$$\mu = 60 \quad \mu = 80 \quad \mu = 100$$

$$\sigma = 12 \quad \sigma = 12 \quad \sigma = 12$$

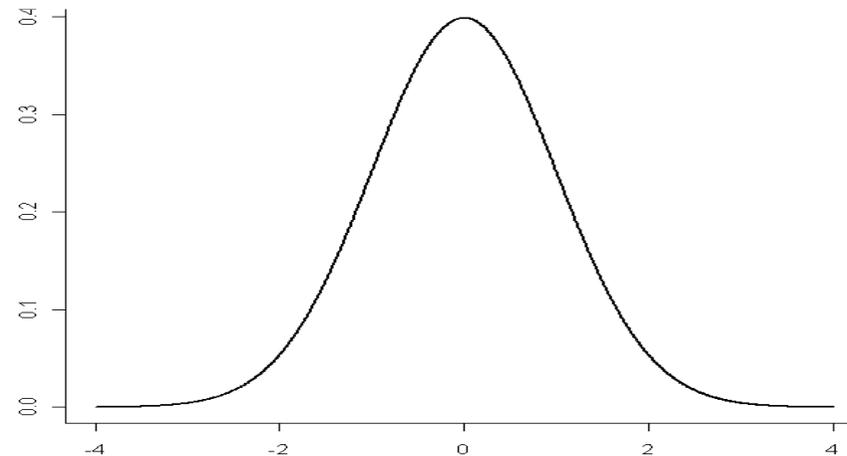
# Dipendenza dai parametri



# Gaussiana 'particolare' - Standardizzata

Funzione Gaussiana con parametri  $\mu = 0$  e  $\sigma = 1$

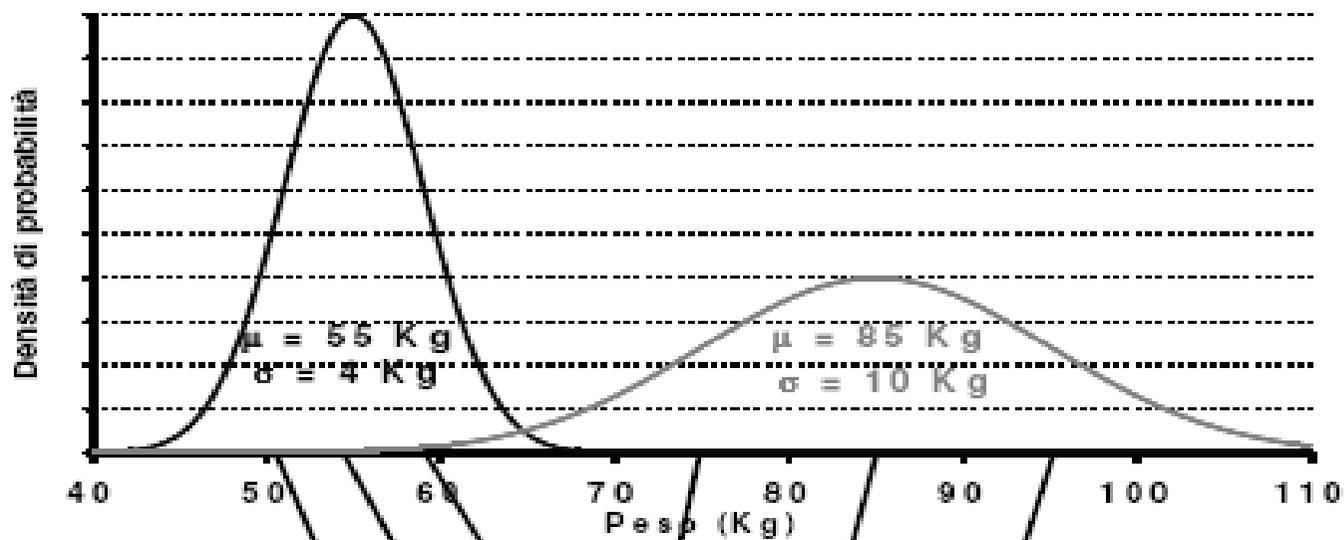
$$y = f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2} \cdot x^2\right]$$



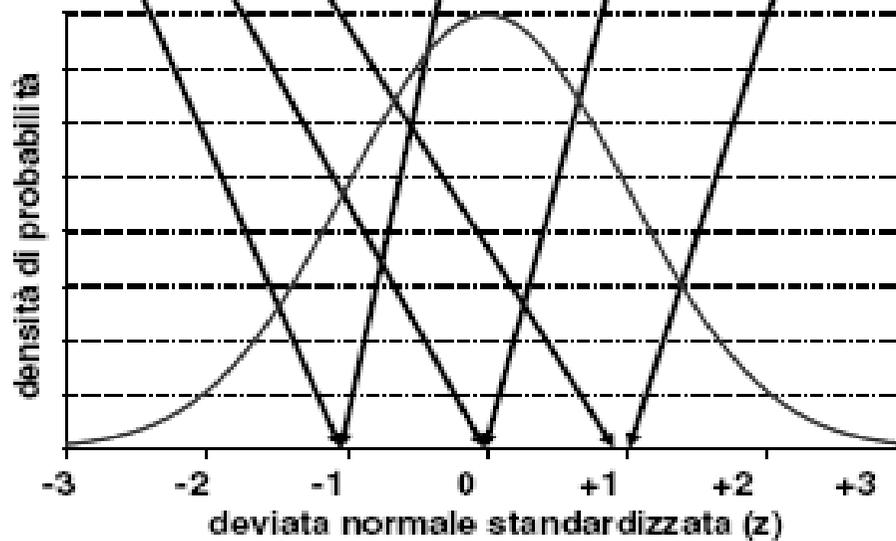
Le funzioni gaussiane non sono integrabili ed andrebbero tabulate.

E' possibile però esprimere l'area sottesa da una generica gaussiana in termini di gaussiana standardizzata

E' stata quindi tabulata SOLO la gaussiana standardizzata  
**NORMALE (0,1)**



$$Z = (X - \mu) / \sigma$$



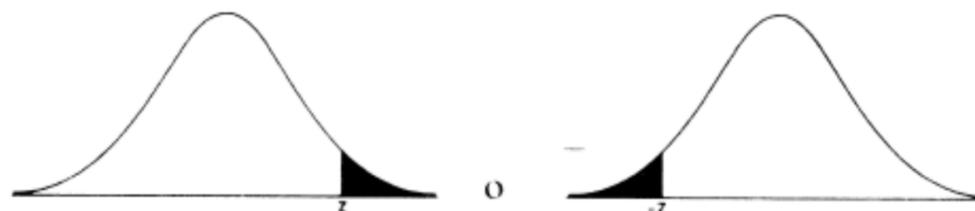
# Gaussiana Standardizzata

Si può trasformare  
una generica funzione gaussiana  $f(x)$   
con media  $\mu$  e varianza  $\sigma^2$ ,  
in una funzione gaussiana standard  $f(z)$   
con media 0 e varianza 1, se si pone

$$z = \frac{(x - \mu)}{\sigma}$$

**Tabella A1.** Aree in una coda della curva normale standardizzata

Questa tabella riporta l'area tratteggiata



<i>z</i>	<i>0.00</i>	<i>0.01</i>	<i>0.02</i>	<i>0.03</i>	<i>0.04</i>	<i>0.05</i>	<i>0.06</i>	<i>0.07</i>	<i>0.08</i>	<i>0.09</i>
<i>0.0</i>	0.5000	0.4960	0.4920	0.4880	0.4840	0.4801	0.4761	0.4721	0.4681	0.4641
<i>0.1</i>	0.4602	0.4562	0.4522	0.4483	0.4443	0.4404	0.4364	0.4325	0.4286	0.4247
<i>0.2</i>	0.4207	0.4168	0.4129	0.4090	0.4052	0.4013	0.3974	0.3936	0.3897	0.3859
<i>0.3</i>	0.3821	0.3783	0.3745	0.3707	0.3669	0.3632	0.3594	0.3557	0.3520	0.3483
<i>0.4</i>	0.3446	0.3409	0.3372	0.3336	0.3300	0.3264	0.3228	0.3192	0.3156	0.3121
<i>0.5</i>	0.3085	0.3050	0.3015	0.2981	0.2946	0.2912	0.2877	0.2843	0.2810	0.2776
<i>0.6</i>	0.2743	0.2709	0.2676	0.2643	0.2611	0.2578	0.2546	0.2514	0.2483	0.2451
<i>0.7</i>	0.2420	0.2389	0.2358	0.2327	0.2296	0.2266	0.2236	0.2206	0.2177	0.2148
<i>0.8</i>	0.2119	0.2090	0.2061	0.2033	0.2005	0.1977	0.1949	0.1922	0.1894	0.1867
<i>0.9</i>	0.1841	0.1814	0.1788	0.1762	0.1736	0.1711	0.1685	0.1660	0.1635	0.1611
<i>1.0</i>	0.1587	0.1562	0.1539	0.1515	0.1492	0.1469	0.1446	0.1423	0.1401	0.1379
<i>1.1</i>	0.1357	0.1335	0.1314	0.1292	0.1271	0.1251	0.1230	0.1210	0.1190	0.1170
<i>1.2</i>	0.1151	0.1131	0.1112	0.1093	0.1075	0.1056	0.1038	0.1020	0.1003	0.0985
<i>1.3</i>	0.0968	0.0951	0.0934	0.0918	0.0901	0.0885	0.0869	0.0853	0.0838	0.0823
<i>1.4</i>	0.0808	0.0793	0.0778	0.0764	0.0749	0.0735	0.0721	0.0708	0.0694	0.0681
<i>1.5</i>	0.0668	0.0655	0.0643	0.0630	0.0618	0.0606	0.0594	0.0582	0.0571	0.0559
<i>1.6</i>	0.0548	0.0537	0.0526	0.0516	0.0505	0.0495	0.0485	0.0475	0.0465	0.0455
<i>1.7</i>	0.0446	0.0436	0.0427	0.0418	0.0409	0.0401	0.0392	0.0384	0.0375	0.0367
<i>1.8</i>	0.0359	0.0351	0.0344	0.0336	0.0329	0.0322	0.0314	0.0307	0.0301	0.0294
<i>1.9</i>	0.0287	0.0281	0.0274	0.0268	0.0262	0.0256	0.0250	0.0244	0.0239	0.0233
<i>2.0</i>	0.0228	0.0222	0.0217	0.0212	0.0207	0.0202	0.0197	0.0192	0.0188	0.0183
<i>2.1</i>	0.0179	0.0174	0.0170	0.0166	0.0162	0.0158	0.0154	0.0150	0.0146	0.0143
<i>2.2</i>	0.0139	0.0136	0.0132	0.0129	0.0125	0.0122	0.0119	0.0116	0.0113	0.0110
<i>2.3</i>	0.0107	0.0104	0.0102	0.0099	0.0096	0.0094	0.0091	0.0089	0.0087	0.0084
<i>2.4</i>	0.0082	0.0080	0.0078	0.0075	0.0073	0.0071	0.0069	0.0068	0.0066	0.0064
<i>2.5</i>	0.0062	0.0060	0.0059	0.0057	0.0055	0.0054	0.0052	0.0051	0.0049	0.0048
<i>2.6</i>	0.0047	0.0045	0.0044	0.0043	0.0041	0.0040	0.0039	0.0038	0.0037	0.0036
<i>2.7</i>	0.0035	0.0034	0.0033	0.0032	0.0031	0.0030	0.0029	0.0028	0.0027	0.0026
<i>2.8</i>	0.0026	0.0025	0.0024	0.0023	0.0023	0.0022	0.0021	0.0021	0.0020	0.0019
<i>2.9</i>	0.0019	0.0018	0.0018	0.0017	0.0016	0.0016	0.0015	0.0015	0.0014	0.0014
<i>3.0</i>	0.0013	0.0013	0.0013	0.0012	0.0012	0.0011	0.0011	0.0011	0.0010	0.0010

# Lettura della tabella della normale standardizzata

Tabella A1. Aree in una coda della curva normale standardizzata

Questa tabella riporta l'area tratteggiata

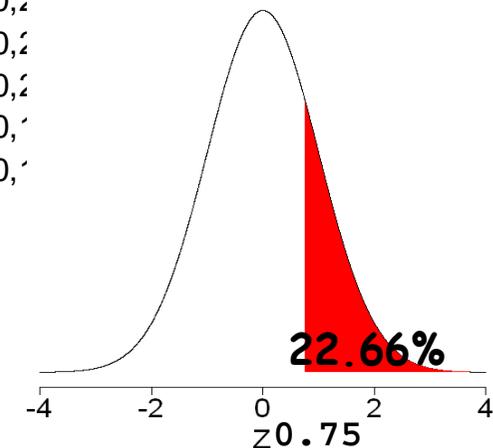


2°decimale

Unità e 1°decimale

Z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,4960	0,4920	0,4880	0,4840	0,4801	0,4761	0,4721	0,4681	0,4641
0,1	0,4602	0,4562	0,4522	0,4483	0,4443	0,4404	0,4364	0,4325	0,4286	0,4247
0,2	0,4207	0,4168	0,4129	0,4090	0,4052	0,4013	0,3974	0,3936	0,3897	0,3859
0,3	0,3821	0,3783	0,3745	0,3707	0,3669	0,3632	0,3594	0,3557	0,3520	0,3483
0,4	0,3446	0,3409	0,3372	0,3336	0,3300	0,3264	0,3228	0,3192	0,3156	0,3121
0,5	0,3085	0,3050	0,3015	0,2981	0,2946	0,2912	0,2877	0,2843	0,2809	0,2776
0,6	0,2743	0,2709	0,2676	0,2643	0,2611	0,2578	0,2546	0,2514	0,2482	0,2451
0,7	0,2420	0,2389	0,2358	0,2327	0,2296	0,2266	0,2236	0,2206	0,2177	0,2148
0,8	0,2119	0,2090	0,2061	0,2033	0,2005	0,1977	0,1949	0,1922	0,1894	0,1867
0,9	0,1841	0,1814	0,1788	0,1762	0,1736	0,1711	0,1685	0,1660	0,1635	0,1610

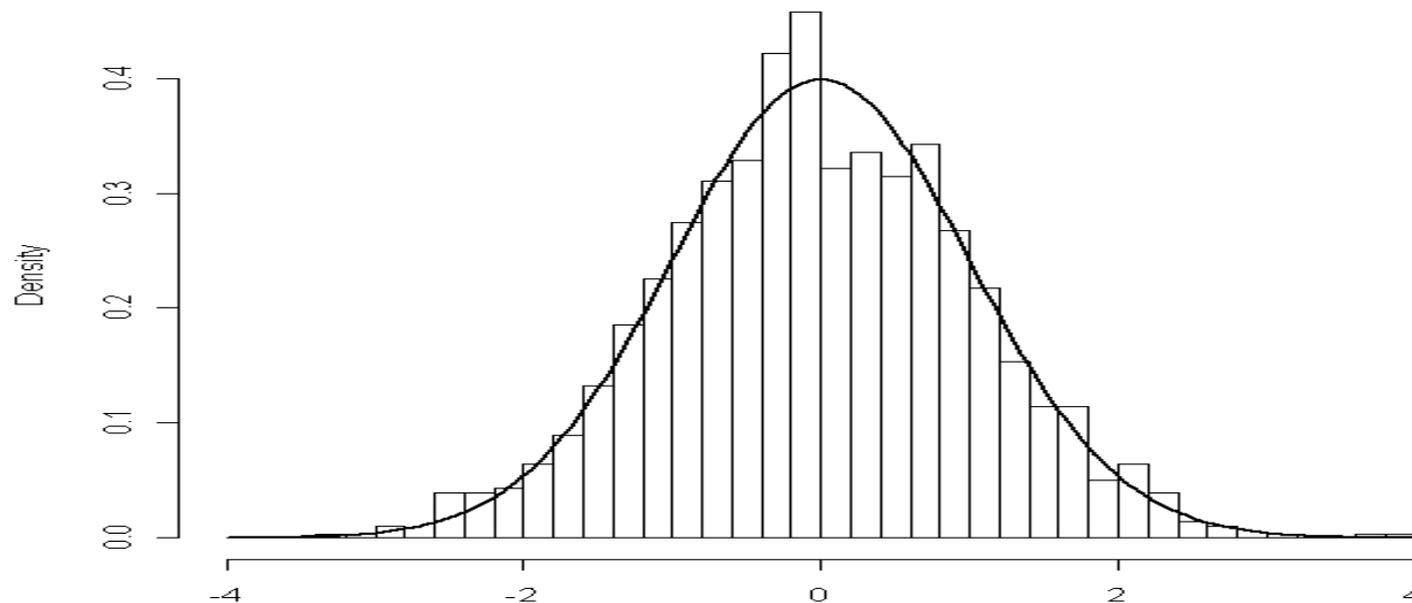
Es.  $\Pr(Z \geq 0.75) = 0.2266$



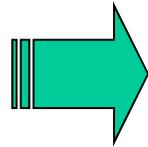
Tornando all'istogramma della pressione diastolica approssimabile con gaussiana. Se ai valori  $X$  di  $PAD$  applichiamo questa trasformazione

$$Z = \frac{X - 80}{12}$$

otteniamo un istogramma approssimabile con una gaussiana standardizzata



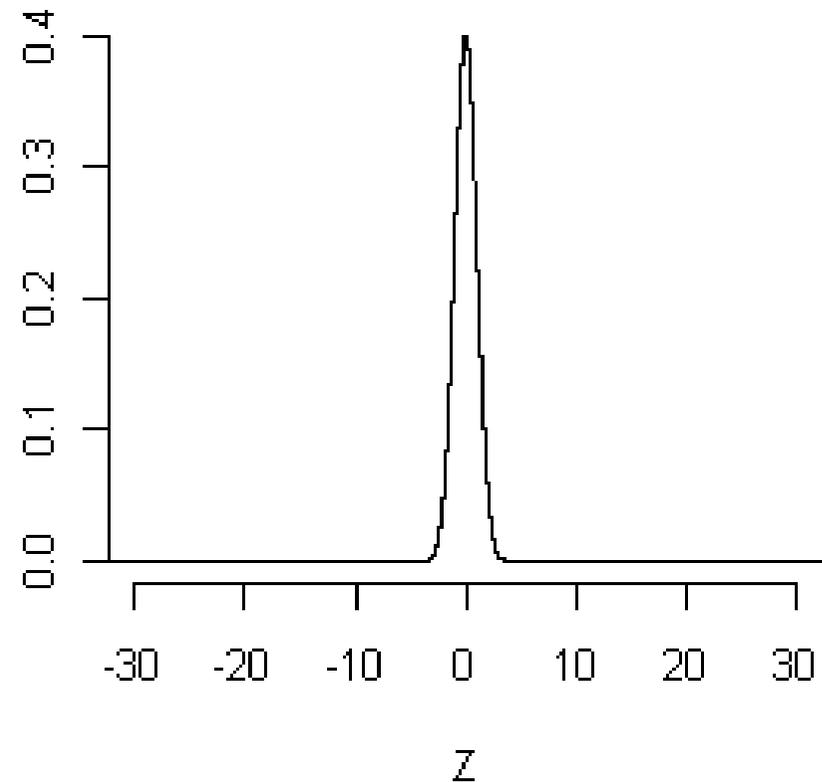
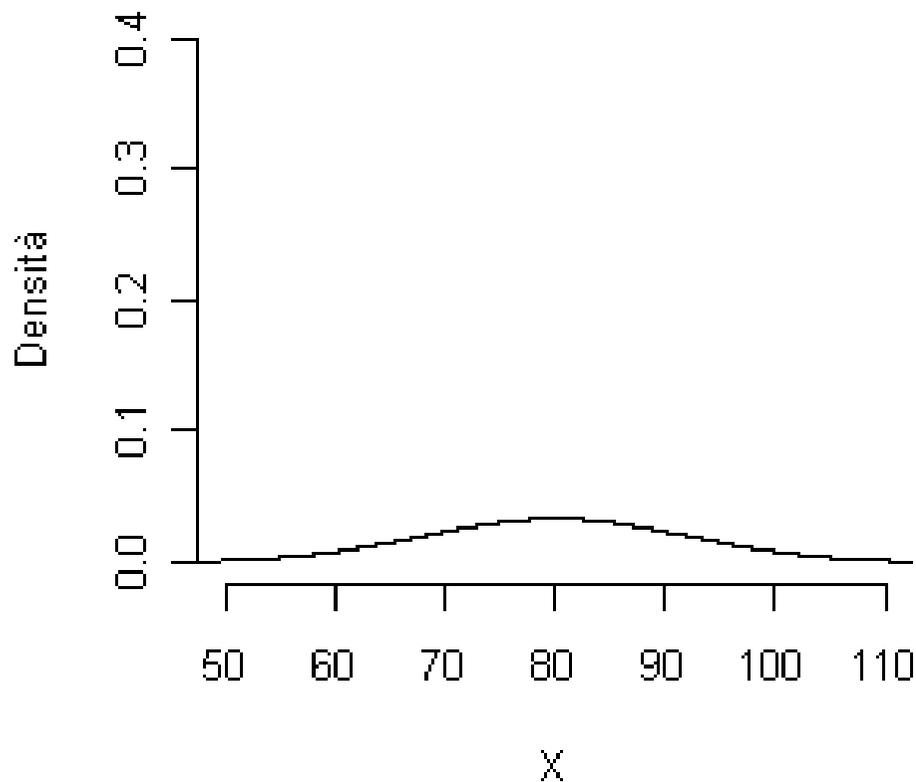
Quindi le aree sottese dalla Gaussiana



corrispondono ad aree sottese dalla Gaussiana standardizzata

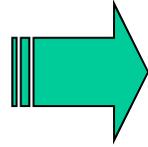
$$\mu = 80$$
$$\sigma = 12$$

$$\mu = 0$$
$$\sigma = 1$$



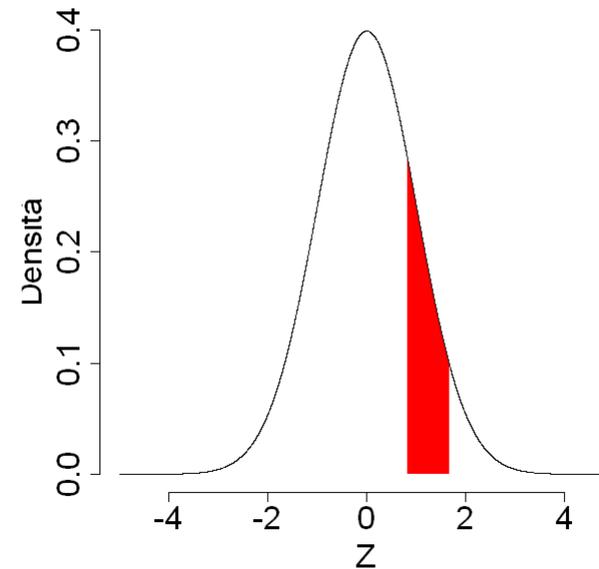
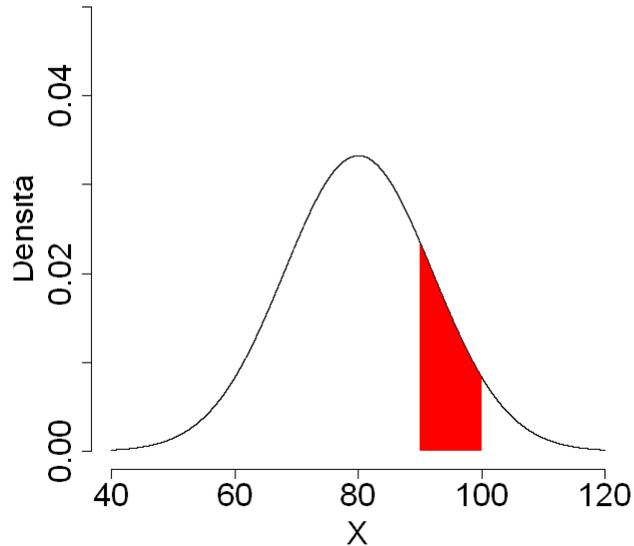
L'area tra 90 e 100

corrisponde all'area tra  
 $(90-80)/12=0.83$   
e  $(100-80)/12=1.67$



$$\mu = 80$$
$$\sigma = 12$$

$$\mu = 0$$
$$\sigma = 1$$



Tali aree che corrispondono a delle frequenze relative in termini descrittivi, vengono pensate come delle probabilità in termini predittivi.

Riscrivo quindi la mia domanda originale come probabilità

$$\Pr\{90 \leq X < 100\}$$

In termini di *Gaussiana standardizzata*

$$\Pr\left\{\frac{90 - 80}{12} \leq \frac{X - \mu}{\sigma} < \frac{100 - 80}{12}\right\} = \Pr\{0.83 \leq Z < 1.67\}$$

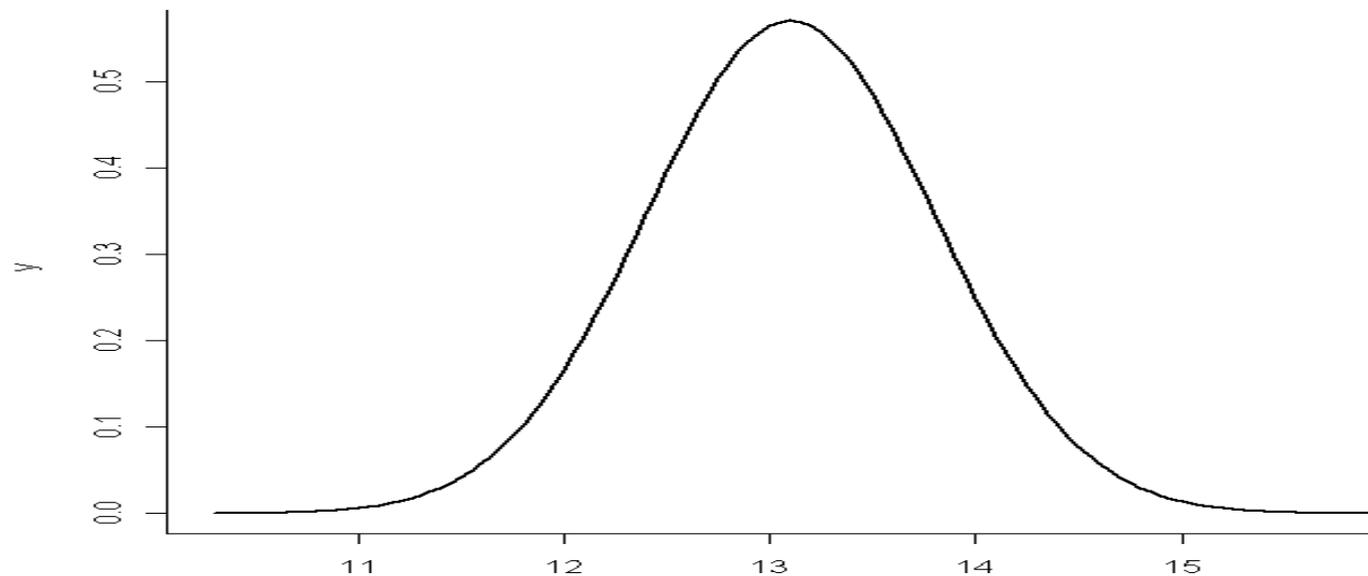
che posso calcolare in termini di *Gaussiana standardizzata*

$$\Pr\{Z > 0.83\} = 0.20 \quad \Pr\{Z > 1.67\} = 0.05$$

$$\Pr\{0.83 \leq Z < 1.67\} = 0.20 - 0.05 = 0.15 = 15\%$$

# Esercizio per lo studente

In una popolazione di ragazze di età inclusa tra i 18 e i 25 anni, la concentrazione di emoglobina nel sangue ( $X$ ) si approssima con una gaussiana con media  $\mu = 13.1$  g/dl e deviazione standard  $\sigma = 0.7$  g/dl.

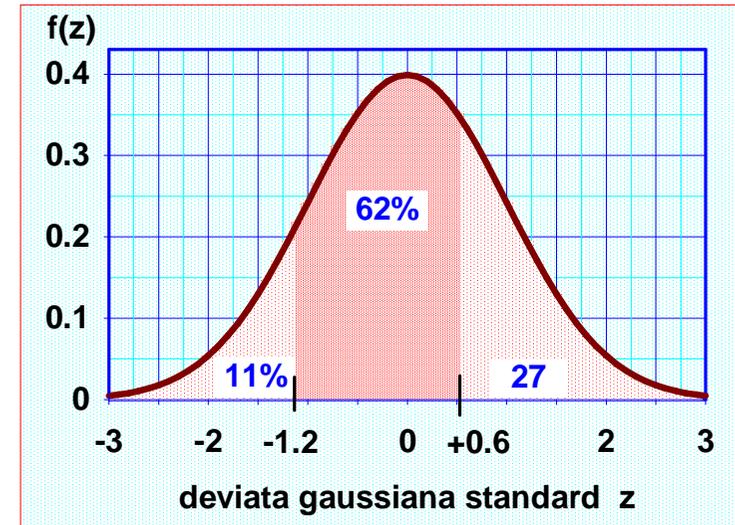


- Che percentuale di ragazze hanno emoglobinemia inclusa tra 12.26 e 13.52 g/dl ?

## ... continua

$$z_1 = (12.26 - 13.10) / 0.7 = -1.2$$

$$z_2 = (13.52 - 13.10) / 0.7 = +0.6$$



Nell'11% delle ragazze i valori di Hb sono minori di 12.26 g/dl, e nel 27% sono maggiori di 13.52 g/dl.

Quindi il 62% delle ragazze ha valori di Hb compresi tra 12.26 e 13.52 g/dl.

## ... continua

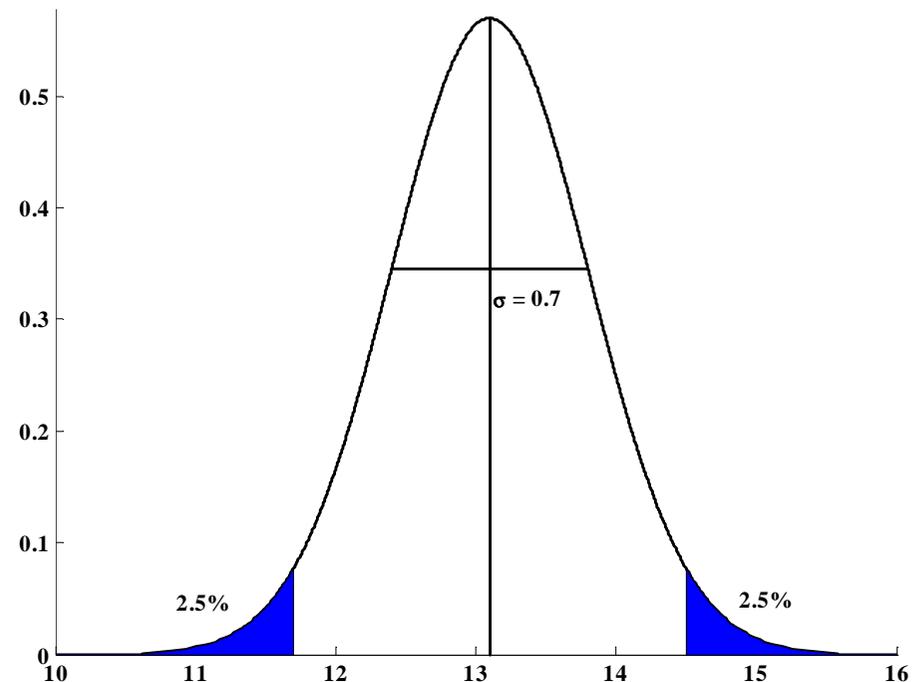
Quali sono i valori che racchiudono il 95% delle osservazioni, che considero come i valori entro cui è compreso il «range di normalità»?

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma} \Rightarrow x = z \cdot \sigma + \mu \quad \text{con } z_{0.025} = 1.96$$

$$x_{1,2} = \mu \pm z_{0.025} \cdot \sigma$$

$$x_1 = 13.1 - 1.96 \cdot 0.7 = 11.728$$

$$x_2 = 13.1 + 1.96 \cdot 0.7 = 14.472$$



# Esercizio per lo studente

In generale nella popolazione il livello di colesterolo plasmatico è distribuito normalmente con media 219 mg/dL e deviazione standard 50 mg/dL

1. Il livello *desiderabile* di colesterolo è  $<200$  mg/dL. Quale % di persone ha un livello di colesterolo desiderabile ?
2. Un livello di colesterolo  $> 250$  mg/dL sembra correlato ad un rischio sufficiente da consigliare il trattamento. Quale % di persone ha bisogno di trattamento ?
3. Calcolare senza effettuare conti la % di persone con colesterolo maggiore di 319
4. Qual è il valore di colesterolo oltre il quale si trovano il 10% dei soggetti con colesterolo più alto?

# Malattie cardiovascolari e colesterolo plasmatico

Standardizziamo

1. Per  $x=200$  ottengo

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma} = \frac{200 - 219}{50} = -0,38$$

2. Per  $x=250$  ottengo

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma} = \frac{250 - 219}{50} = 0,62$$

# Malattie cardiovascolari e colesterolo plasmatico

1. Dalla tabella 1:

-  $\Pr(z < -0,38) = 0,3520$

- Il 35,2% della popolazione ha un livello di colesterolo desiderabile

2. Dalla tabella 1:

-  $\Pr(z > 0,62) = 0,2676$

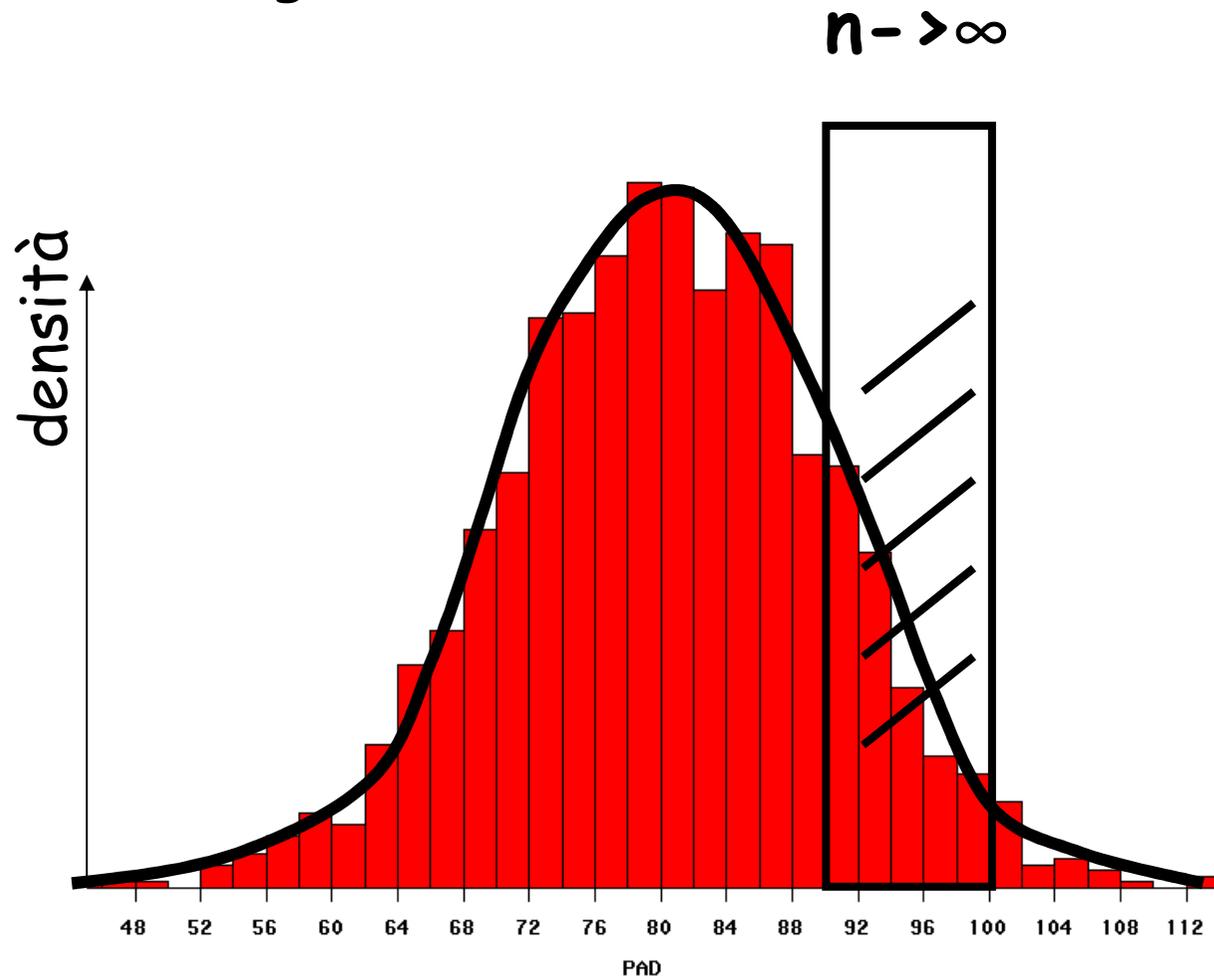
- Il 26,8% della popolazione potrebbe aver bisogno di un trattamento per l'ipercolesterolemia

$$3. (319-219) / 50 = 2 \quad \rightarrow \quad 2.5\%$$

$$4. 1.28 = (x - 219) / 50$$

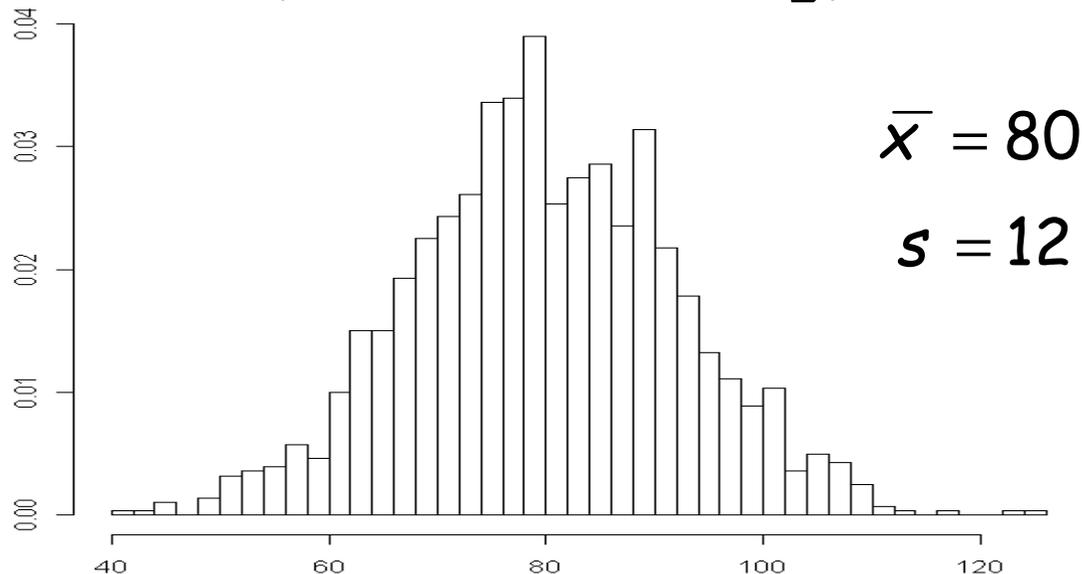
$$x = 283$$

Se ad esempio misurassi la pressione arteriosa diastolica (PAD) in un campione di 1500 uomini tra i 35 e 44 anni potrei rappresentare i risultati in un *istogramma* delle frequenze relative divise per ampiezza della classe di PAD (classi di 2 mmHg)



# Esempio: Pressione diastolica

La PAD è stata misurata in un campione di 1500 uomini tra i 35 e 44 anni. I risultati sono rappresentati con un istogramma delle frequenze relative divise per ampiezza della classe di PAD (classi di 2 mmHg)



- 1) Il 68% delle persone hanno PAD tra  $80-12$  e  $80+12$
  - 2) Il 95% delle persone hanno PAD tra  $80-2*12$  e  $80+2*12$
  - 3) Il 99% delle persone hanno PAD tra  $80-3*12$  e  $80+3*12$
- NB. Per il 99% si prende 3 volte invece di 2.6.....