DESCRIZIONE DEI DATI - PARTE II

Indici di posizione

Numeri riassuntivi che forniscono indicazioni sull'**ordine di grandezza** del fenomeno

Indici di dispersione

Numeri riassuntivi che forniscono informazioni sulla **variabilità** (eterogeneità) del fenomeno

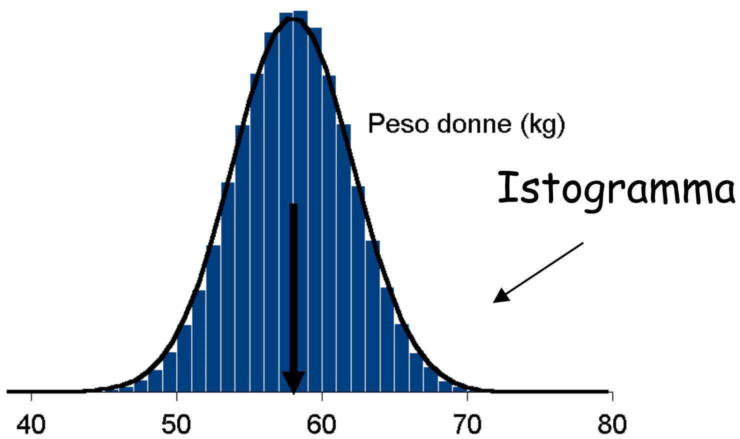
Media Aritmetica (<u>SOLO var. QUANTITATIVE</u>)

Dato un **campione di n unità** su cui è stata rilevata la **variabile X** $\{x_1, x_2, x_3, \ldots\ldots, x_n\}$

la media aritmetica è $$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

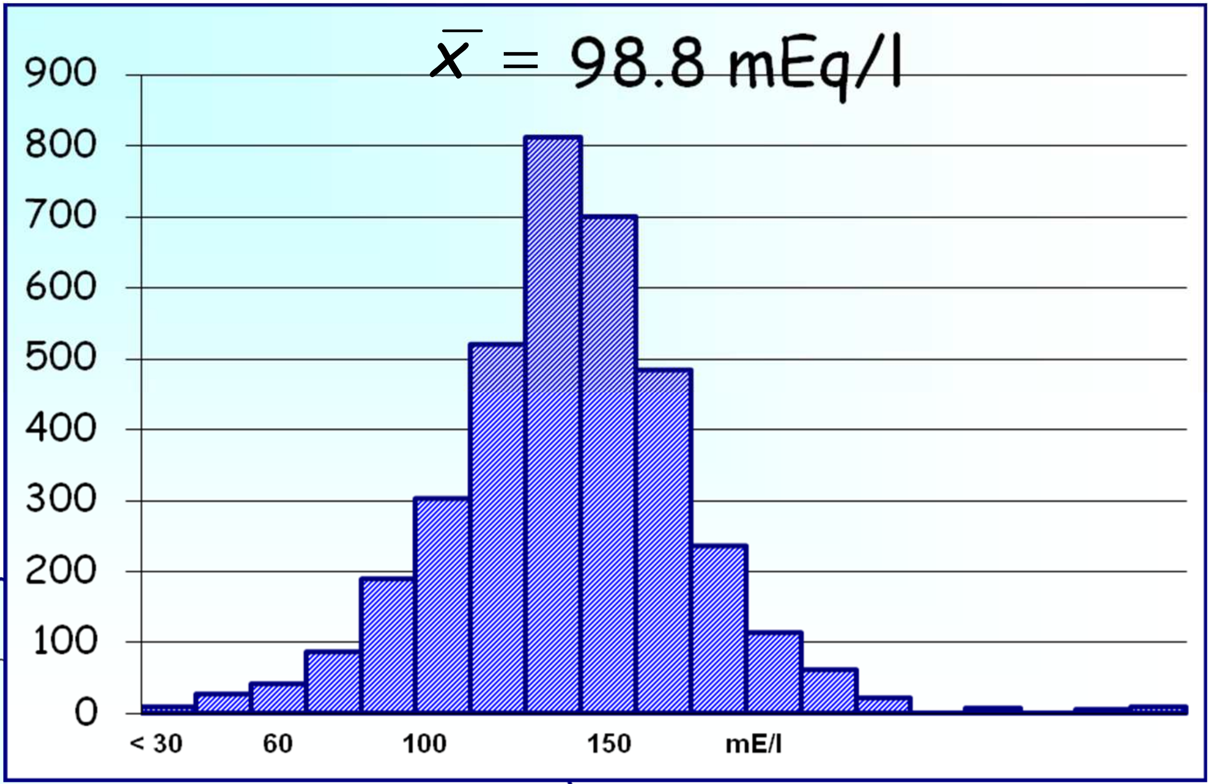
N.B. l'espressione $\sum_{i=1}^{n} x_i$ si legge "sommatoria di x_i con i esteso da 1 a n"

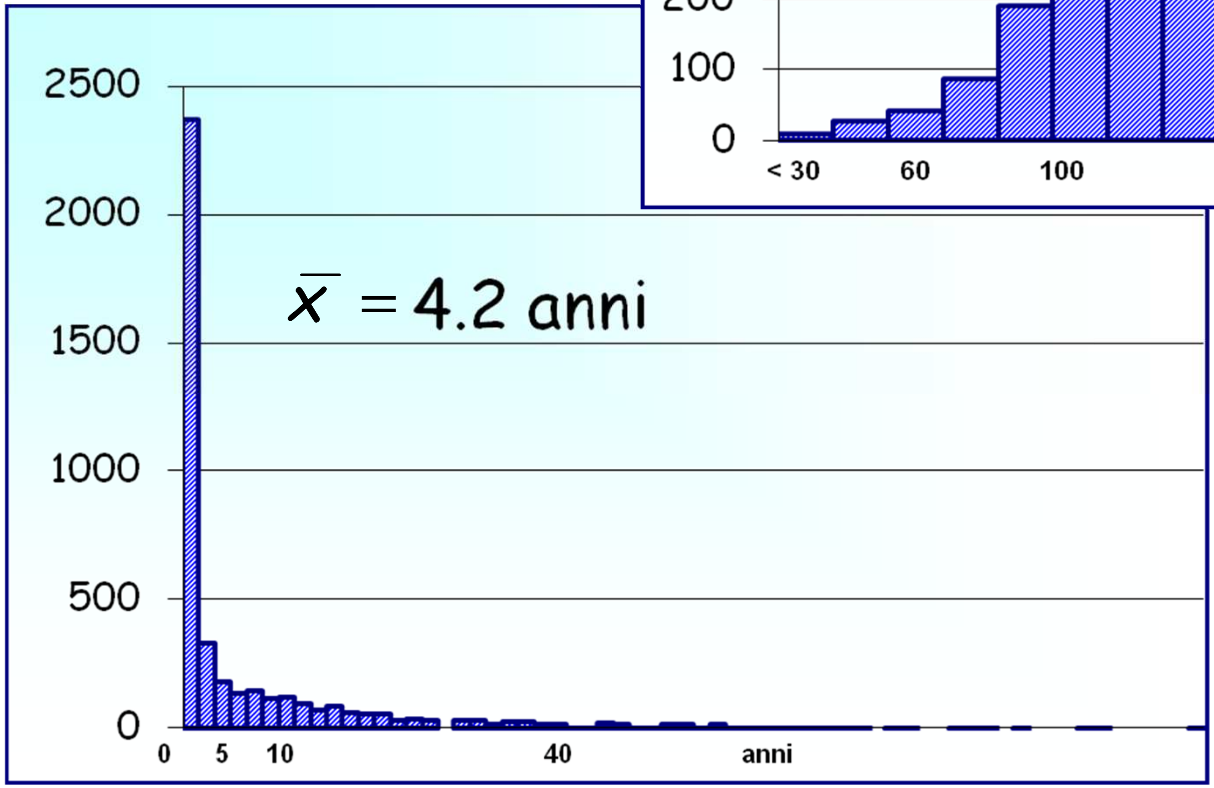
Si presta bene a sintetizzare distribuzioni **simmetriche**



E' meno utile quando la distribuzione è **asimmetrica**.

Concentrazione di cloro nel sudore (simmetrica)

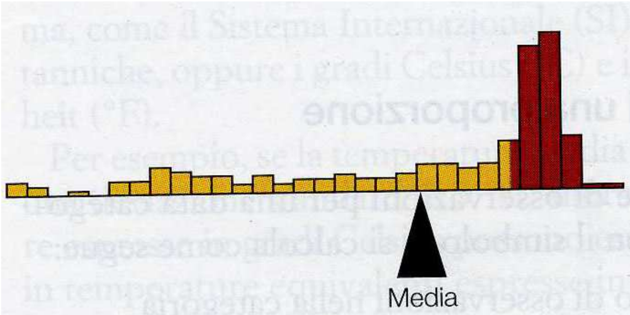


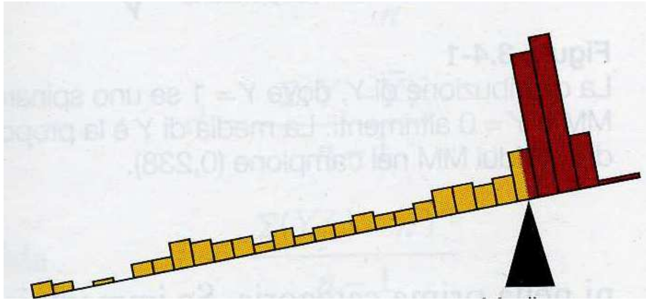


Eta' alla diagnosi nella fibrosi cistica (asimmetria positiva)

Proprietà della media aritmetica (1)

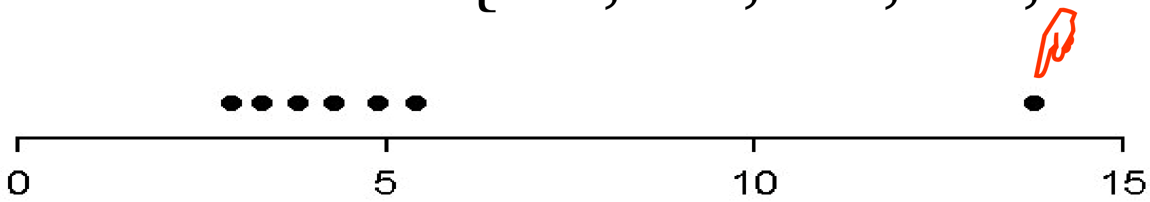
La media aritmetica rappresenta il **baricentro** della distribuzione.





Questa proprietà ha come effetto indesiderato la forte dipendenza dai valori estremi

Durata del travaglio (ore) per il secondo parto naturale in 7 donne in eta' 30-33 anni $\{2.9, 3.3, 3.8, 4.3, 4.9, 5.4, 13.8\}$



$\bar{x} = 5.5$ ore , ben poco rappresentativa dell'insieme di dati

Esempio

Il numero di infortunati ricoverati in un pronto soccorso in 5 periodi di un'ora è: 28 16 24 31 27.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{28+16+24+31+27}{5} = \frac{126}{5} = 25.2$$

La media di infortuni ricoverati nel pronto soccorso è di 25.2 per ora.

Esempio

Sette soggetti dopo una dieta hanno riscontrato le seguenti perdite di peso (kg) :

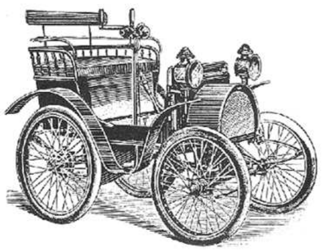
13 3.2 7.4 4.3 8.5 5.9 10.0

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{13 + 3.2 + 7.4 + 4.3 + 8.5 + 5.9 + 10}{7} = \frac{52.3}{7} = 7.5$$

La media della perdita di peso è pari a 7.5 kg.

Media aritmetica: Automobili

N° di automobili per famiglia



x_i	f_i
0	2
1	20
2	25
3	3
Tot.	50

con le frequenze assolute

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i \cdot f_i}{n} = \frac{0 \cdot 2 + \ldots 3 \cdot 3}{50} = \frac{79}{50} = 1.6$$

con le frequenze relative

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^{k} x_i \cdot p_i = 0 \cdot 0.04 + \ldots 3 \cdot 0.06 = 1.6$$

Media aritmetica: Neonati

Lunghezza supina (cm) in un campione di 60 neonati

Estremi di classe	Valore centrale	Freq. semplici		Freq.cumulate	
		f	p%	F	P%
44.25 ⊣ 45.75	**45.0**	2	*3.3*	2	*3.3*
45.75 ⊣ 47.25	**46.5**	5	*8.3*	7	*11.7*
47.25 ⊣ 48.75	**48.0**	7	*11.7*	14	*23.3*
48.75 ⊣ 50.25	**49.5**	14	*23.3*	28	*46.7*
50.25 ⊣ 51.75	**51.0**	16	*26.7*	44	*73.3*
51.75 ⊣ 53.25	**52.5**	9	*15.0*	53	*88.3*
53.25 ⊣ 54.75	**54.0**	5	*8.3*	58	*96.7*
54.75 ⊣ 56.25	**55.5**	1	*1.7*	59	*98.3*
56.25 ⊣ 57.75	**57.0**	1	*1.7*	60	*100.0*

Per il calcolo della media è necessario considerare come valore rappresentativo di ogni classe il suo valore centrale ${}_c x_i$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i \cdot f_i}{n} = \frac{45 \cdot 2 + 46.5 \cdot 5 + ... + 57 \cdot 1}{60} = \frac{3022.5}{60} = 50.4$$

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^{k} x_i \cdot p_i = ...$$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} x_i \cdot p_i \%}{100} = ...$$

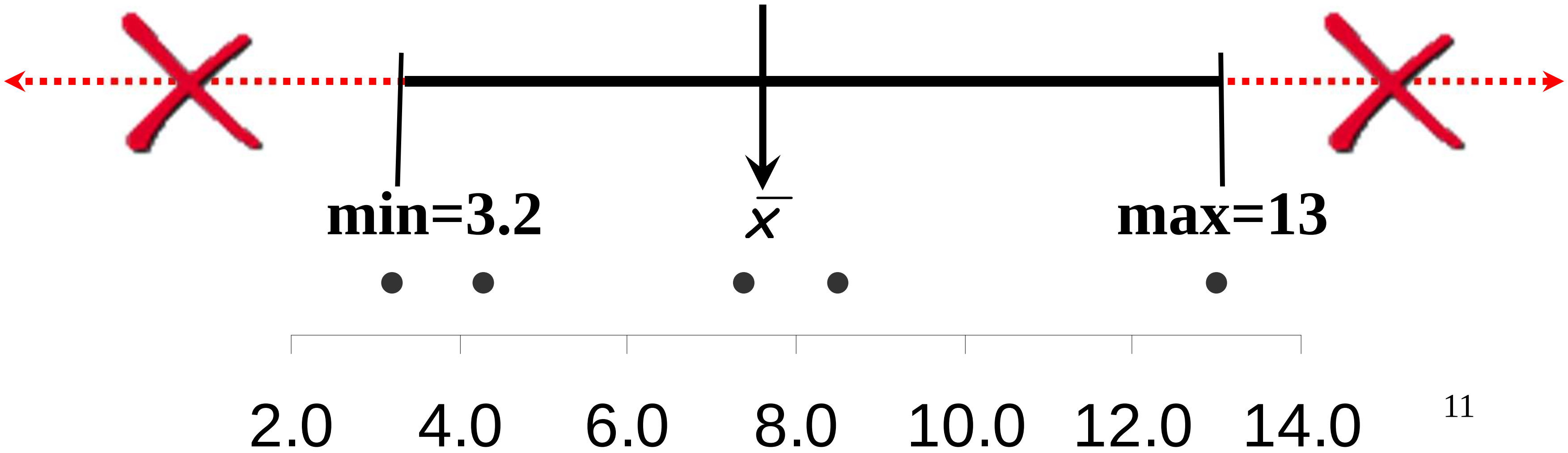
La media calcolata sui dati raggruppati in classi rappresenta una approssimazione di quella determinata a partire dai singoli dati.

Proprietà della media aritmetica (2)

La media aritmetica è sempre compresa tra il più piccolo ed il più grande dei valori osservati

$$x_{(1)} \leq \quad \leq x_{(n)}$$

dove $x_{(1)} = \min\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ $\quad$ $x_{(n)} = \max\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$

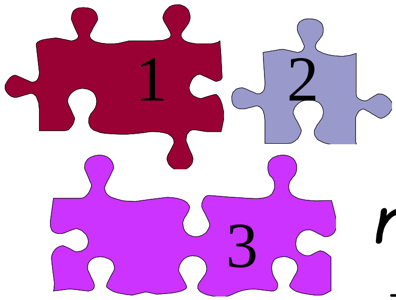


Proprietà della media aritmetica (3)

Altezza (m) relativa a 85 ragazzi che frequentano 3 classi diverse

$n_1 = 20$

$\bar{x}_1 = 1.68$



$n_2 = 15$

$\bar{x}_2 = 1.60$

$n_3 = 50$

$\bar{x}_3 = 1.90$

$$\bar{x} = \frac{1.68 \cdot 20 + 1.60 \cdot 15 + 1.90 \cdot 50}{85} = \frac{152.6}{85} = 1.80$$

La media di un insieme di osservazioni organizzate in k gruppi è pari alla media ponderata delle medie parziali $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \ldots, \bar{x}_k$ con pesi uguali alla numerosità dei sottogruppi $n_1, n_2, \ldots, n_k$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{k} \bar{x}_i \cdot n_i}{n}$$

Proprietà della media aritmetica (4)

La somma degli scarti delle osservazioni dalla media è pari a

???

Esempio:

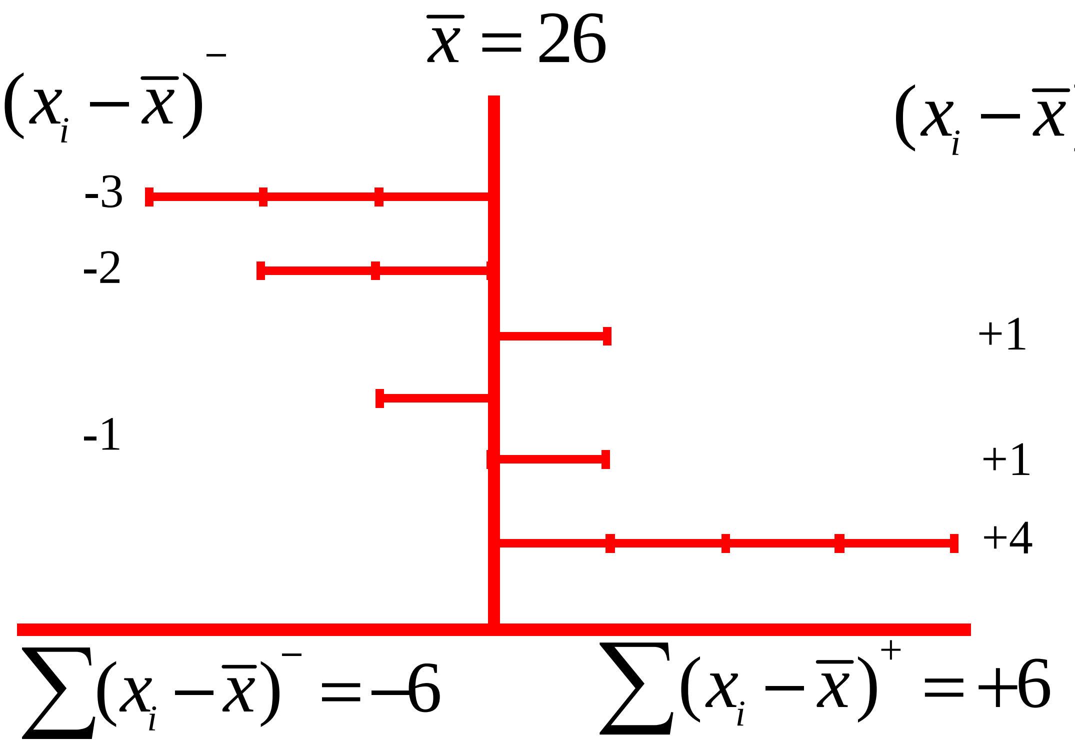
Voti esami sostenuti: {23, 24, 27, 25, 27, 30}

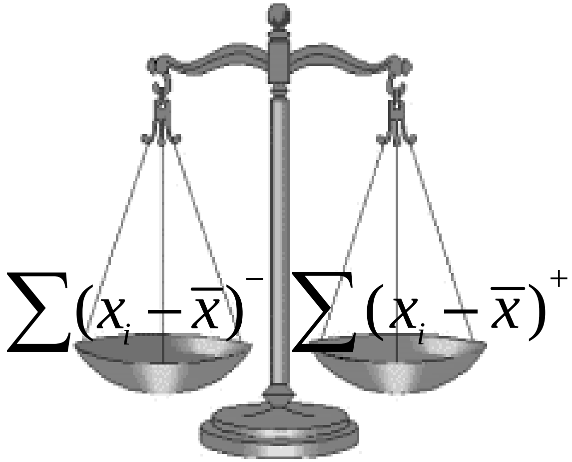
$$\overline{x} = 26$$

(23-***26***)+(24-***26***)+…

Proprietà della media aritmetica (4)

Voti esami sostenuti: $\{23, 24, 27, 25, 27, 30\}$





Proprietà della media aritmetica (4)

La somma degli scarti delle osservazioni dalla media è nulla

$$\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x}) = 0$$

Considerazione

La proporzione di soggetti che presentano una caratteristica è la media aritmetica di una variabile che assume valore

- 1 quando la caratteristica è presente
- 0 quando è assente

Es: Presenza di gravi complicazioni dopo un intervento chirurgico con frequenza 24 (12%) su 200 interventi

Se x_i=1 quando la complicazione è presente e x_i=0 quando è assente, si puo' scrivere

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{200} = \frac{24}{200} = 0.12$$

Esempio : Allattamento al seno

Tavola 7 - Donne che hanno partorito nei cinque anni precedenti l'intervista per tempo trascorso dopo il parto prima del tentativo di allattamento al seno e ripartizione geografica- Dati provvisori 2004- 2005 (per 100 donne con le stesse caratteristiche)

Ripartizioni geografiche	Dopo quanto tempo ha attaccato al seno il bambino per la prima volta dopo il parto				
	Subito dopo il parto	Dopo poche ore/entro il primo giorno	Il giorno dopo	Dopo più di due giorni	Totale
Nord-Ovest	55,1	37,0	4,7	3,2	100,0
Nord-Est	59,9	33,1	3,1	3,9	100,0
Centro	43,9	46,2	6,3	3,6	100,0
Sud	38,3	51,3	7,0	3,4	100,0
Isole	46,7	42,0	7,1	4,2	100,0
Italia	**48,4**	**42,4**	**5,6**	**3,6**	100,0

Esempio : Allattamento al seno

Si osservi che gli elementi nell'ultima riga (**Italia**) non sono ottenuti come media della corrispondente colonna.

Ad esempio, il 48.4% di donne allattano subito dopo il parto

	Subito dopo il parto
Nord-Ovest	55,1
Nord-Est	59,9
Centro	43,9
Sud	38,3
Isole	46,7
Italia	**48,4**

è diverso da

$$(55.1+59.9+43.9+38.3+46.7)/5 = 48.7$$

Esempio : Allattamento al seno

Per calcolare la % di donne che allattano subito dopo il parto in Italia bisogna risalire alle frequenze assolute di donne che allattano subito dopo il parto nelle varie ripartizioni territoriali

Se, ad esempio, il totale di donne analizzate è (2600) rispettivamente : 510 , 490, 510, 580, 510, le frequenze assolute di donne che hanno allattato subito dopo il parto sono

	Subito dopo il parto
Nord-Ovest	0.551*510 = 281
Nord-Est	0.599*490 = 294
Centro	0.439*510 = 224
Sud	0.383*580 = 222
Isole	0.467*510 = 238
Italia	1259

Le donne che allattano subito dopo il parto in Italia sono

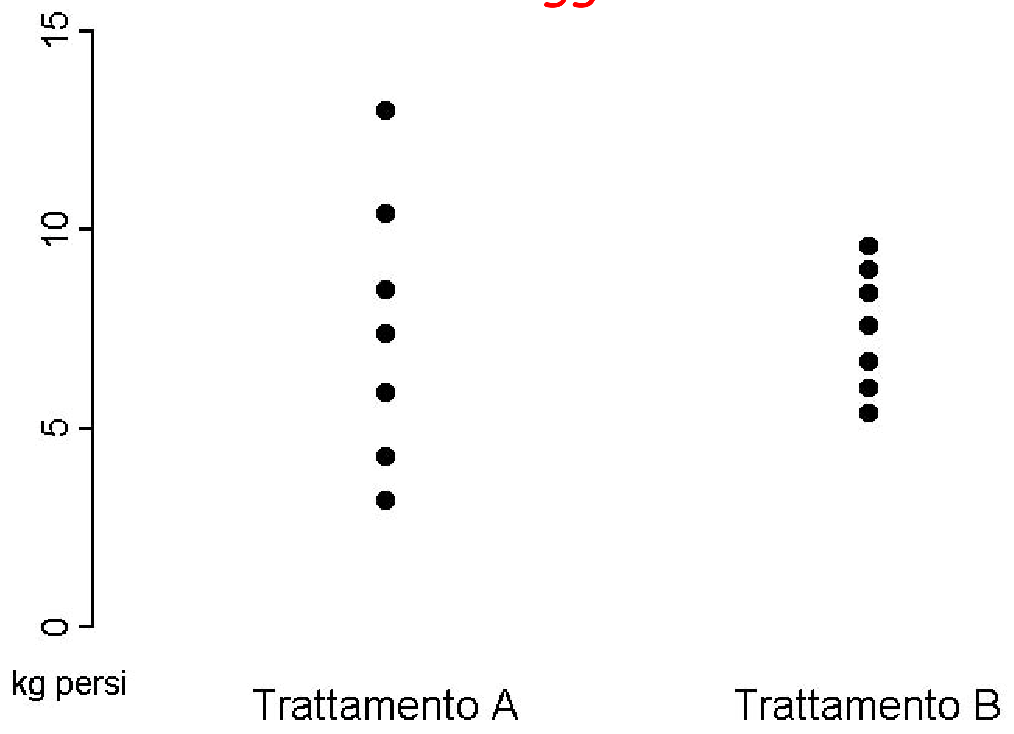
1259/2600 = 0.484 = 48.4%

...la media non dice tutto

E' più efficace una dieta alimentare (A) o un trattamento farmacologico (B) per diminuire di peso?

Per valutare l'entità della perdita di peso (kg) che si verifica dopo trattamento (A o B) sono stati considerati 14 soggetti confrontabili.

Trattamento	
A	**B**
13.0	8.4
3.2	5.4
7.4	7.6
4.3	6.0
8.5	9.6
5.9	6.7
10.0	9.0



Cosa avremmo concluso?

Varianza (<u>SOLO var. QUANTITATIVE</u>)

Si vuole costruire un indicatore che riassume la variabilità del fenomeno

1) usando tutte le osservazioni del campione

2) Misurando il grado di dispersione dei dati rispetto ad un "particolare" valore

$$\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})}{n}$$

...ma, poiché $\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x}) = 0$ è necessario valutare altre possibili misure

La varianza è la media dei quadrati degli scarti delle singole osservazioni (x_i) rispetto alla media campionaria ($\bar{x}$):

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

- può assumere valori strettamente positivi;
- vale 0 in assenza di variabilità; (es. 3.5, 3.5, 3.5, 3.5)
- è tanto più elevata quanto più i dati sono dispersi in un intervallo ampio di valori;
- è fortemente influenzata dall'eventuale presenza di dati estremi per il fatto che si utilizzano i quadrati delle distanze;
- ha per unità di misura il quadrato della scala del fenomeno.

Deviazione Standard

Per avere un indicatore con la stessa unita' di misura della media si prende la radice quadrata della varianza

a partire da un insieme di dati enumerato

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

a partire da una tabella di frequenza

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{k}(x_i - \bar{x})^2 f_i}{n-1}}$$

Trattamento A			**Trattamento B**	
$_A\mathbf{x_i}$	$({}_A x_i - \bar{x}_A)^2$		$_B\mathbf{x_i}$	$({}_B x_i - \bar{x}_B)^2$
13.0	30.57		8.4	0.76
3.2	18.25		5.4	4.54
7.4	0.01		7.6	0.01
4.3	10.06		6.0	2.34
8.5	1.06		9.6	4.28
5.9	2.47		6.7	0.69
10.0	6.39		9.0	2.16

Somma = 68.79 Somma = 14.78

$$s_A = \sqrt{11.47} = 3.39 \qquad s_B = \sqrt{2.46} = 1.57$$

Deviazione standard: Neonati

Lunghezza supina (cm) in un campione di 60 neonati

Estremi di classe	Valore centrale	Freq. semplici		Freq.cumulate	
		f	p%	F	P%
44.25 ⫞ 45.75	**45.0**	2	*3.3*	2	*3.3*
45.75 ⫞ 47.25	**46.5**	5	*8.3*	7	*11.7*
47.25 ⫞ 48.75	**48.0**	7	*11.7*	14	*23.3*
48.75 ⫞ 50.25	**49.5**	14	*23.3*	28	*46.7*
50.25 ⫞ 51.75	**51.0**	16	*26.7*	44	*73.3*
51.75 ⫞ 53.25	**52.5**	9	*15.0*	53	*88.3*
53.25 ⫞ 54.75	**54.0**	5	*8.3*	58	*96.7*
54.75 ⫞ 56.25	**55.5**	1	*1.7*	59	*98.3*
56.25 ⫞ 57.75	**57.0**	1	*1.7*	60	*100.0*

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{\frac{(45 - 50.4)^2 \cdot 2 + \ldots + (57 - 50.4)^2 \cdot 1}{60 - 1}} = \ldots = 2.5$$

Media e Deviazione Standard

Riassumono 'posizione' e 'variabilita' del fenomeno

Il 68% delle osservazioni sono nell'intervallo $[\bar{x} - s \quad , \quad \bar{x} + s]$

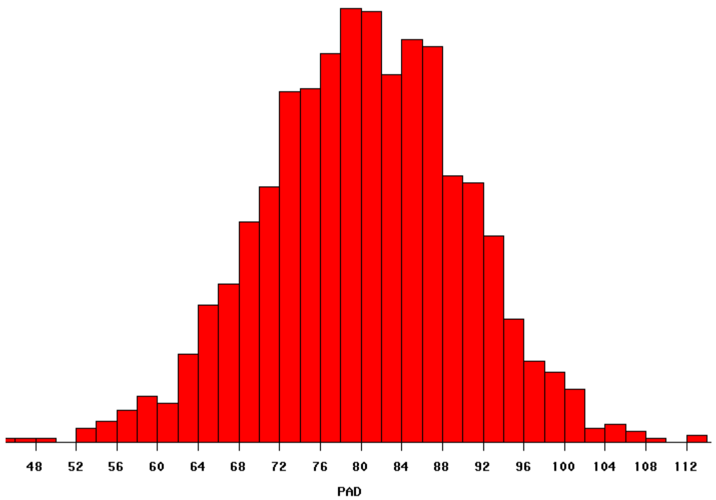
Il 95% delle osservazioni sono nell'intervallo $[\bar{x} - 2 \cdot s \quad , \quad \bar{x} + 2 \cdot s]$

Il 99% delle osservazioni sono nell'intervallo $[\bar{x} - 3 \cdot s \quad , \quad \bar{x} + 3 \cdot s]$

- Sono adatti solo a rappresentare distribuzioni simmetriche (con forma approssimativamente normale)
- Permettono di effettuare confronti tra fenomeni nella stessa unita' di misura e con lo stesso ordine di grandezza

Esempio: Pressione diastolica

La PAD è stata misurata in un campione di 1500 uomini tra i 35 e 44 anni. I risultati sono rappresentati con un istogramma delle frequenze relative divise per ampiezza della classe di PAD (classi di 2 mmHg)



Per completare la descrizione del fenomeno potrei calcolare

- un indice di posizione : la media $\bar{x} = 80$
- un indice di dispersione : la deviazione standard $s = 12$

Da un punto di vista descrittivo si potrà dire che :

1) Il 68% delle persone hanno PAD tra 80-12 e 80+12
2) Il 95% delle persone hanno PAD tra 80-2*12 e 80+2*12
3) Il 99% delle persone hanno PAD tra 80-3*12 e 80+3*12

Ai fini predittivi su cio' che mi aspetto nella generica persona in questa classe di età (non necessariamente appartenente allo studio) si potrà dire che :

- c'è una probabilità di 0. 68 di avere PAD tra 68 e 92
- e cosi' via…

Coefficiente di variazione

Abbiamo visto dei metodi empirici per :

- farci un'idea dell'andamento e della distribuzioni di un fenomeno
- confrontare fenomeni nella stessa unita' di misura (e.g. farmaco vs dieta)

Come confrontare la variabilita' di fenomeni espressi nella stessa unita' di misura ma con ordini di grandezza diversi ?

Come confrontare la variabilita' di fenomeni diversi tra loro ?

Coefficiente di variazione

Il coefficiente di variazione (CV) è il rapporto fra la deviazione standard e la media aritmetica:

$$CV = \frac{s}{\overline{x}}$$

È un numero puro che può assumere valori positivi o negativi a seconda del segno della media.

- l'unita' di misura viene eliminata
- la variabilita' viene standardizzata per l'ordine di grandezza del fenomeno

CV : Esempio

Medesimo fenomeno (reddito) in gruppi con ordine di grandezza differente (operai e miliardari)

Reddito (migliaia di €)			
O		M	
1	20	**1**	800020
2	60	**2**	800060

$\bar{x}_o = 40\, mila\ euro$

$\bar{x}_M = 800040\, mila\ euro$

$s_o = s_M = 28.3\ \textit{mila euro}$

$$CV_O = \frac{28.3}{40} = 0.71 \qquad CV_M = \frac{28.3}{800040} = 0.00004$$

La variabilità del reddito dei miliardari risulta trascurabile rispetto all'ordine di grandezza del fenomeno.

Esercizio per lo studente

Glicemia (mg/dl) in 500 soggetti anziani
Raggruppamento in 5 classi di uguale ampiezza

Estremi di classe	valore centrale	freq. semplici		freq. cumulate	
		f	p%	F	P%
65-|75	**70**	75	*15*	75	*15*
75-|85	**80**	100	*20*	175	*35*
85-|95	**90**	150	*30*	225	*65*
95-|105	**100**	125	*25*	450	*90*
105-|115	**110**	50	*10*	500	*100*

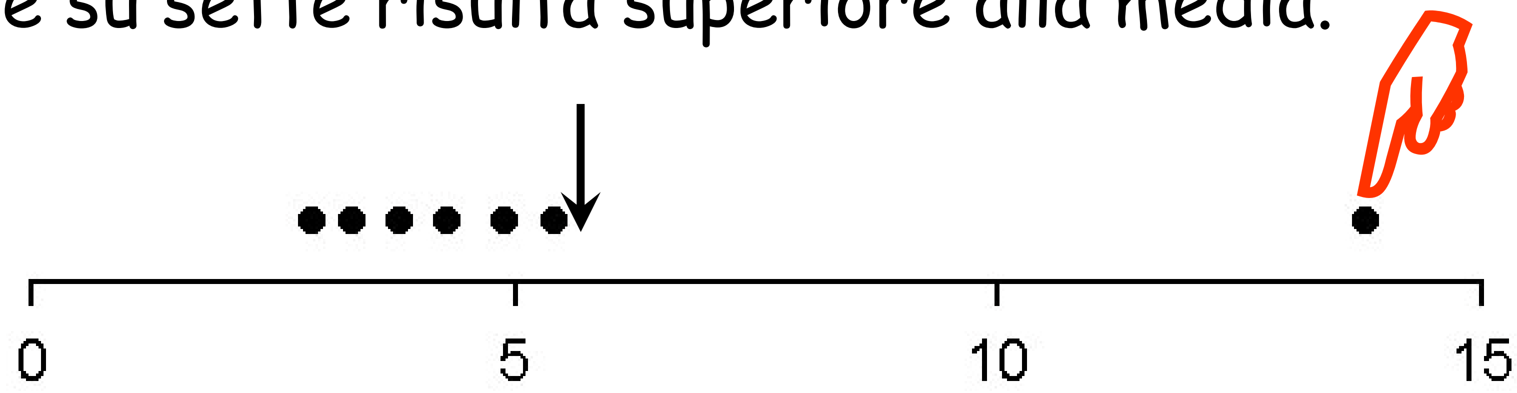
a) Calcolare la media e la varianza
b) Identificare la classe modale

Mediana

Durata del travaglio (ore) per il secondo parto naturale in 7 donne in eta' 30-33 anni

$$\{3.8, 3.3, 2.9, 4.3, 13.8, 5.4, 4.9\}$$

la media di 5.49 ore non è un valore tipico dell'insieme di osservazioni, dato che un solo valore su sette risulta superiore alla media.



La **mediana** è quella modalità tale per cui l'insieme delle osservazioni risulta essere per metà inferiore e per metà superiore ad essa.

Es: Durata del travaglio (ore)

{3.8, 3.3, 2.9, 4.3, 13.8, 5.4, 4.9}

Per calcolare la mediana di una **variabile quantitativa**:

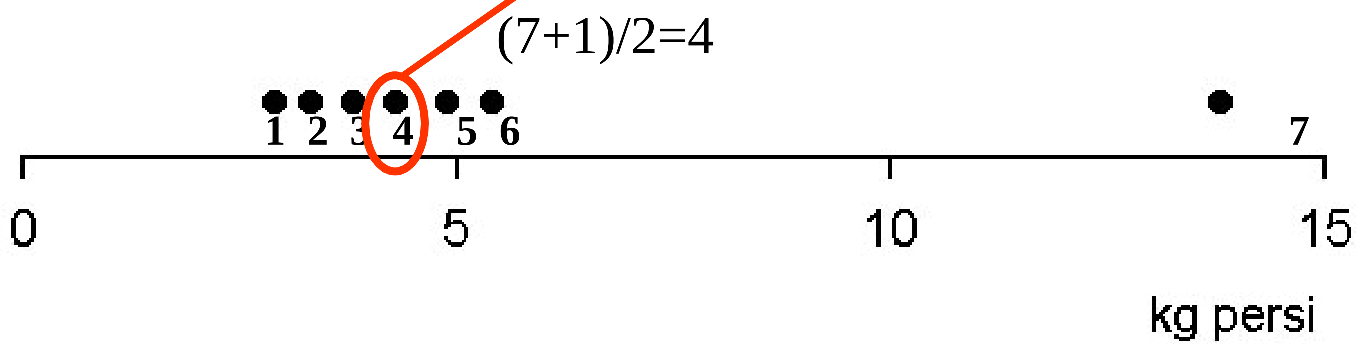
si individua quella modalità che è più grande di circa il 50% delle osservazioni e più piccola del restante 50%:

$$\{\underbrace{2.9,\ 3.3,\ 3.8,}_{\text{3 osservazioni}}\ 4.3,\ \underbrace{4.9,\ 5.4,\ 13.8}_{\text{3 osservazioni}}\}$$

Mediana da un insieme di dati enumerati

Per **<u>n dispari</u>**, la mediana è quel valore che occupa la posizione $\frac{n+1}{2}$ nell'insieme ordinato:

$$\{2.9, 3.3, 3.8, 4.3, 4.9, 5.4, 13.8\}$$

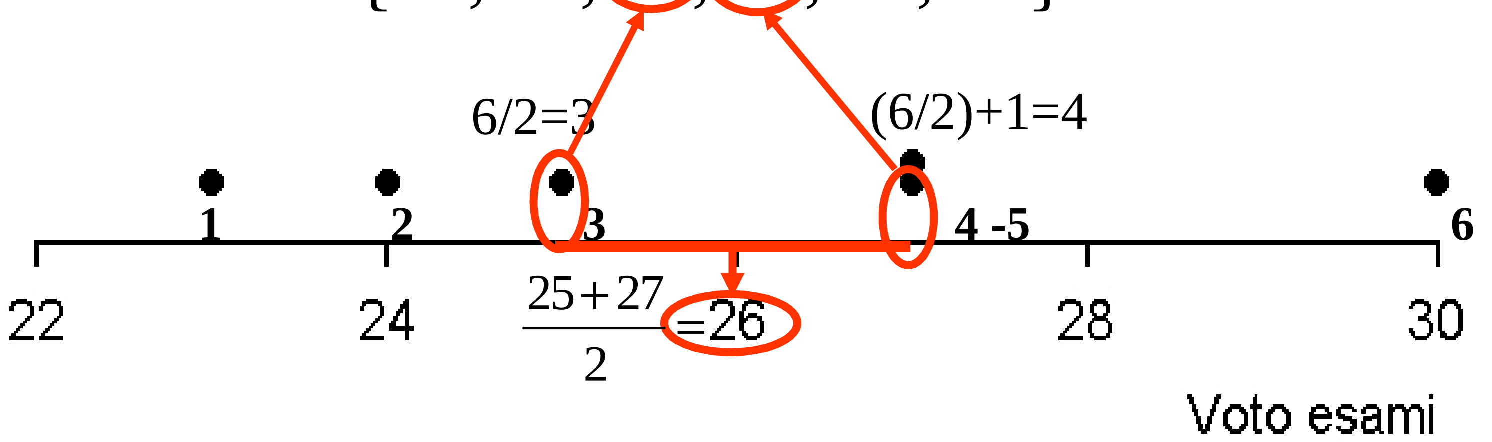


Mediana da un insieme di dati enumerati

Per **n pari**, la mediana è la media tra i valori nelle posizioni $\frac{n}{2}$ e $\left(\frac{n}{2}+1\right)$ nell'insieme ordinato:

Es: Voto esami

$$\{23, 24, 25, 27, 27, 30\}$$



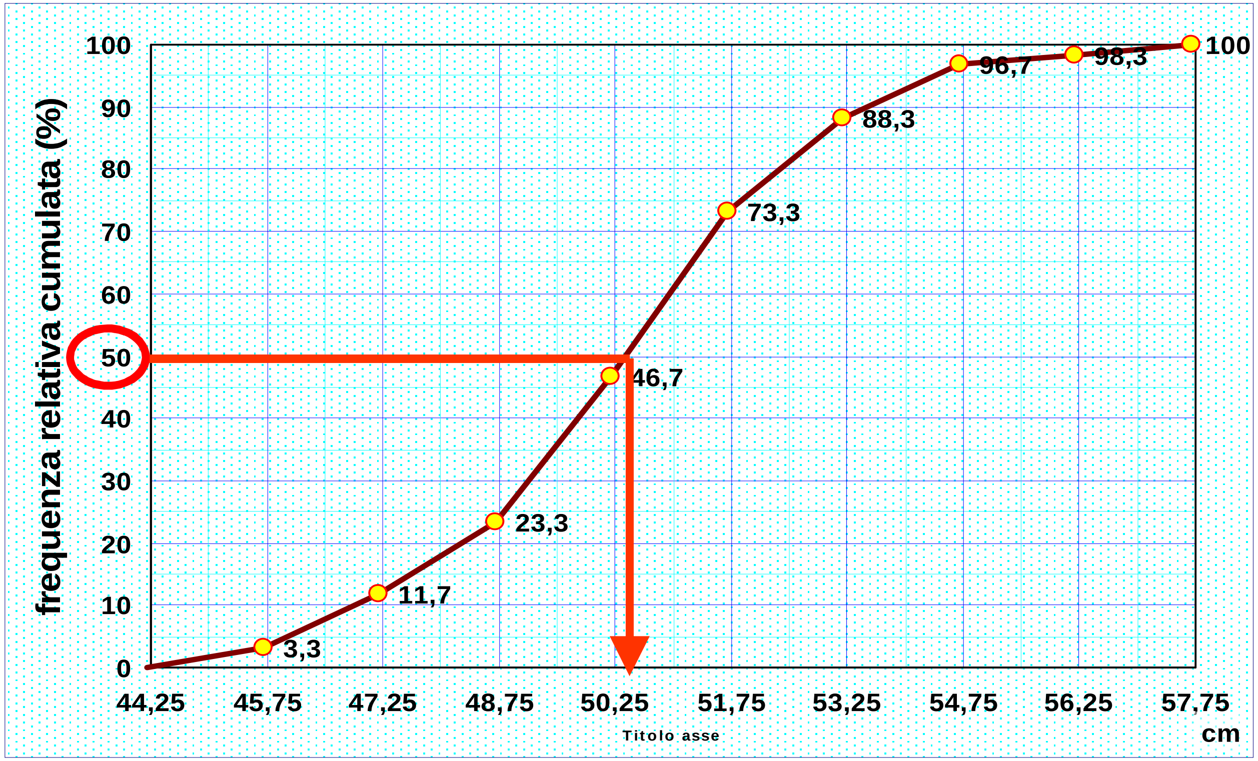
Mediana da una tabella di frequenza

Estremi di classe	Valore centrale	Freq. semplici		Freq.cumulate	
		f	p%	F	P%
44.25 ⊣ 45.75	**45.0**	2	*3.3*	2	*3.3*
45.75 ⊣ 47.25	**46.5**	5	*8.3*	7	*11.7*
47.25 ⊣ 48.75	**48.0**	7	*11.7*	14	*23.3*
48.75 ⊣ 50.25	**49.5**	14	*23.3*	28	*46.7*
50.25 ⊣ 51.75	**51.0**	16	*26.7*	44	*73.3*
51.75 ⊣ 53.25	**52.5**	9	*15.0*	53	*88.3*
53.25 ⊣ 54.75	**54.0**	5	*8.3*	58	*96.7*
54.75 ⊣ 56.25	**55.5**	1	*1.7*	59	*98.3*
56.25 ⊣ 57.75	**57.0**	1	*1.7*	60	*100.0*

1) ci si può limitare alla **classe mediana**:

(50.25-51.75) .....oppure....

Mediana da un grafico delle frequenze cumulate



Mediana e Media

La mediana risulta essere meno sensibile della media alla presenza di dati anomali.

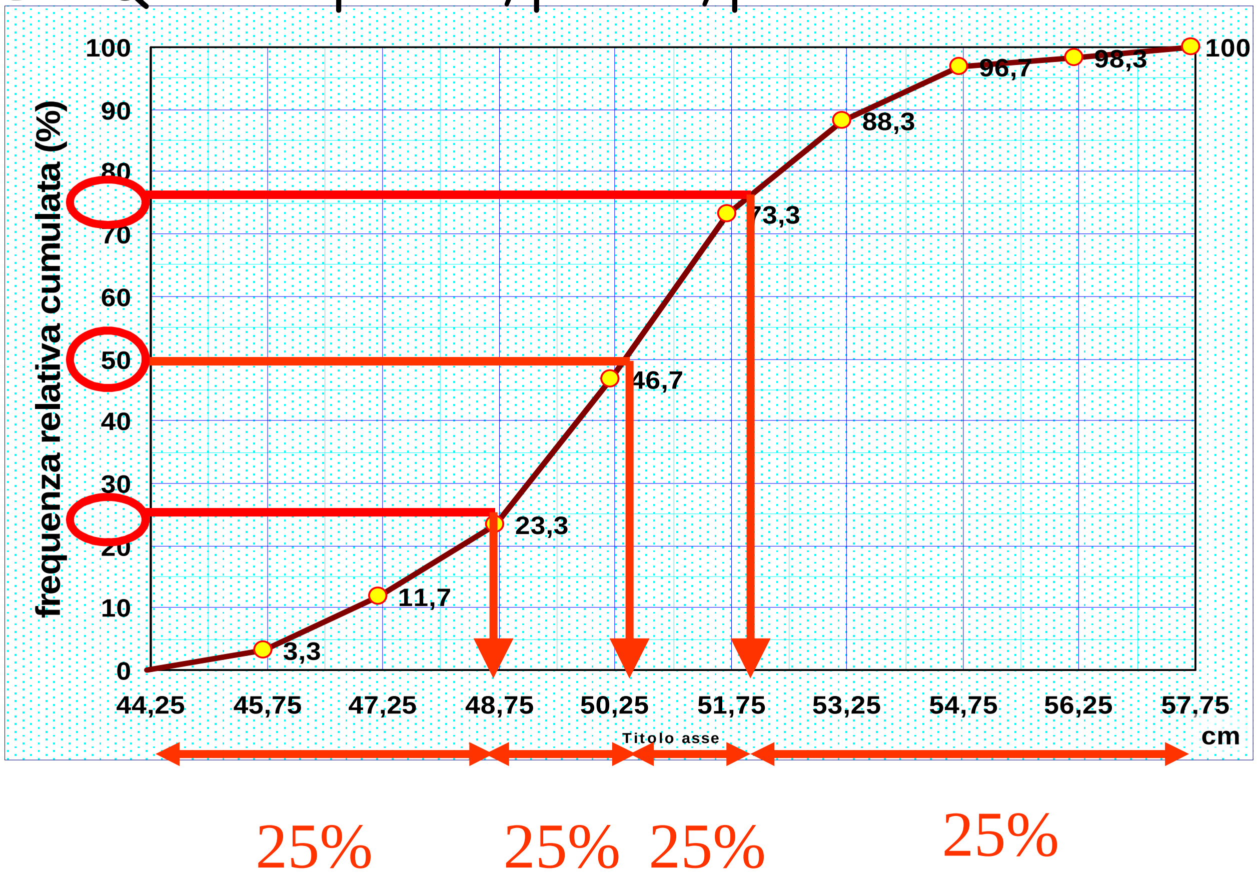
	Mediana	$\bar{x}$
{2.9, 3.3, 3.8, 4.3, 4.9, 5.4, 13.8}	4.3	5.49
{2.9, 3.3, 3.8, 4.3, 4.9, 5.4, 130.8}	4.3	**22.2**

Quartili

Quartili: suddividono i dati in quattro parti uguali (25%)

Lunghezza dei bambini

Es. Quartili: p=0.25, p=0.50, p=0.75



Range interquartile

La differenza tra il terzo e il primo quartile è chiamata range interquartile (IQR: interquartile range).

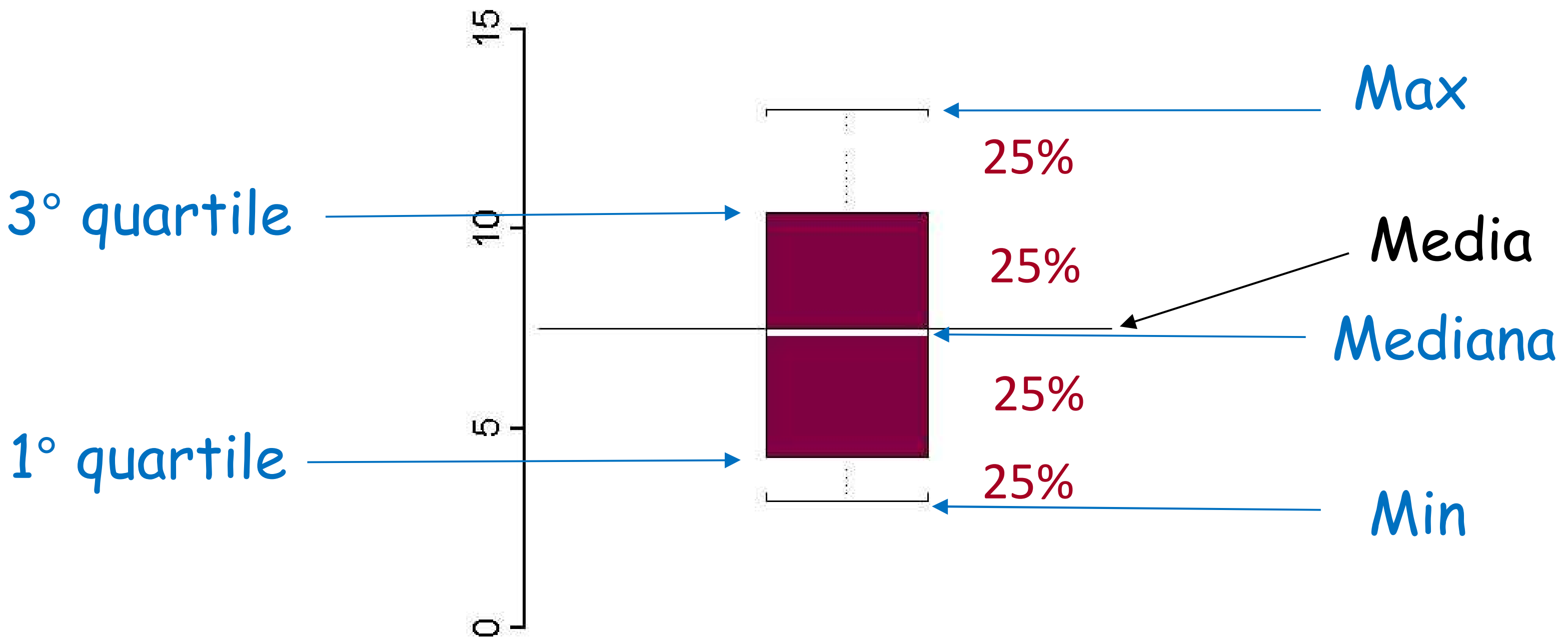
Es. lunghezza dei neonati

- Primo quartile (25° percentile): 48.8
- Secondo quartile (50° percentile): 50.4
- Terzo quartile (75° percentile): 51.8

IQR = 51.8-48.8 = 3 cm

Mediana [1'-3' quartile] = 50.4 [48.8 – 51.8]

Grafico Box-plot - scatola e baffi



- Il box plot riassume 'posizione' e 'variabilita' del fenomeno
- E' adatto a rappresentare anche distribuzioni asimmetriche

Dati individuali lunghezza neonati (ordinati)

MIN=44.4	48.9	50.5	52.2
44.5	49	50.5	52.3
46	49.2	50.8	52.5
46.2	49.4	50.8	52.5
46.5	49.5	50.8	52.7
46.5	49.5	50.9	52.9
47	49.5	51	52.9
47.4	49.7	51.1	53
47.7	49.8	51.2	53.4
47.8	50	51.2	53.8
48.2	50	51.5	54
48.2	50.2	51.5	54.5
48.5	50.2	51.6	54.7
48.7	50.3	51.7	55
48.9	50.5	51.8	MAX=56.3

Dati individuali lunghezza neonati (ordinati)

MIN=44.4	48.9	50.5	52.2
44.5	49	50.5	52.3
46	49.2	50.8	52.5
46.2	49.4	50.8	52.5
46.5	49.5	50.8	52.7
46.5	49.5	50.9	52.9
47	49.5	51	52.9
47.4	49.7	51.1	53
47.7	49.8	51.2	53.4
47.8	50	51.2	53.8
48.2	50	51.5	54
48.2	50.2	51.5	54.5
48.5	50.2	51.6	54.7
48.7	50.3	51.7	55
48.9	50.5	51.8	MAX=56.3

- Primo quartile (25° percentile): 48.9

Dati individuali lunghezza neonati (ordinati)

MIN=44.4	48.9	50.5	52.2
44.5	49	50.5	52.3
46	49.2	50.8	52.5
46.2	49.4	50.8	52.5
46.5	49.5	50.8	52.7
46.5	49.5	50.9	52.9
47	49.5	51	52.9
47.4	49.7	51.1	53
47.7	49.8	51.2	53.4
47.8	50	51.2	53.8
48.2	50	51.5	54
48.2	50.2	51.5	54.5
48.5	50.2	51.6	54.7
48.7	50.3	51.7	55
48.9	50.5	51.8	MAX=56.3

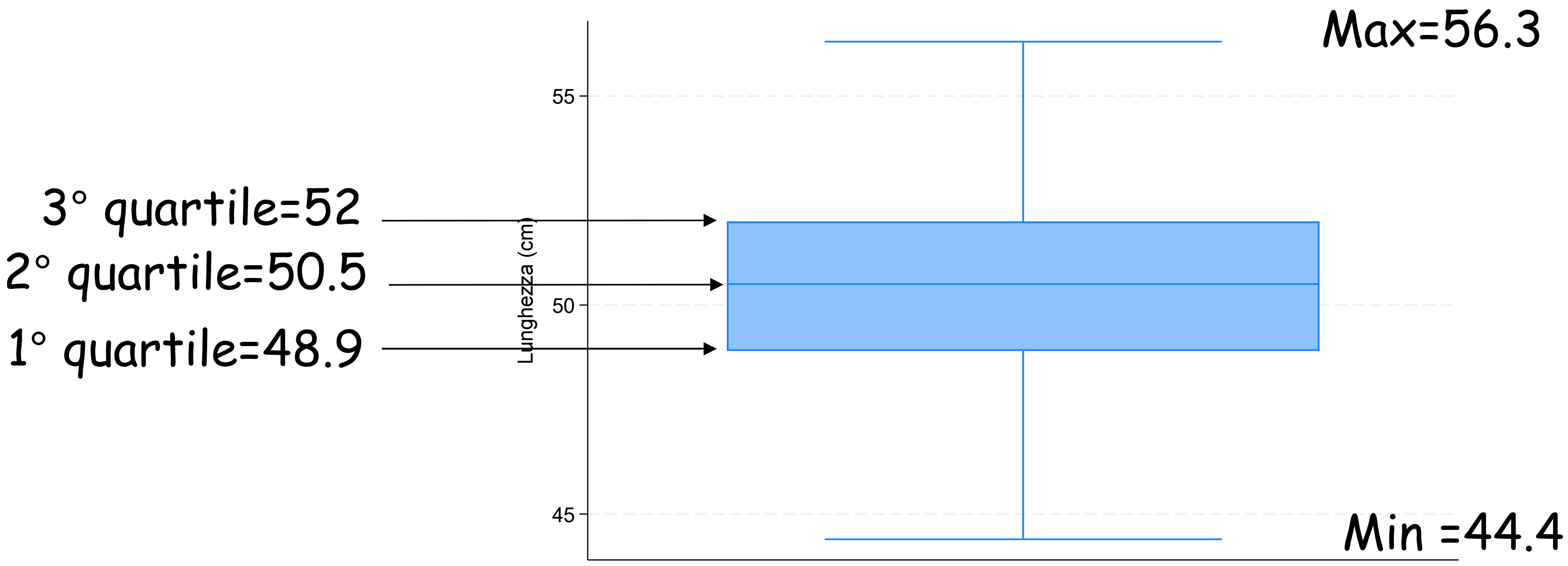
- secondo quartile (50° percentile): 50.5

Dati individuali lunghezza neonati (ordinati)

MIN=44.4	48.9	50.5	52.2
44.5	49	50.5	52.3
46	49.2	50.8	52.5
46.2	49.4	50.8	52.5
46.5	49.5	50.8	52.7
46.5	49.5	50.9	52.9
47	49.5	51	52.9
47.4	49.7	51.1	53
47.7	49.8	51.2	53.4
47.8	50	51.2	53.8
48.2	50	51.5	54
48.2	50.2	51.5	54.5
48.5	50.2	51.6	54.7
48.7	50.3	51.7	55
48.9	50.5	51.8	MAX=56.3

- terzo quartile (75° percentile): (51.8+52.2)/2=52

Grafico Box-plot - scatola e baffi



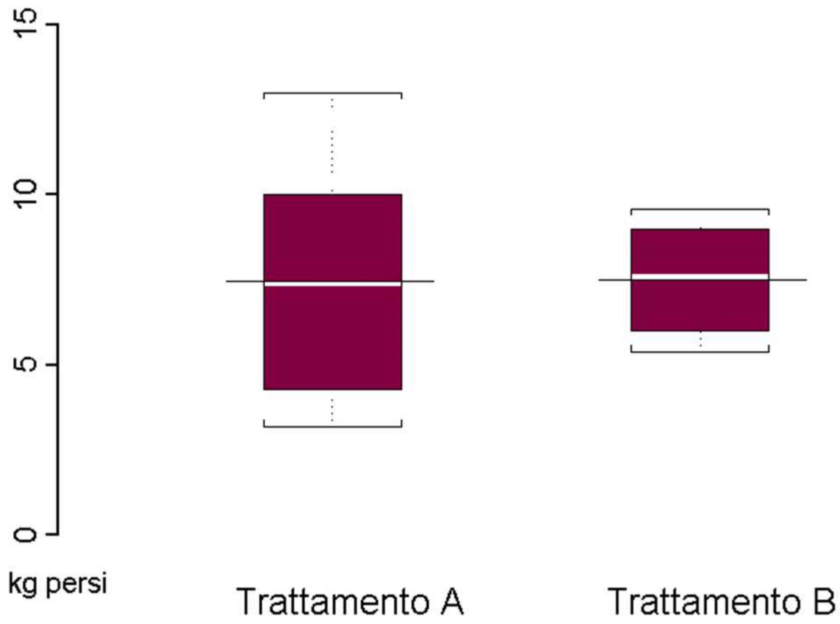
- Il box plot riassume 'posizione' e 'variabilita' del fenomeno
- E' adatto a rappresentare anche distribuzioni asimmetriche

Esempio: Diete

Kg persi con dieta (A) e farmaco (B)

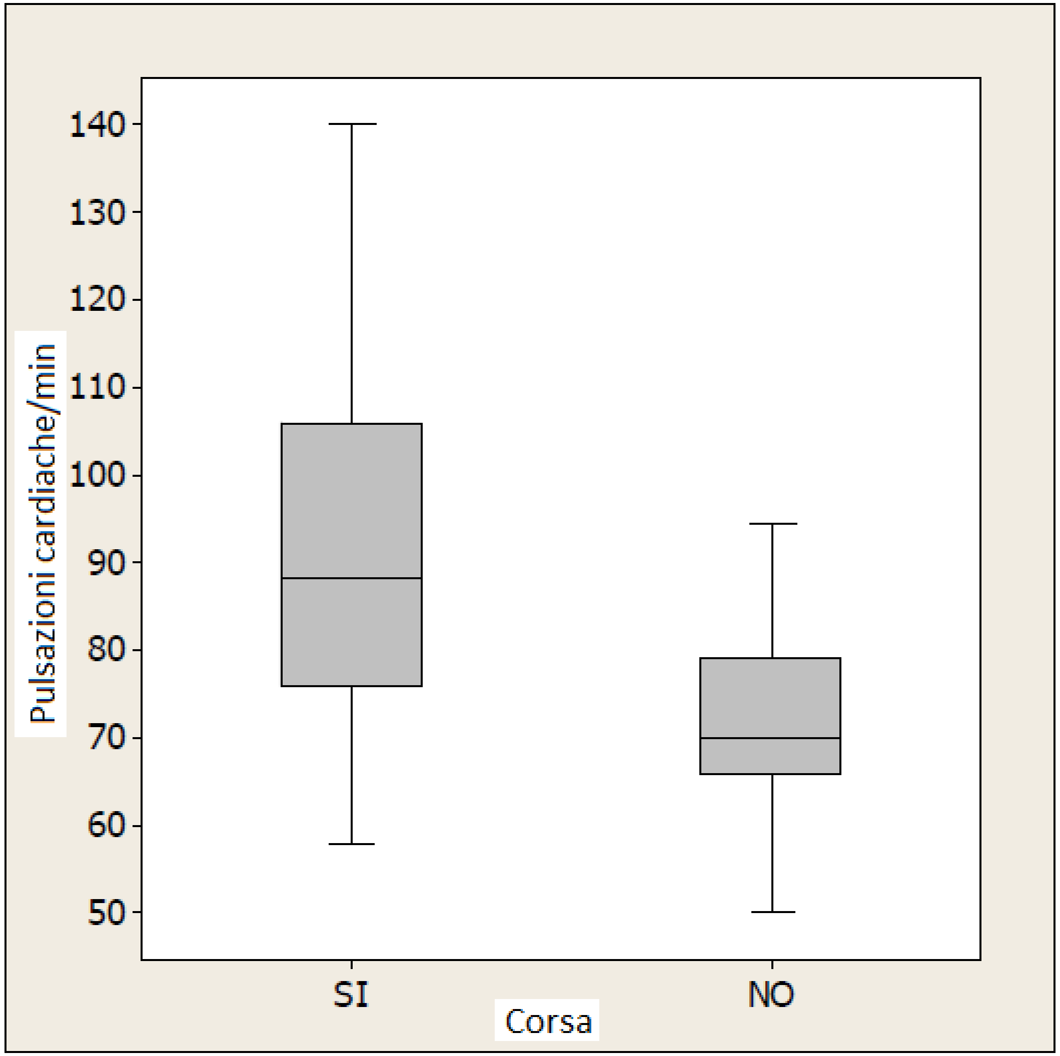
Tratt.	Media	Mediana
A	7.47	7.4
B	7.53	7.6

1) A e B sono sovrapponibili in termini di media e mediana

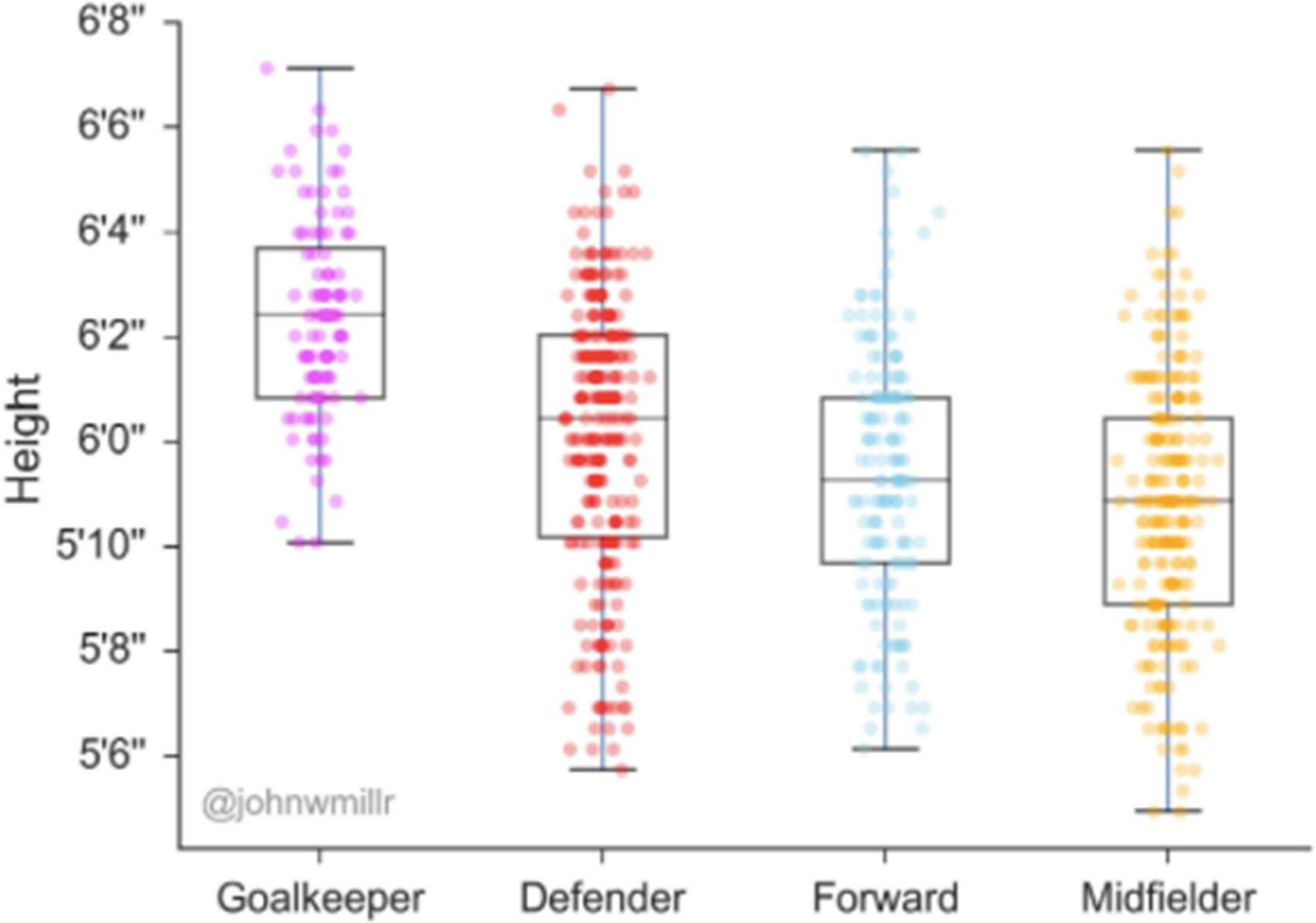


2) I dati relativi ad A sono più dispersi di quelli relativi a B

Pulsazioni cardiache e attività fisica



Distribuzioni dell'altezza per ruolo di ciascun giocatore nella Coppa del Mondo FIFA 2018



Valori di un dolcificante artificiale in bambini randomizzati a bere bevande zuccherate o no (con dolcificante artificiale)

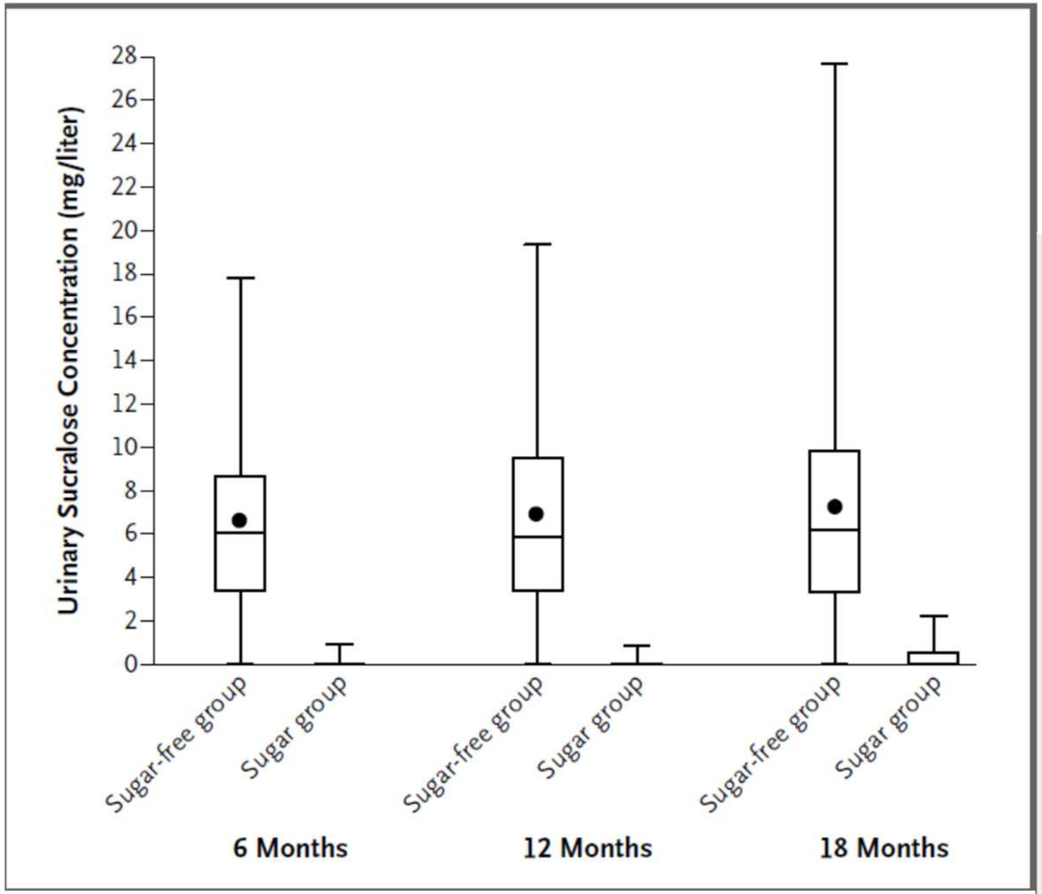


Figure 2. Urinary Sucralose Concentrations.

The sucralose concentration was determined in spot urine samples by means of liquid chromatography with mass spectrometry.[21] Samples were obtained from randomly selected children who completed the study. We assigned a value of 0.01 to samples below the detection limit of 0.02 mg per liter. The upper and lower ends of the boxes indicate the 25th and 75th quartiles, the black dots means, the horizontal lines within the boxes medians, the upper whisker the maximum value, and the lower whisker the minimum value. Values for the sugar-free group are based on samples obtained from 116 children at 6 months and from 117 children at 12 and 18 months. Mean (±SD) urinary sucralose concentrations were 6.3±3.7 mg per liter at 6 months, 6.6±4.5 mg per liter at 12 months, and 7.0±5.6 mg per liter at 18 months; sucralose was undetectable in 3% of samples at 6 months, 8% of samples at 12 months, and 10% of samples at 18 months. Values for the sugar group are based on samples obtained from 54 children at 6 months and 36 children at 12 and 18 months. Mean values were 0.04±0.13 mg per liter at 6 months, 0.03±0.14 mg per liter at 12 months, and 0.31±0.56 mg per liter at 18 months; sucralose was undetectable in 93% of samples at 6 months, 97% of samples at 12 months, and 67% of samples at 18 months. We also pooled 543 samples from participants at baseline to produce 20 pools. The mean sucralose concentration in these samples was 0.06±0.07 mg per liter.

De Ruyter et al. New England Journal of Medicine 2012

Outliers/dati anomali

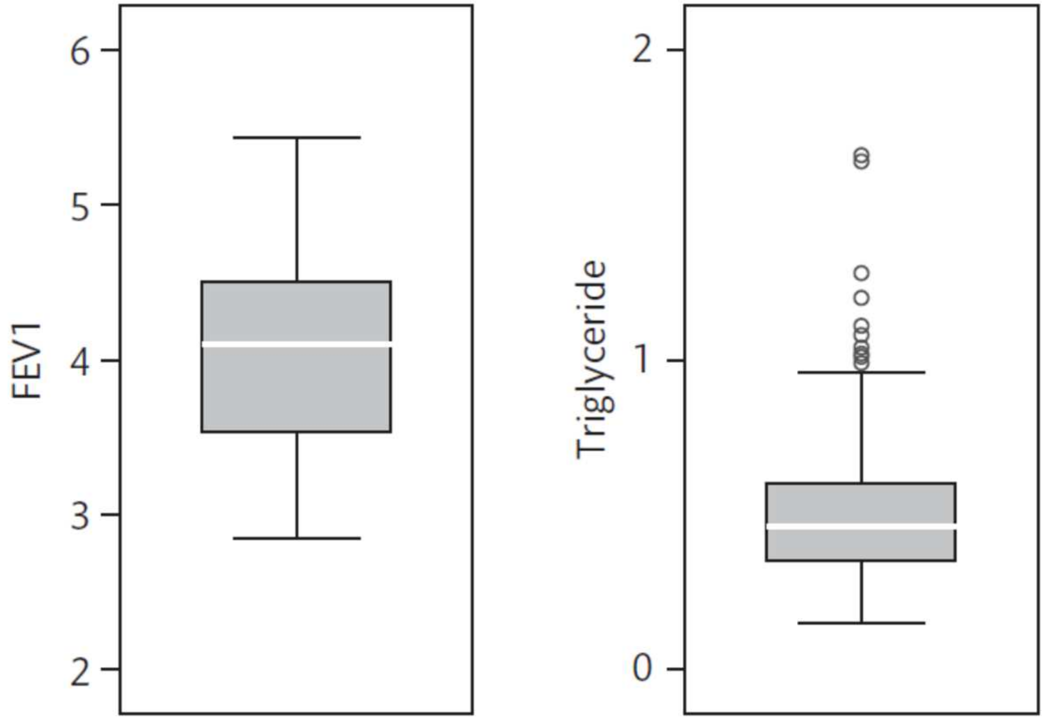
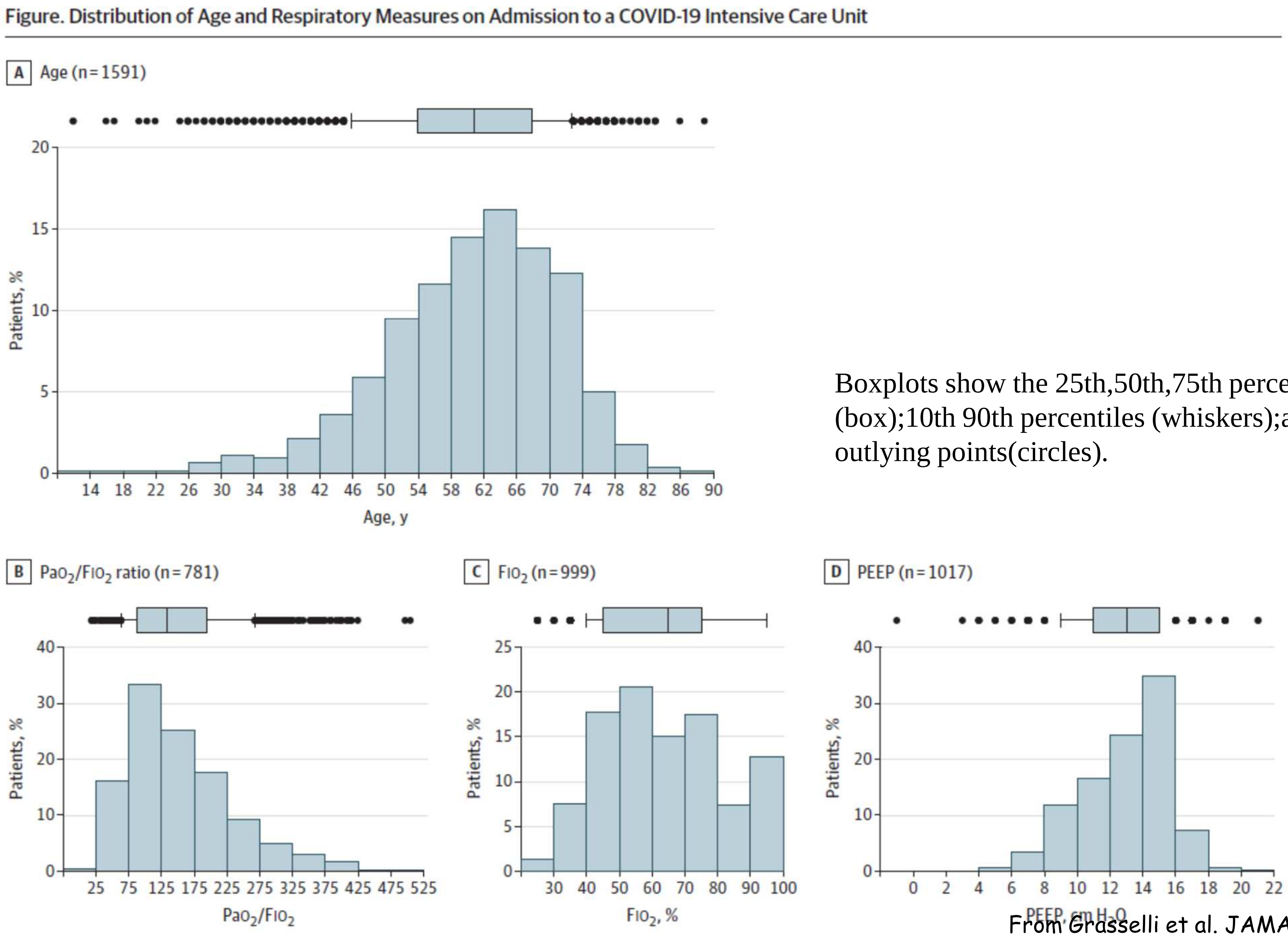


Figure 4.16 Box and whisker plots for FEV1 and for serum triglyceride (data from Physiology practical class, St George's Hospital Medical School/Tessi Hanid).

For display purposes, an observation whose distance from the edge of the box (i.e. the quartile) is more than 1.5 times the length of the box (i.e. the interquartile range) may be called an outlier.

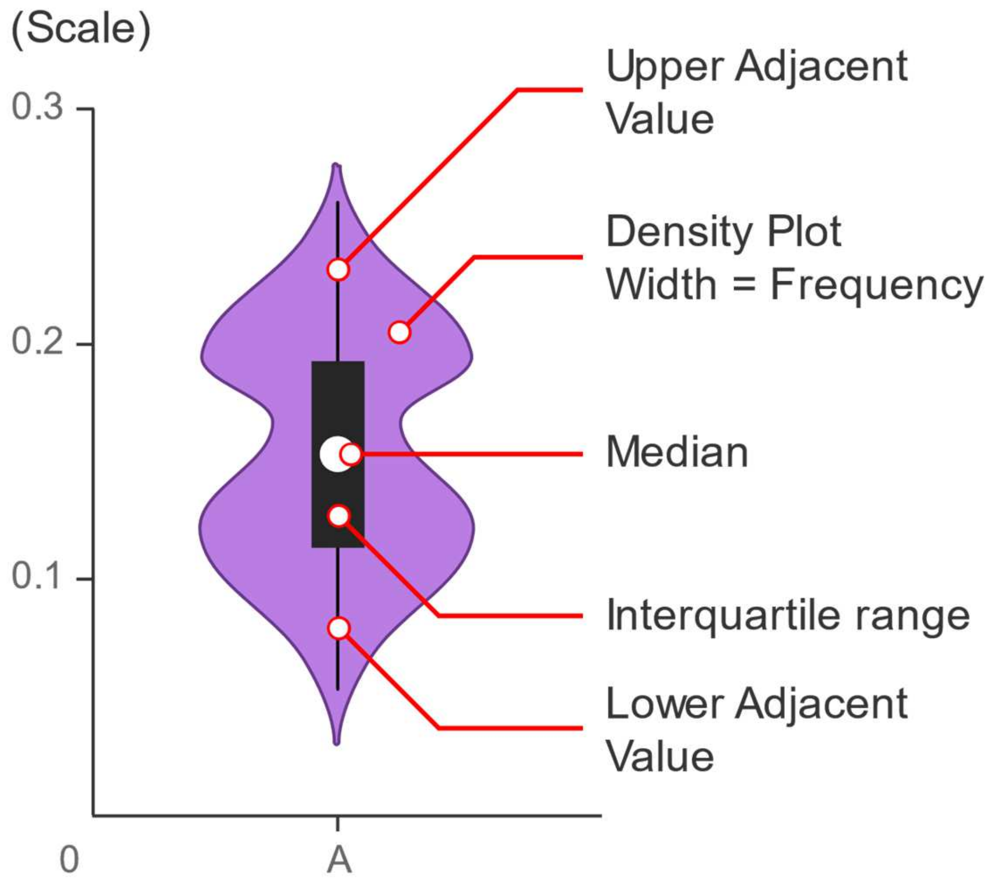
Pazienti COVID-19 in terapia intensiva



Boxplots show the 25th,50th,75th percentiles (box);10th 90th percentiles (whiskers);and outlying points(circles).

From Grasselli et al. JAMA 2020

Violin plot


(Scale)
0.3
0.2
0.1
0
A
Upper Adjacent Value
Density Plot Width = Frequency
Median
Interquartile range
Lower Adjacent Value

Moda

La **moda** è quella modalità/valore più frequente, che "va piu' di moda"

<u>moda = Lunga</u>

Tipi di gonna portate dalle donne italiane

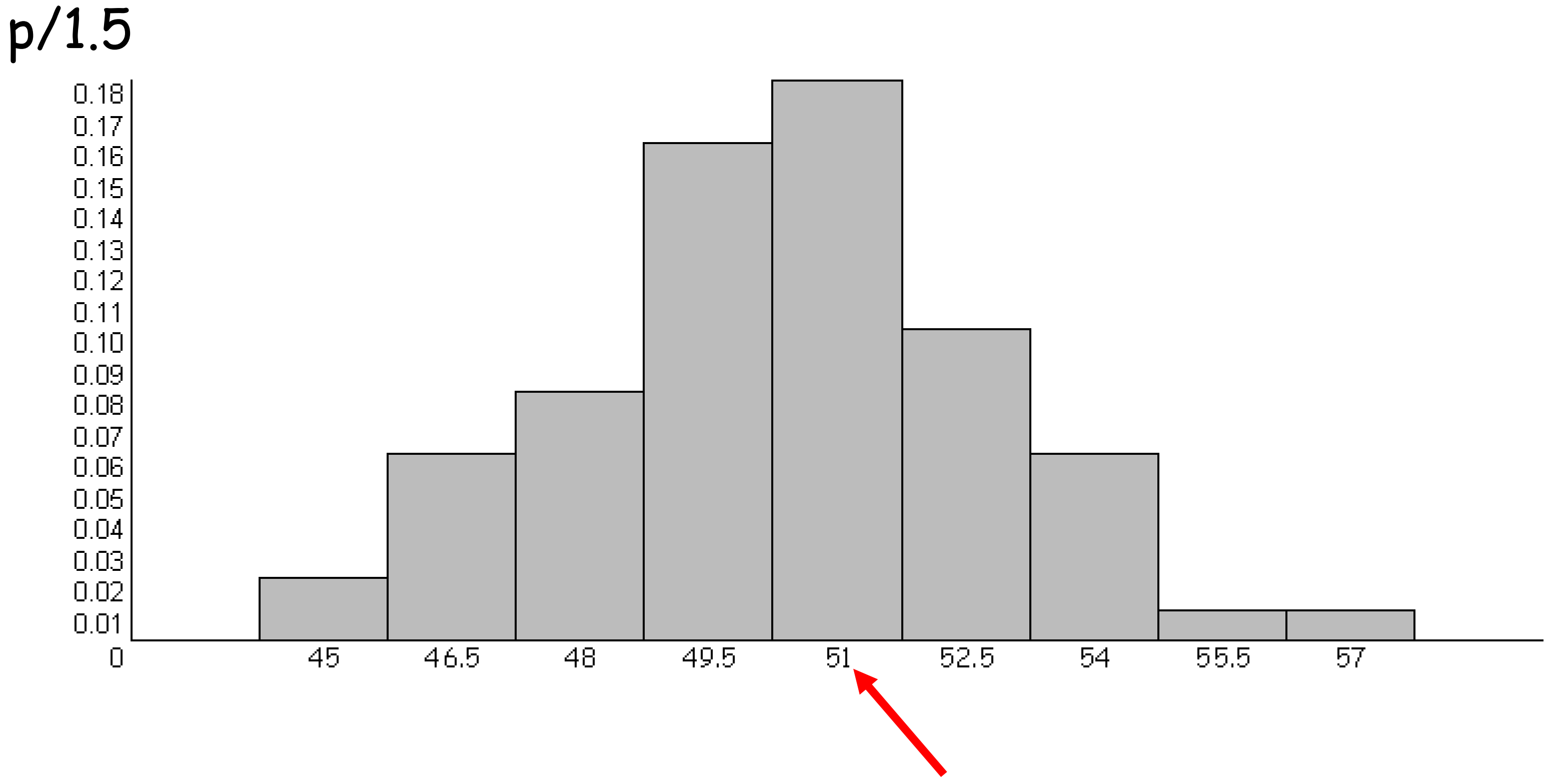
Mini	Corta	Midi	Longuette	Lunga	Tot.
120	57	70	87	230	564

<u>moda = 27</u>

Voto esami {23, 24, 25, 27, 27, 30}

Esempio: lunghezza bambini

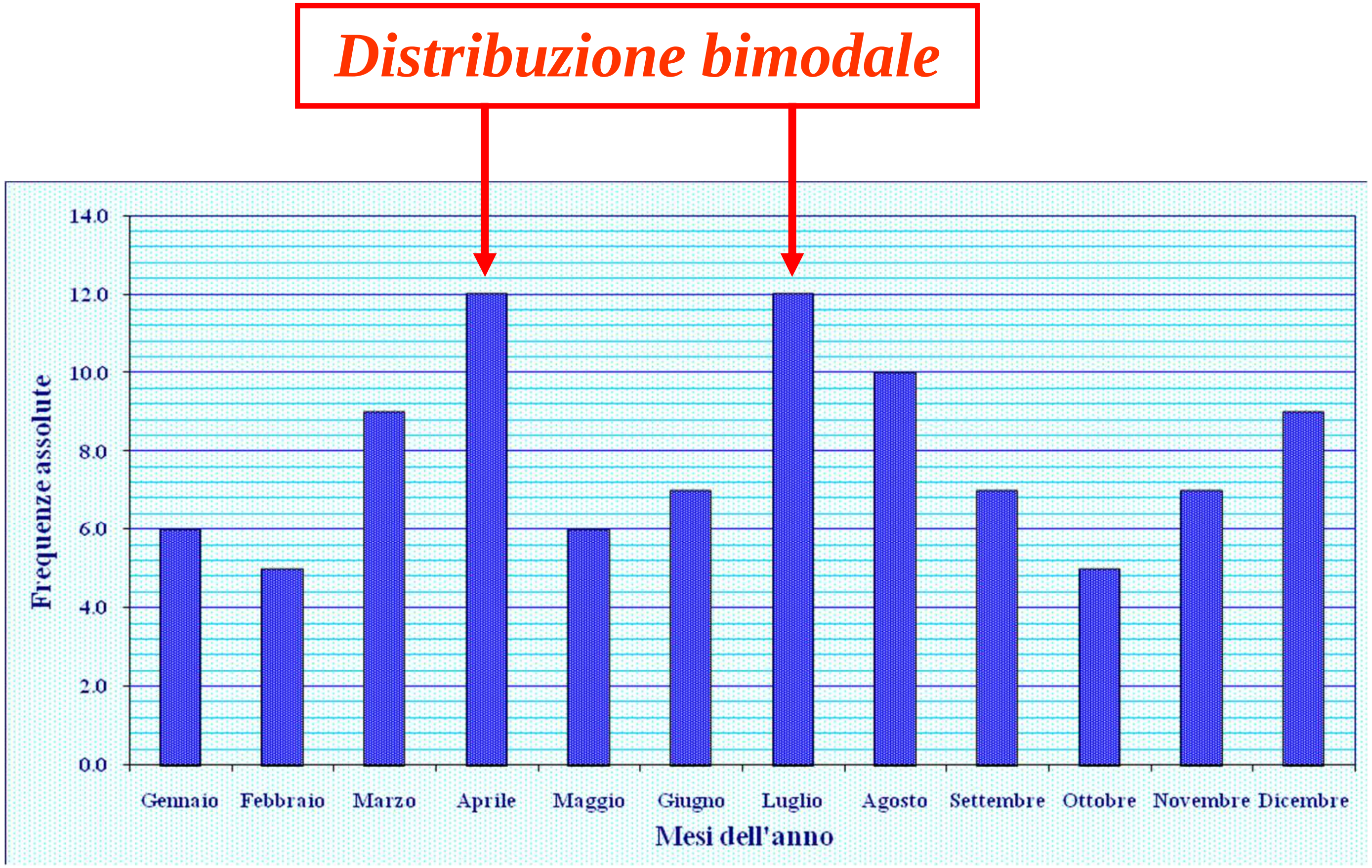
Lunghezza supina (cm) in un campione di 60 neonati.



La moda è la classe 50.25 -| 51.75 con una frequenza relativa di 26.7%

Esempio: mese di nascita

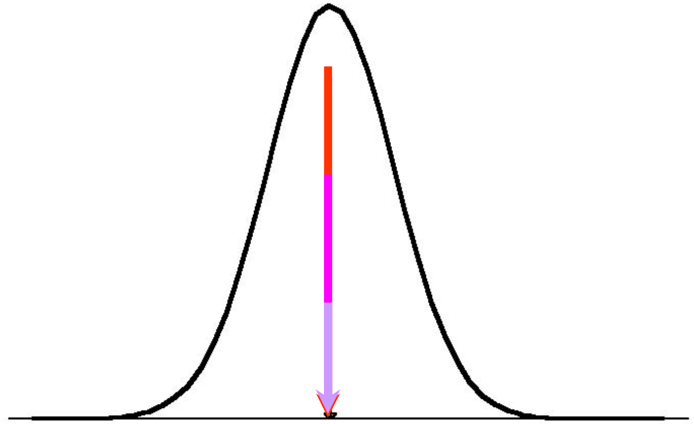
Mese di nascita

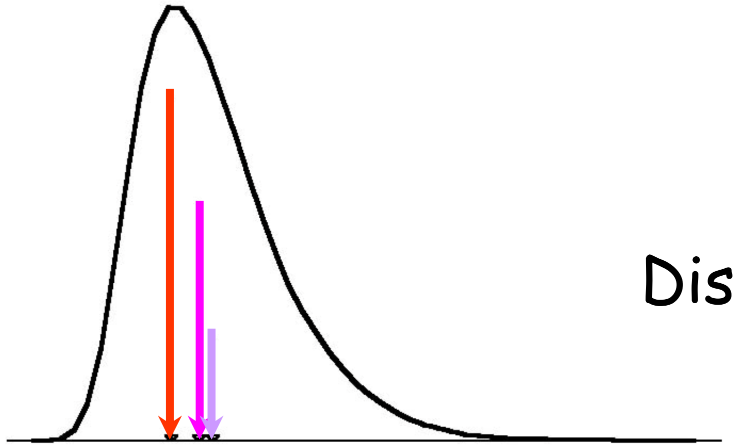


Posizione relativa di Moda, Mediana e Media

Distribuzione simmetrica

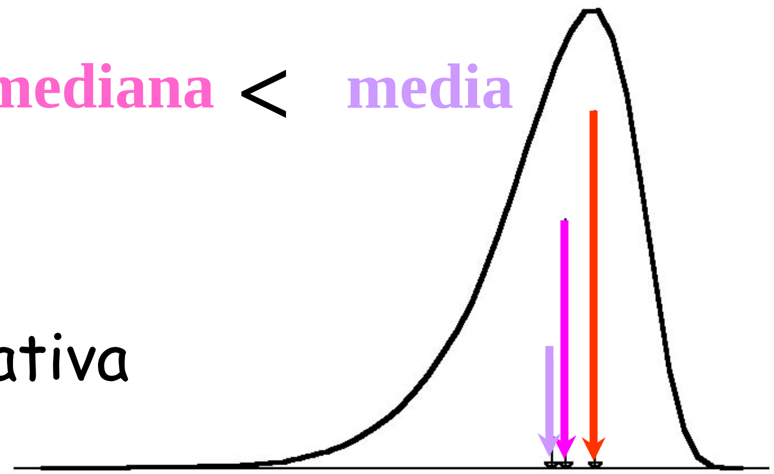
moda = mediana = media





Distribuzione con asimmetria positiva

moda < mediana < media

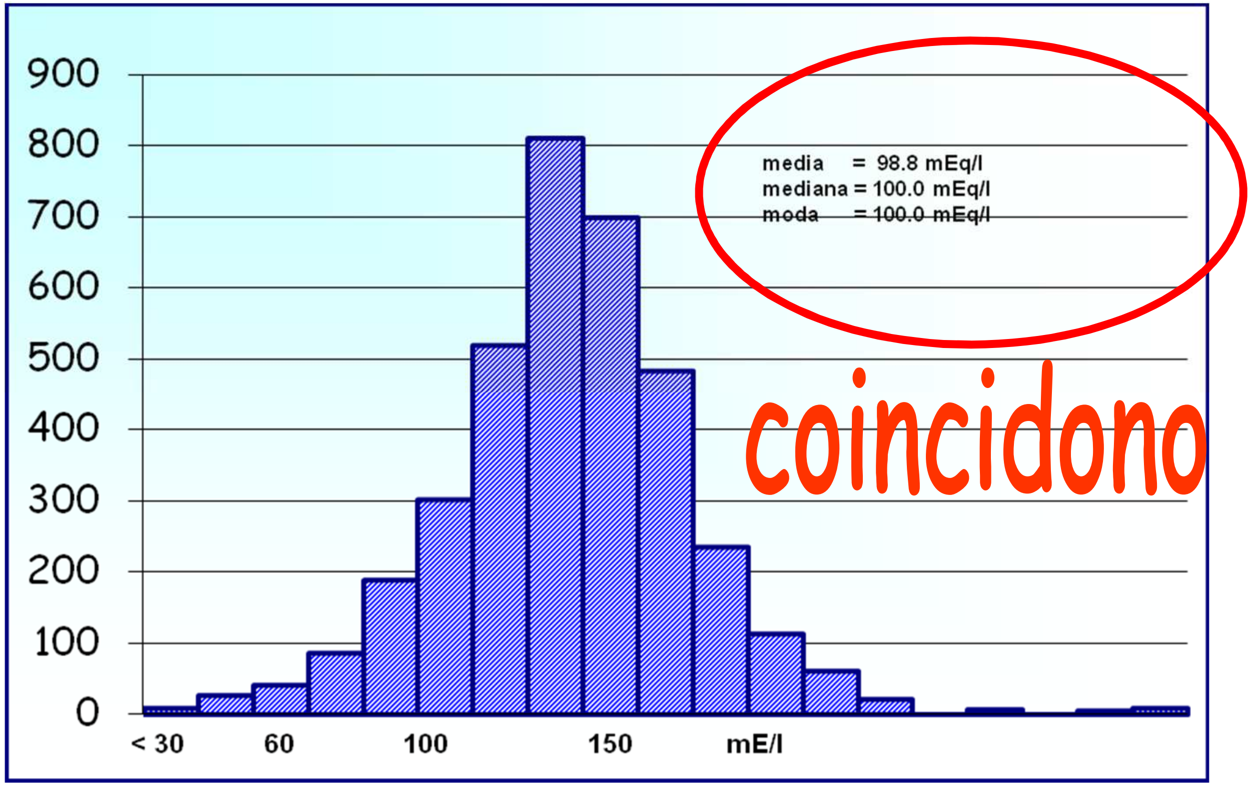


Distribuzione con asimmetria negativa

media < mediana < moda

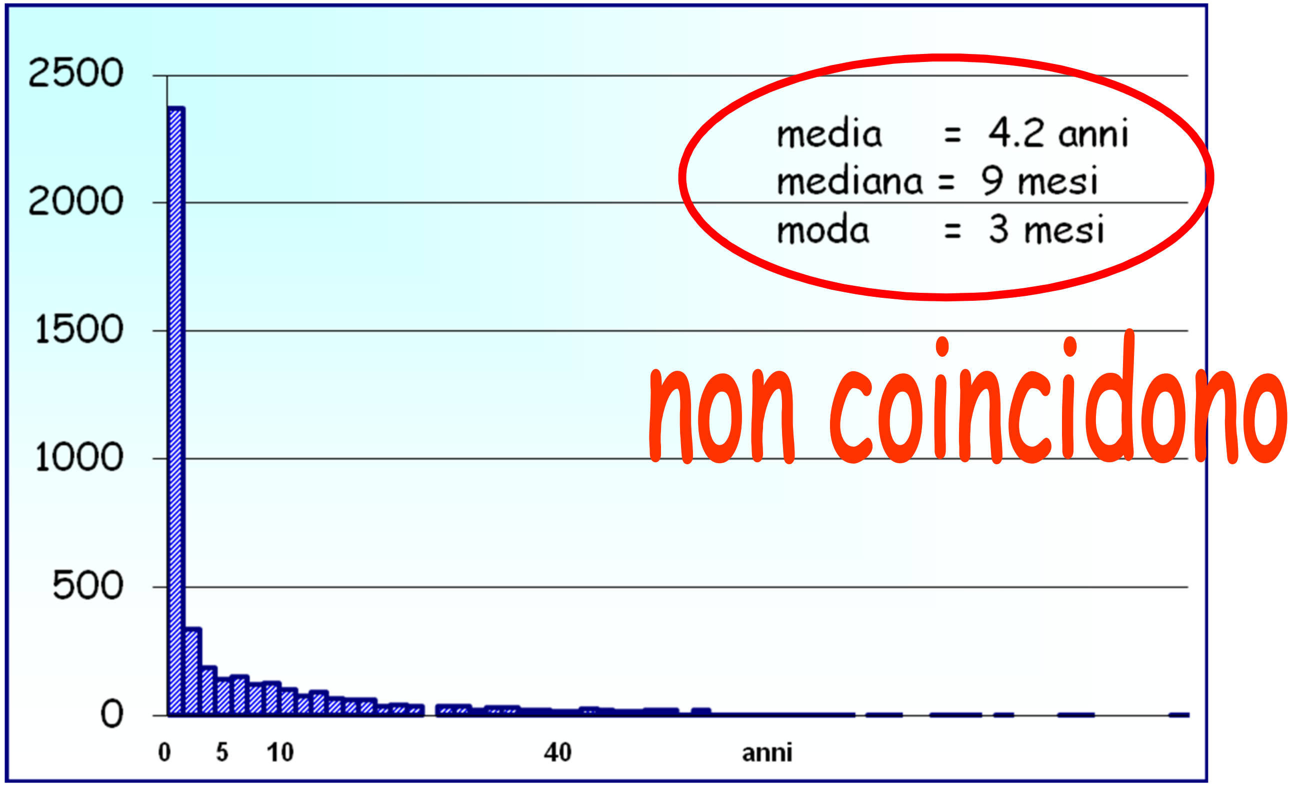
Esempio

Concentrazione di cloro nel sudore (simmetrica)



Esempio

Eta' alla diagnosi nella fibrosi cistica (asimmetria positiva)



INDICI DI POSIZIONE
Tabella riassuntiva

	Moda	Mediana	Media Aritmetica
Var. quantitativa Continua/Discreta	✓	✓	✓
Var. qualitativa Ordinale	✓	✓	
Var. qualitativa Nominale	✓		

Esercizio per lo studente

Glicemia (mg/dl) in 500 soggetti anziani
Raggruppamento in 5 classi di uguale ampiezza

Estremi di classe	valore centrale	freq. semplici		freq. cumulate	
		f	p%	F	P%
65-|75	**70**	75	*15*	75	*15*
75-|85	**80**	100	*20*	175	*35*
85-|95	**90**	150	*30*	225	*65*
95-|105	**100**	125	*25*	450	*90*
105-|115	**110**	50	*10*	500	*100*

- a) Calcolare la media e la varianza
- b) Identificare la classe modale
- c) Utilizzando l'Ogiva di Galton individuare la mediana

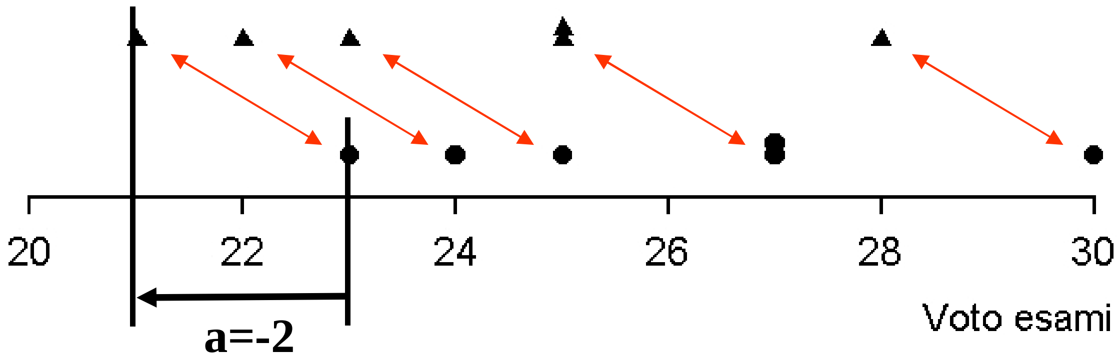
Proprietà algebriche di media e varianza (1)

Spostamento dell'origine $x_i \rightarrow x_i + a$

la media di aumenta di *a*

la deviazione standard non cambia

(ogni valore conserva la medesima distanza dalla media)



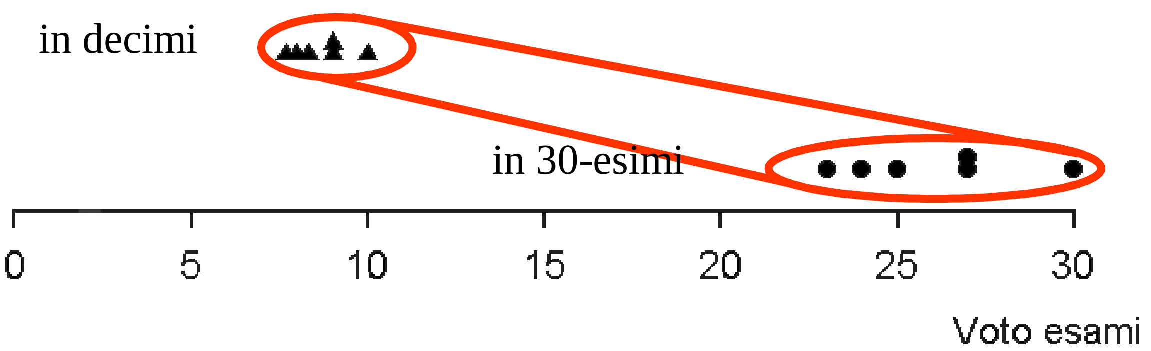
Proprietà algebriche di media e varianza (2)

Cambiamento di scala $\quad x_i \rightarrow x_i \cdot a$

la media viene moltiplicata per *a*

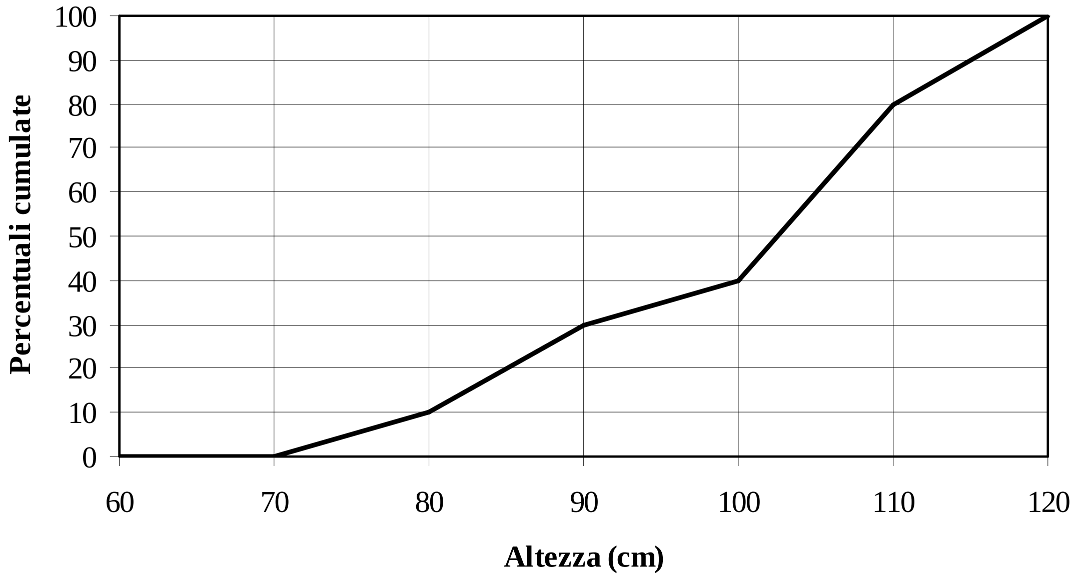
la deviazione standard viene moltiplicata per *a*

(la distribuzione si allunga/restringe proporzionalmente ad ***a***)



Esercizio

La distribuzione delle frequenze percentuali cumulate dell'altezza (cm), misurata su un campione di 200 bambini che frequentano le scuole dell'infanzia del distretto milanese, è rappresentata dalla seguente figura. Sull'asse orizzontale sono riportate le 5 classi di altezza in cui sono stati raggruppati i dati:



Si determini sui dati di questo campione:

a) la classe modale;

b) la media;

c) la varianza;

d) si riportino i valori dei quartili della distribuzione osservata, ricavandoli dal grafico

e) si calcoli il coefficiente di variazione (CV)

Esercizio

Usare i pesi delle matricole di settembre per costruire una tabella di frequenza. Iniziare con 50 kg come limite inferiore della classe e usare una ampiezza di 10 kg: [50-60),….

52	69	72	78
56	69	72	78
62	69	73	81
63	69	75	88
64	69	75	92
66	70	75	94
66	70	76	96
67	72	78	97

1. Costruire un istogramma
2. Calcolare le frequenze relative cumulate
3. Disegnare una Ogiva di Galton (distribuzione di frequenza cumulata)
4. Trovare la media e la deviazione standard partendo dalla distribuzione di frequenza
5. Trovare la classe mediana e la classe modale