MISURE ANALITICHE

MISURE ANALITICHE

Il risultato di un'**operazione** di **misura** è un **numero reale** (x), detto **misura analitica** che esprime il **valore vero** (θ).

θ (valore vero)

Procedimento analitico

X (misura)

a) livello VERO di un indicatore biologico

b) livello VERO di pressione

c) altezza VERA

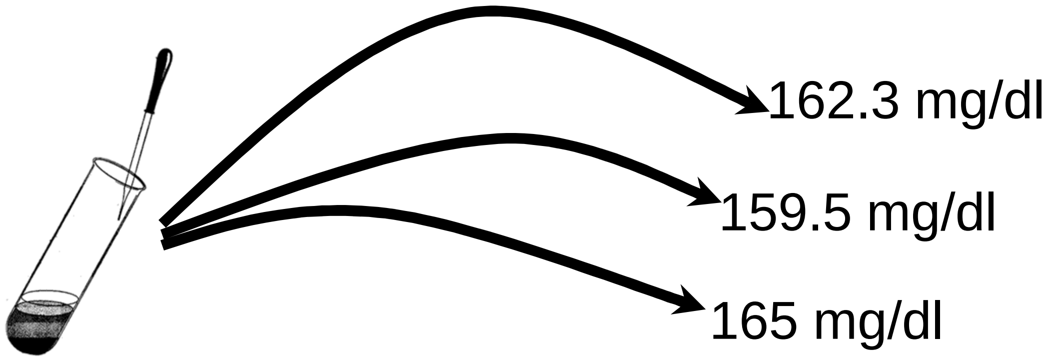
a) livello OSSERVATO di un indicatore biologico

b) livello OSSERVATO di pressione

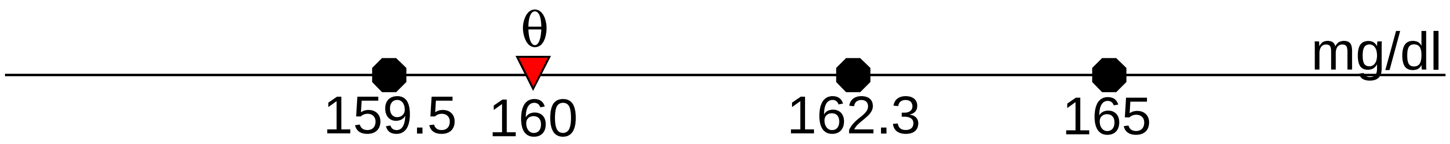
c) altezza OSSERVATA

In generale, θ non è noto. Noi faremo invece riferimento a situazioni in cui si conosce il valore di θ.

L’esperienza indica che se si eseguono più misurazioni di una stessa quantità: i **valori misurati** sono in genere diversi dal **vero valore** della quantità oggetto di misura.



Valutazione della glicemia nel sangue: θ = 160 mg/dl



ERRORE TOTALE

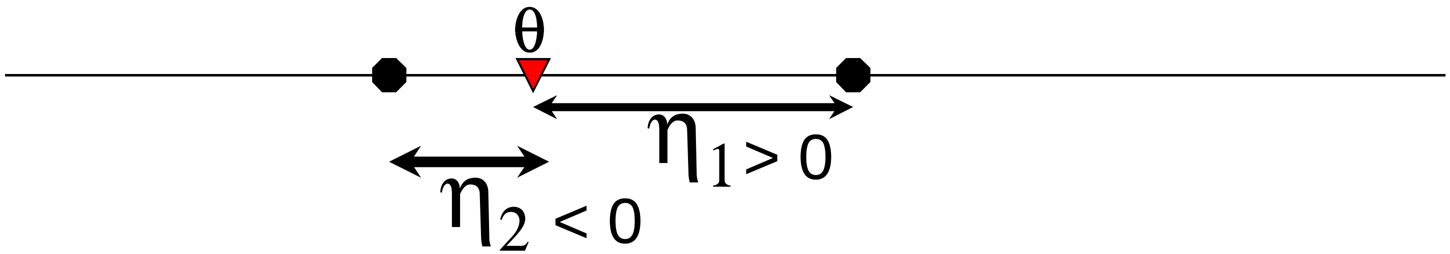
La differenza tra il **valore misurato** (x) e quello **vero** (θ) è detta **errore totale** (η).

Errore totale

Singola misura

Valore reale

$$\eta = x - \theta$$



Una misura affetta da **errore totale (η)** di lieve entità ha elevata **attendibilità**

MISURE ED ERRORI DI MISURA

La misurazione **non** consente di determinare con certezza il **vero valore** della quantità misurata, ma produce **stime**, o **misure** il cui grado di approssimazione al vero valore (**attendibilità**) dipende:

1) dal procedimento analitico;

2) da come è stato eseguito.

NATURA DEGLI ERRORI DI MISURA

<u>Classificazione degli errori</u>

- **Grossolani**
- **Sistematici**
- **Casuali**

Errore grossolano

ERRORI GROSSOLANI

Vengono commessi in seguito ad un'<u>inappropriata applicazione</u> del metodo analitico.

Ad esempio, misurare la pressione arteriosa dopo uno sforzo fisico.

Gli errori grossolani si prevengono con un'accorta organizzazione del processo di misurazione.

ERRORI SISTEMATICI

Si manifestano nella tendenza <u>deterministica</u> di un dato metodo a **sovrastimare/ sottostimare** il vero valore θ.

Gli errori sistematici hanno cause ben determinate, inerenti:

- **il metodo**

  ***esempio*:** misurazione della pressione arteriosa con il braccio alzato/abbassato

- **le condizioni di esecuzione** del procedimento analitico

  ***esempio*:** sfigmomanometro mal calibrato

Consideriamo tutte le infinite misure che si potrebbero ottenere misurando θ con una certa procedura e valutiamo

quanto la loro media μ differisce dal valore θ

Errore sistematico

Media vera

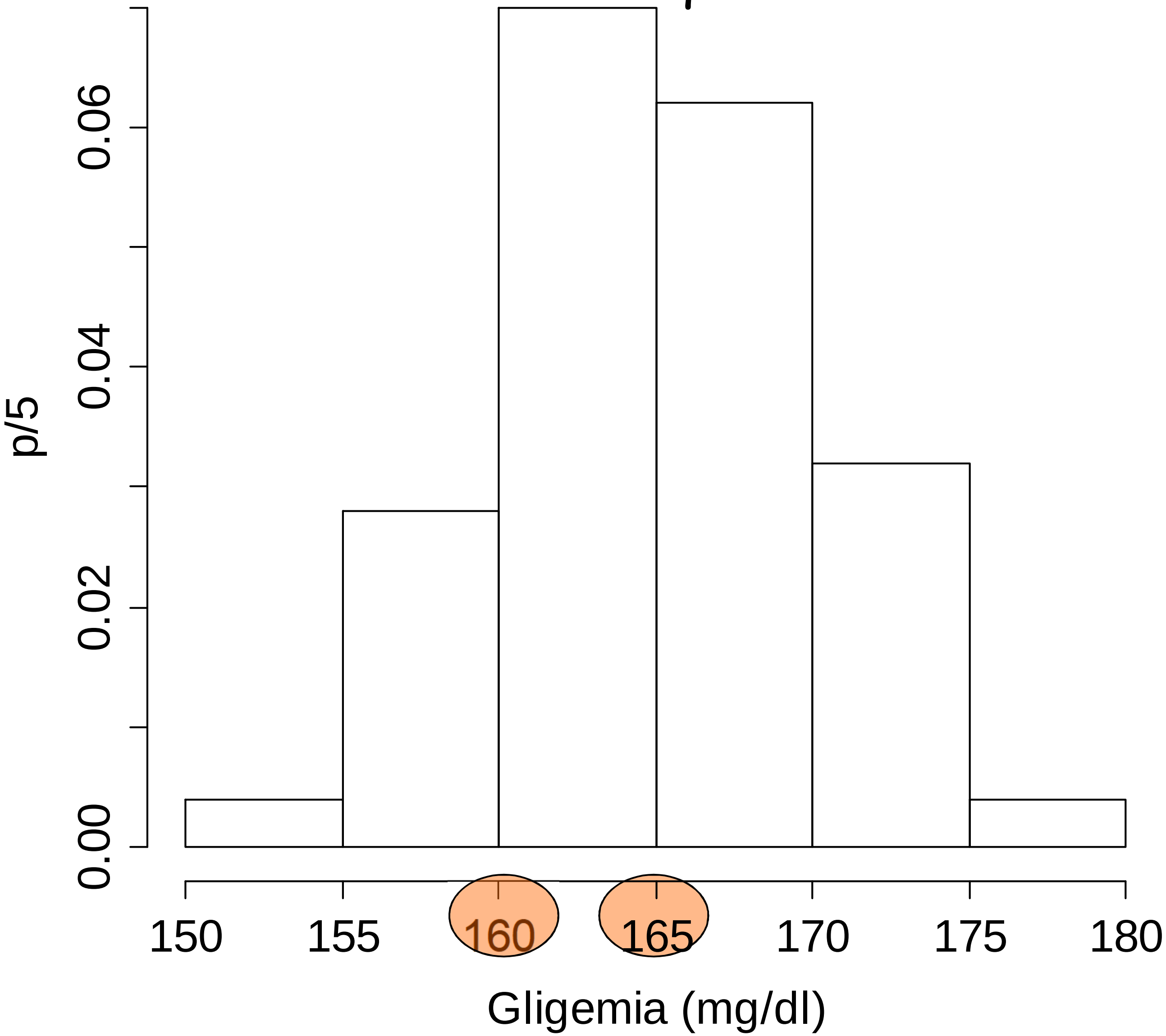
Valore vero

$$\delta = \mu - \theta$$

Una misura è tanto più **accurata** quanto minore è l'entità dell'**errore sistematico (δ)** da cui è affetta.

In un laboratorio: misuro 100 volte la glicemia in uno stesso campione con concentrazione 160 mg/dl.

Se avessi ottenuto questi valori ?



I valori si concentrano attorno ad un valore diverso dal vero valore di concentrazione!

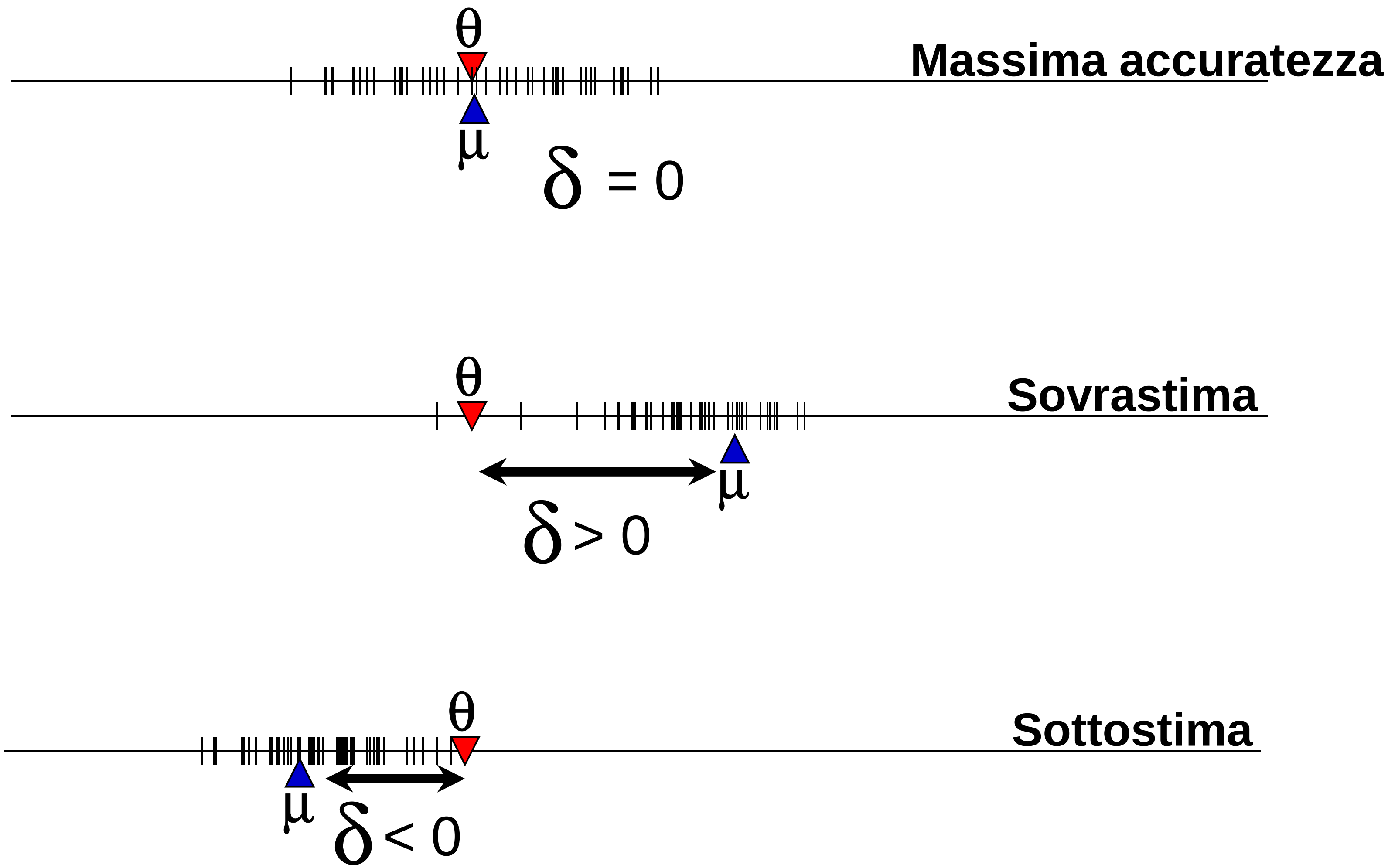
Che valore di concentrazione ottengo mediamente?

165 mg/dl

L'operazione di misura tende a sovrastimare il valore di glicemia di 5 mg/dl!

La tendenza a sovra/sotto stimare il valore vero è detta **errore sistematico.**

In teoria: supponiamo di aver realizzato una serie infinita di misurazioni:



ERRORI CASUALI

Misurazioni dello stesso valore θ, ripetute con il medesimo procedimento analitico e in condizioni il più possibile simili, portano spesso a misure differenti.

La somma di tutte le **piccole e imprevedibili** variazioni nell'esecuzione delle varie operazioni analitiche fa sì che le **misure fluttuino attorno a un valore μ,** che si discosta più o meno dal valore θ a seconda dell'errore sistematico.

Le **fluttuazioni** delle misurazioni (x) attorno a μ sono dette **errori casuali (ε)**.

Errore casuale

Singola misura

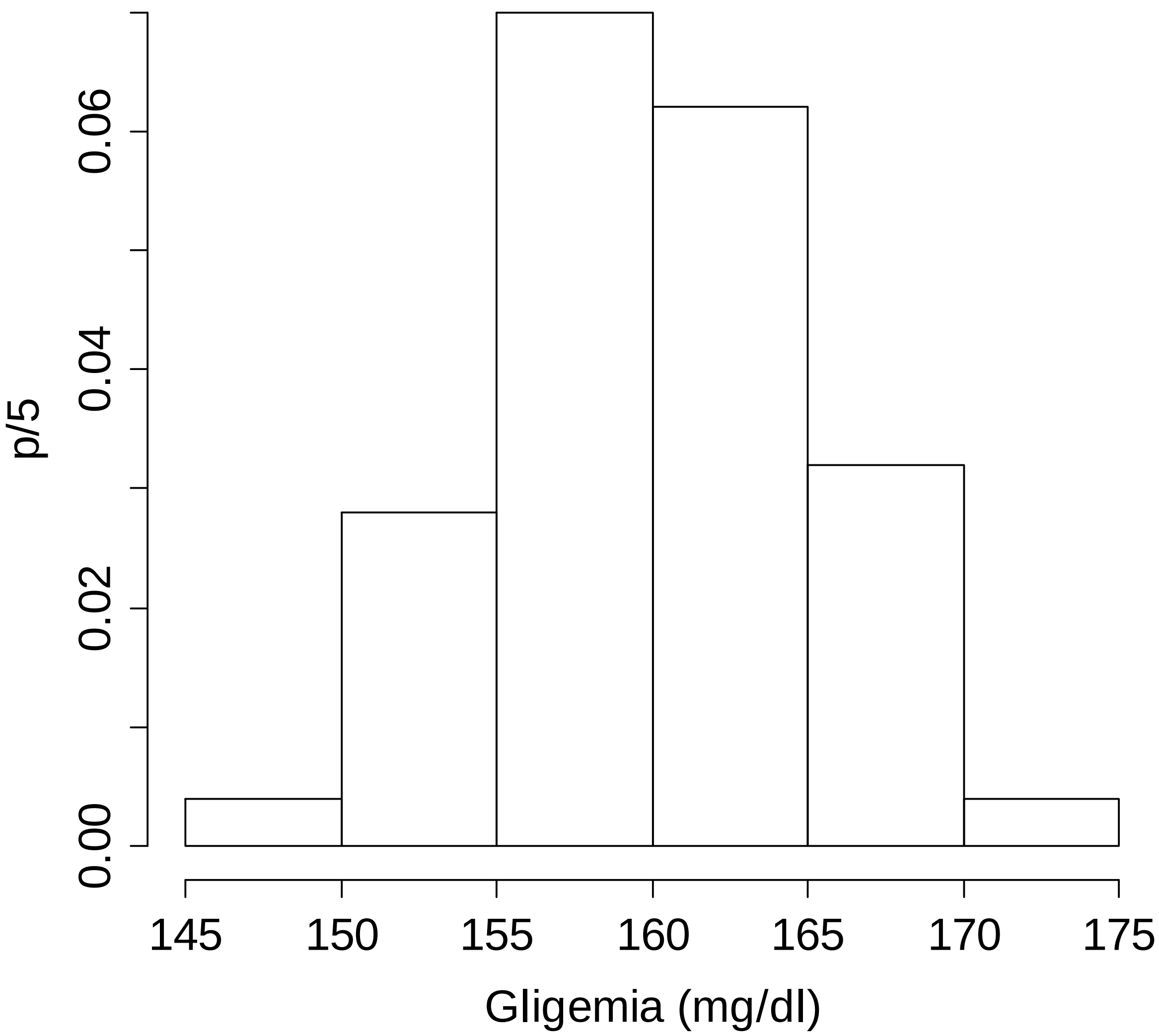
Media vera

$$\varepsilon = x - \mu$$

Una misura è tanto più **precisa** quanto minore è l’entità dell’errore casuale (ε) da cui è affetta.

In un laboratorio: misuro 100 volte la glicemia in uno stesso campione con concentrazione 160 mg/dl.

Se avessi ottenuto questi valori ?



I valori ottenuti fluttuano attorno al valore vero di 160 mg/dl,

MA sono diversi tra di loro (pur essendo misurazioni di una stessa quantità)!

Le **fluttuazioni** delle misurazioni sono dette ***errori casuali***.

Quanto sono diversi tra loro questi valori?

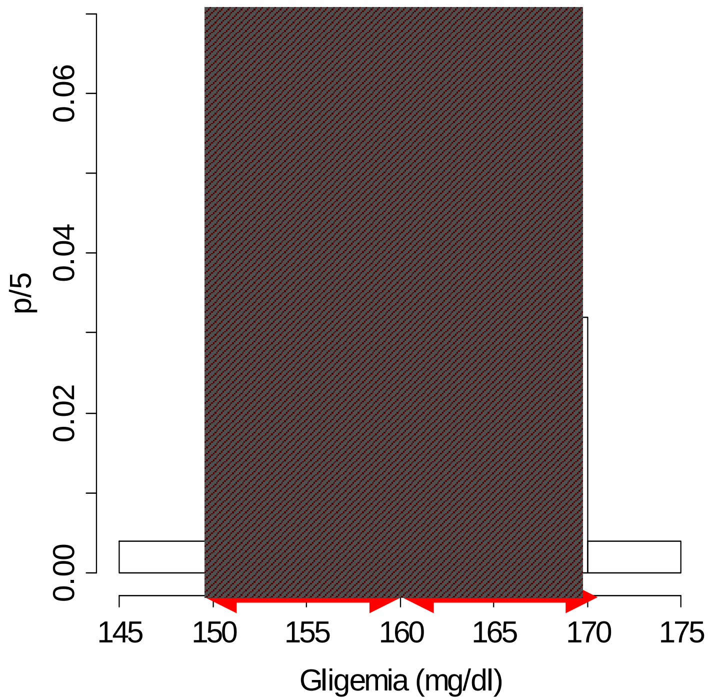
Come posso quantificare l'errore casuale?

classi	f	${}_c x$	${}_c x \cdot f$	$({}_c x - \bar{x})^2 \cdot f$
(145,150]	2	147.5	295.0	315.0
(150,155]	14	152.5	2135.0	798.0
(155,160]	35	157.5	5512.5	227.6
(160,165]	31	162.5	5037.5	186.1
(165,170]	16	167.5	2680.0	888.0
(170,175]	2	172.5	345.0	310.0
Totale	100		16005.0	2724.7

$$\bar{x} = \frac{16005}{100} = 160.05 \ \text{mg/dl}$$

$$s = \sqrt{\frac{2724.7}{100-1}} = 5.25 \ \text{mg/dl}$$

Quanto sono diversi tra loro questi valori?



s = 5.25 mg/dl

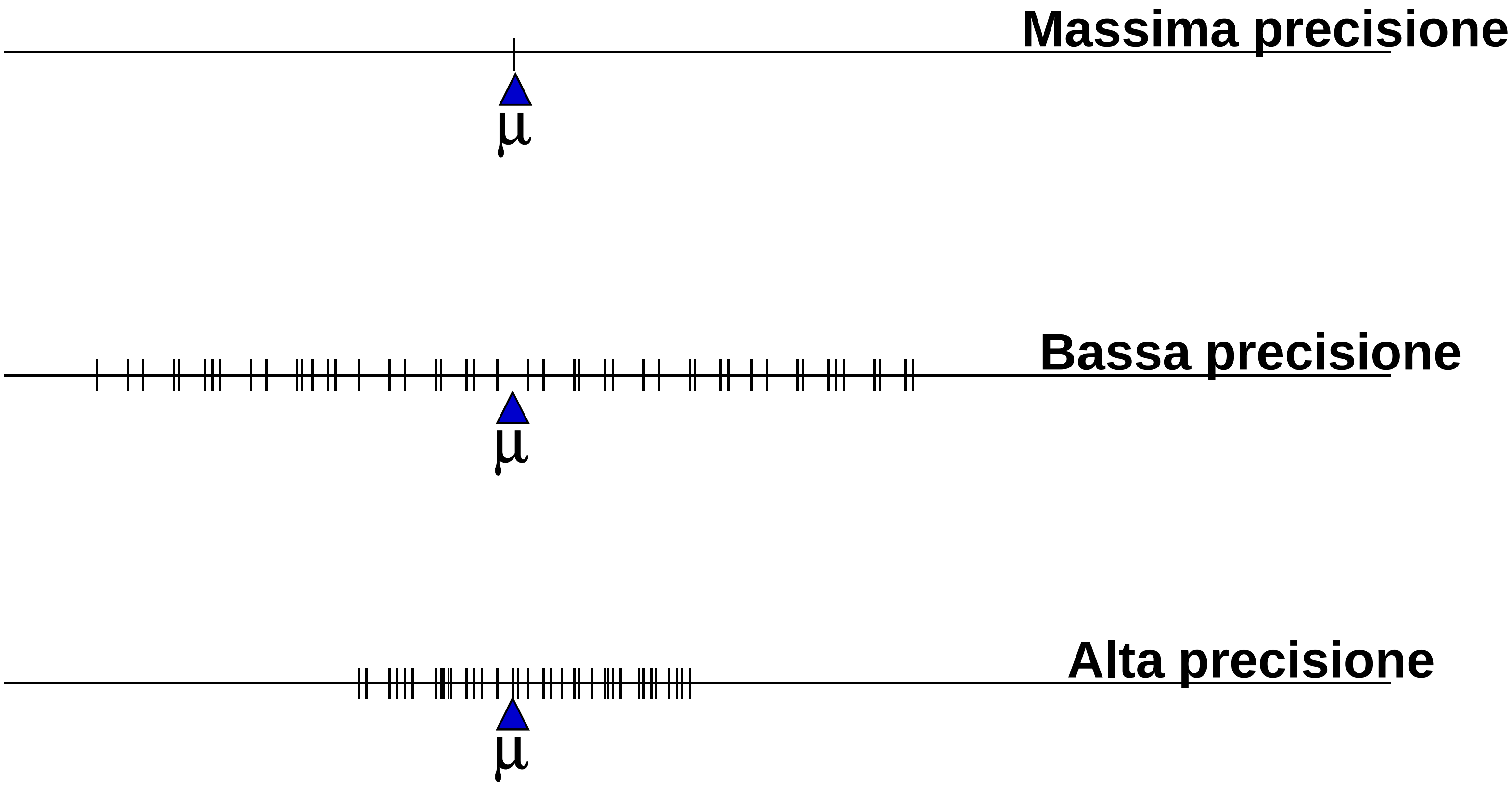
Il 95% delle misurazioni cadono tra 150 e 170 mg/dl!

Il 68% delle volte mi aspetto di ottenere una misura che non differisce dal valore vero di più di 5.25 mg/dl

Il 95% delle volte mi aspetto di ottenere una misura che non differisce dal valore vero di più di 10 mg/dl

Il 99% delle volte mi aspetto di ottenere una misura che non differisce dal valore vero di più di 15 mg/dl

In teoria: supponiamo di aver realizzato una serie infinita di misurazioni:



IN CONCLUSIONE

L'**errore totale (η)** di una misura <u>esente da errori grossolani</u> può essere espresso come **somma** di

componente **sistematica (δ)** componente **casuale (ε)**

errore totale		**errore sistematico**		**errore casuale**
(x-θ)	**=**	(μ **-** θ)	**+**	**(x-μ)**
η	**=**	δ	**+**	ε
attendibilità		**accuratezza**		**precisione**

ACCURATEZZA

Concordanza fra le misurazioni e il valore vero

Stima dell'inaccuratezza ➡ differenza della media campionaria dal valore vero

PRECISIONE

Concordanza delle misurazioni fra loro

Stima dell'imprecisione ➡ deviazione standard campionaria

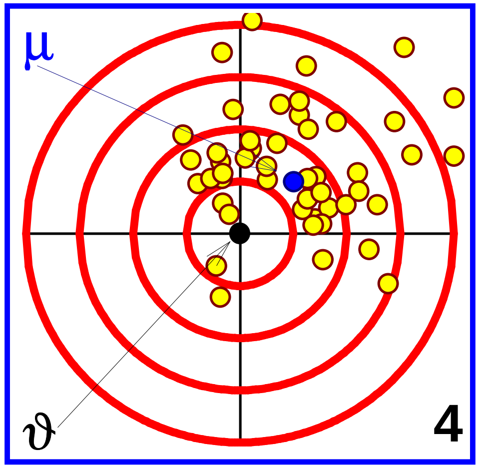
ESEMPI

Quattro giocatori di freccette si sfidano in una competizione che prevede 50 lanci a testa.

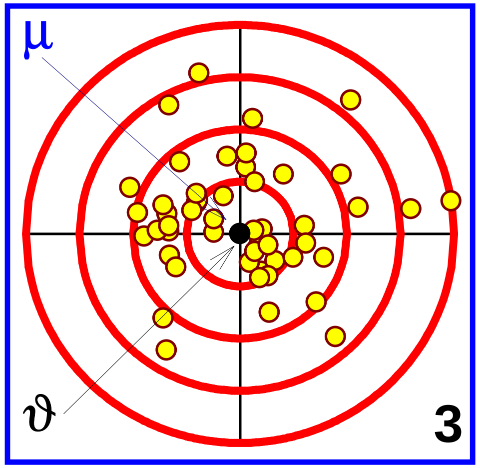
Sapreste riconoscere il giocatore:

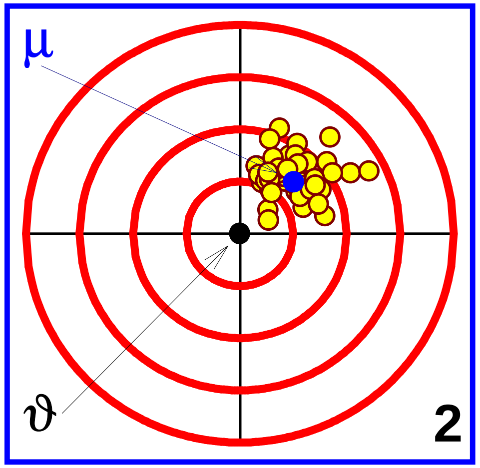
1) preciso ed accurato
2) preciso ed inaccurato
3) impreciso ed accurato
4) impreciso ed inaccurato

4 - impreciso ed inaccurato

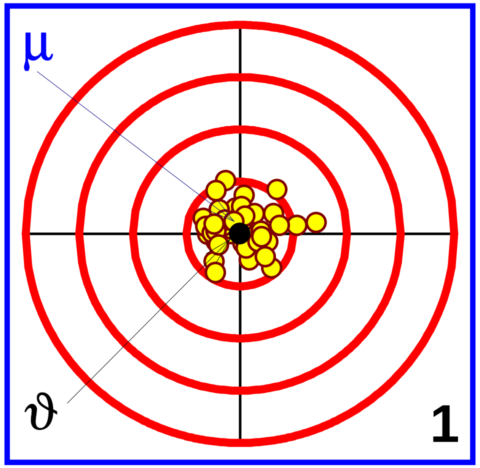


3 - impreciso ed accurato





2 - preciso ed inaccurato



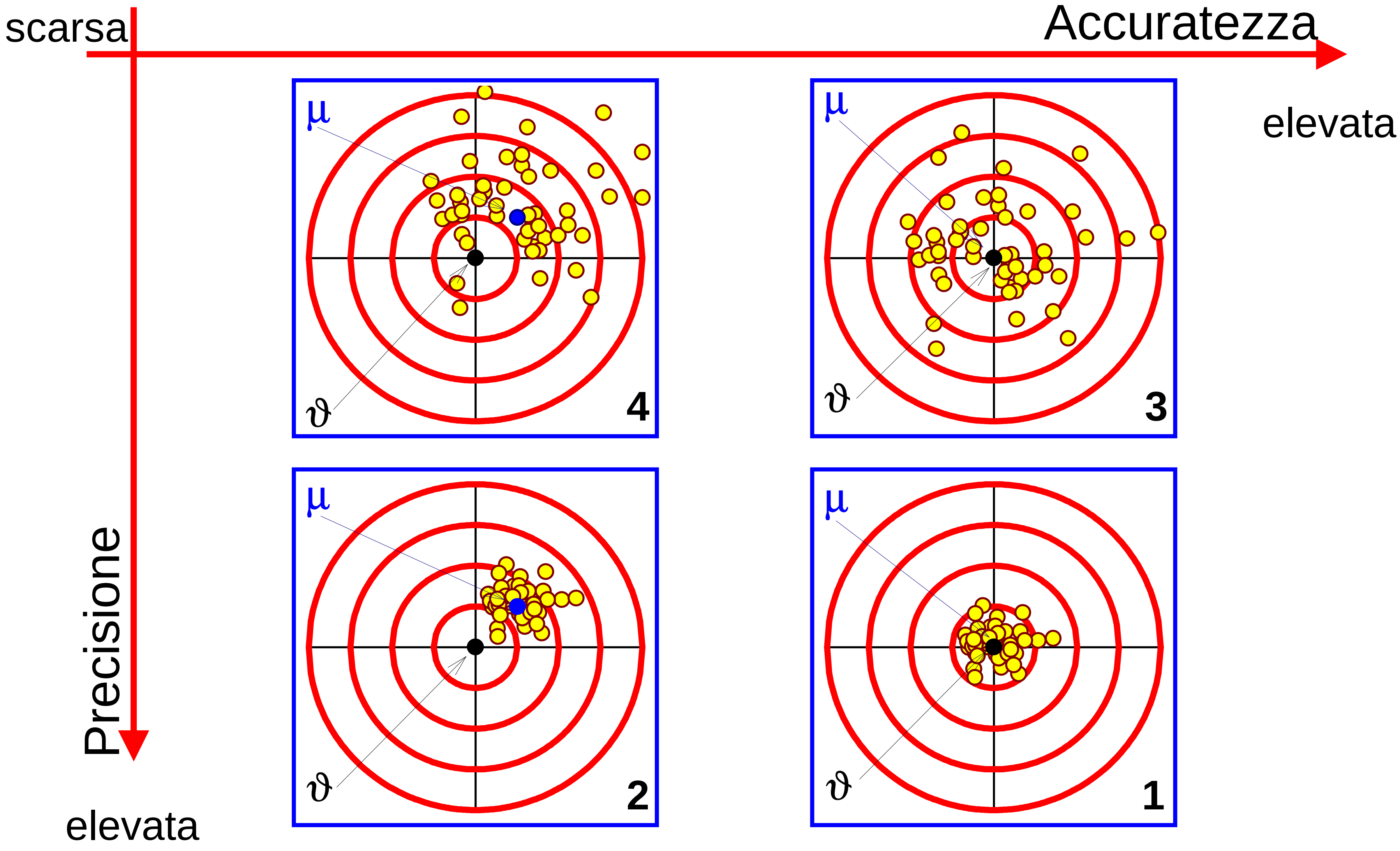
1 - preciso ed accurato

4 - impreciso ed inaccurato

3 - impreciso ed accurato

2 - preciso ed inaccurato

1 - preciso ed accurato



STIMA DI PRECISIONE E ACCURATEZZA

Date n misure di $\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ ottenute con un certo metodo:

Stima inaccuratezza ➡ **differenza tra il valore vero e la media campionaria ($\bar{x}$)**

Stima di imprecisione ➡ **deviazione standard campionaria (s)**

<u>Esempio</u>: si supponga di aver titolato 9 volte una soluzione di glucosio ($\theta = 90$ mg/dl)

$\{94, 90, 93, 86, 96, 98, 88, 90, 93\}$

Hp: $\begin{cases} \theta = 90 \text{ mg/dl} \\ \underbrace{\{94, 90, 93, 86, 96, 98, 88, 90, 93\}}_{n = 9} \end{cases}$

- **stima dell'inaccuratezza**

$$\bar{x} = \left(\frac{94 + 90 + \ \dots \ + 93}{9} \right) = \frac{928}{9} = 92 \, {}^{mg}\!/_{dl}$$

$$\bar{d} = \bar{x} - \theta = 92 - 90 = 2 \, {}^{mg}\!/_{dl}$$

$$\bar{d}\% = \frac{\bar{d}}{\theta} \cdot 100 = \frac{2}{90} \cdot 100 = 2,22\%$$

Hp:

$$\begin{cases} \theta = 90 \text{ mg/dl} \\ \underbrace{\{94, 90, 93, 86, 96, 98, 88, 90, 93\}}_{n = 9} \end{cases}$$

• **stima dell'imprecisione**

$$D = (94\text{-}92)^2 + (90\text{-}92)^2 + \ldots + (93\text{-}92)^2 = 118 \frac{mg^2}{dl^2}$$

$$s^2 = \frac{118}{(9-1)} = 14,75 \frac{mg^2}{dl^2} \qquad s = \sqrt{14,75} = 3,841 \, {}^{mg}\!/\!_{dl}$$

$$CV\% = \frac{s}{\theta} \cdot 100 = \frac{3,841}{90} \cdot 100 = 4,27\%$$