Monza **Facoltà di Medicina e Chirurgia – Bicocca**

Cognome ________________________ **Nome** __________________________ **N° matricola** ___________

N.B. di tutti i risultati deve essere documentato, in pochi passaggi, il procedimento: per le domande a scelta multipla, barrare la risposta (una e una sola) che si ritiene corretta.

<u>Esercizio 1</u>

Data la seguente tabella a doppia entrata relativa al reddito mensile in milioni di lire (X) e dal numero di weekend dedicati a viaggiare (Y) in un mese:

		Y			totale			
		0-1	**2-3**	**4**	$f(x)$	$x_c f(x)$	$(x_c - \bar{x})^2 f(x)$	P(x)
X	**(0-1.5]**	20	15	3	38	28.5	57.31	0.33
	(1.5-2.5]	13	21	6	40	80	0.02	0.68
	(2.5-4.0]	18	10	8	36	117	58.24	1.00
somma					114	225.5	115.57	

calcolare:

a) la media e la varianza del reddito mensile; R: **1.98 e 1.02**

$$\bar{x} = \frac{\sum x_c f(x)}{n} = \frac{225.5}{114} = 1.9781$$

$$s^2 = \frac{\sum (x_c - \bar{x})^2 f(x)}{n-1} = \frac{115.57}{113} = 1.0227$$

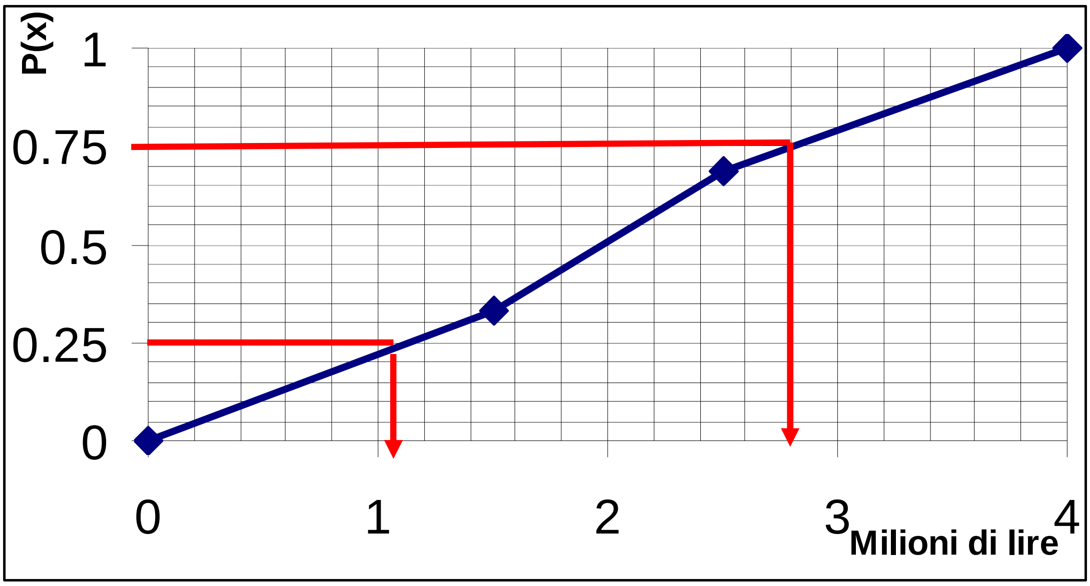
b) il reddito mensile medio dato che si è viaggiato per 2-3 weekend. R: **1.86**

$$\bar{x}_{2,3we} = \frac{0.75 \bullet 15 + 2 \bullet 21 + 3.25 \bullet 10}{46} = 1.86413$$

c) il coefficiente di variazione del reddito mensile R: **0.51**

$$cv = \sqrt{1.02}\big/1.98 = 0.51$$

d) il primo e terzo quartile del reddito mensile R: **Q1~1.2 Q3~2.8**



Esercizio 2
Le probabilità che un marito e una moglie sulla cinquantina siano vivi tra 20 anni sono rispettivamente 0.8 e 0.9. Trovare la probabilità che tra 20 anni:

a) entrambi siano vivi; R: **0.72**

$P(V_U)$:prob.che il marito sia vivo tra 20 anni / $P(V_D)$:prob.che la moglie sia viva tra 20 anni

$$P(V_U \cap V_D) = P(V_U)P(V_D) = 0.8 \bullet 0.9 = 0.72$$

b) almeno uno dei due sia vivo; R: **0.98**

$$P(V_U \cup V_D) = P(V_U) + P(V_D) - P(V_U \cap V_D) = 0.8 + 0.9 - 0.72 = 0.98$$

c) solo il marito sia vivo. R: **0.08**

$$P(V_U \cap \overline{V_D}) = P(V_U) \bullet P(\overline{V_D}) = 0.8 \bullet (1 - 0.9) = 0.08$$

Esercizio 3
La durata delle telefonate urbane segue una distribuzione Gaussiana di media $\mu = 10$ minuti e deviazione standard $\sigma = 3$ minuti. Selezionato un campione casuale di 100 telefonate, trovare:

a) la probabilità che la durata media delle telefonate sia compresa fra 9.5 e 10.3 minuti;

$$P(9.5 < X < 10.3) = P\left(\frac{9.5 - 10}{3/\sqrt{100}} < Z < \frac{10.3 - 10}{3/\sqrt{100}}\right) = P(-0.5/0.3 < Z < 0.3/0.3) =$$

$$P(-1.67 < Z < 1) = 1 - P(Z < -1.67) - P(Z > 1) = 1 - 0.04746 - 0.15866 = 0.79388$$

R: **79%**

b) il tempo t per cui la P(durata media delle telefonate>t) = 0.25

$z_{1-0.25}=0.67$

$$0.67 = \frac{x - 10}{3/\sqrt{100}} \qquad x = 0.67 \bullet 0.3 + 10 = 10.2$$

R: **10.2 min.**

Esercizio 4
Un produttore farmaceutico asserisce che un determinato farmaco dà miglioramento sui sintomi di *angina pectoris* nell'80% dei pazienti. Un medico prescrive questo farmaco a 5 suoi pazienti affetti da *angina pectoris* e trova che 2 mostrano un miglioramento dei sintomi. Assumendo che l'affermazione del produttore sia vera,
a) Qual è la probabilità che si ottengano risultati uguali o peggiori di quelli osservati?

$$P(X = 0) = \binom{5}{0} 0.8^0 (1 - 0.8)^5 = 0.2^5 = 0.00032$$

$$P(X = 1) = \binom{5}{1} 0.8^1 (1 - 0.8)^4 = \frac{5!}{4!} 0.8 \bullet 0.2^4 = 0.0064$$

$$P(X = 2) = \binom{5}{2} 0.8^2 0.2^3 = \frac{5!}{3!\,2!} 0.8^2 0.2^3 = 0.0512$$

$$P(X \le 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) = 0.00032 + 0.0064 + 0.0512 = 0.05792$$

R: **5.8%**

b) Quanti dei cinque pazienti il medico si sarebbe aspettato non rispondere alla terapia ?

$5 \cdot 0.2 = 1$ R: **1**

Esercizio 5

Supponiamo che un test diagnostico di una certa malattia dia una risposta positiva, quando l'individuo è affetto dalla malattia, nel 99% dei casi, mentre per soggetti sani il test è negativo nel 98% dei casi. È stato analizzato un campione di soggetti in cui un paziente su 1000 ha la malattia.

a) Si calcoli la probabilità che un individuo abbia la malattia nell'ipotesi che il suo test dia esito positivo.

$P(T+|M+)=0.99$

$P(T-|M-)=0.98$

$P(M+)=0.001$

$$P(M+|T+)=\frac{P(M+\cap T+)}{P(T+)}=\frac{P(T+|M+)P(M+)}{P(T+|M+)P(M+)+P(T+|M-)P(M-)}=$$

$$=\frac{0.99\cdot 0.001}{0.99\cdot 0.001+(1-0.98)\cdot(1-0.001)}=\frac{0.00099}{0.02097}=0.0472$$

R: **4.7%**

b) Nell'ipotesi che il campione analizzato sia costituito da 2000 individui, si costruisca la tabella di frequenze a doppia entrata (esito del test per stato di salute).

		Stato di salute		**Totale**
		M	**S**	
Esito del test	**T^+**	**2**=0.99·2	**40**=42-2	**42**=0.02097·2000
	T^-	**0**=2-2	**1958**=1998·0.98	**1958**=1958+0
Totale		**2**=0.001·2000	**1998**=2000-2	**2000**

Esercizio 6

16 studenti di medicina sono stati coinvolti in un esperimento. Sono stati loro distribuiti dei pacchetti di caffé istantaneo il cui contenuto doveva essere disciolto in acqua calda e bevuto subito prima di coricarsi. Per ogni studente è stata calcolata la variazione di velocità di pulsazione (in battiti per minuto, *bpm*), cioè la differenza tra la velocità di pulsazione dopo l'assunzione di caffé e la velocità di pulsazione prima dell'assunzione. La variazione media è risultata pari a 3.5 *bpm* con una devianza pari a 538. Verificare se il caffé non ha prodotto alcun effetto o ha accelerato le pulsazioni degli studenti.

n=16 d=3.5 bpm D=538 $s=\sqrt{538/15}=\sqrt{35.81}=5.99$ *bpm*

a) definire il sistema d'ipotesi;

H_0: $\delta=0$

H_1: $\delta>0$

b) calcolare un'adeguata statistica test;

$$t=\frac{3.5-0}{5.99/\sqrt{16}}=2.3372$$

c) calcolare il p-value (approssimato)

$t_{,0.975,15}=2.131$

$t_{,0.99,15}=2.602$

Il p-value è compreso tra 0.01 e 0.025

d) commentare il risultato

Con un errore di I tipo del 5% o del 2.5%, rifiuteremmo l'ipotesi nulla che il caffè non ha prodotto alcun effetto sulle pulsazioni. Ma con un errore del 1% non potremmo rifiutare H_0.

C'è un leggera evidenza che il caffè aumenti le pulsazioni.

Se il caffè non aumentasse le pulsazioni, la probabilità di osservare un risultato così, o più estremo, sarebbe circa del 2%.