



Matricola:

0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9

Istruzioni: riempire **completamente** le bolle con le cifre del numero di matricola (una cifra per colonna); nella parte sotto del foglio, riempire **completamente** le bolle con le risposte alle domande a scelta multipla. Per riempire, usare penna o matita nera, colorando tutto l'interno e cercando di non uscire dal bordo. Non sono ammesse correzioni, dato che il foglio verrà analizzato da un computer.

Cognome:.....Nome:.....Firma:.....

Segnare le risposte delle domande a scelta multipla

- (1) (A) (B) (C) (D)
- (2) (A) (B) (C) (D)
- (3) (A) (B) (C) (D)
- (4) (A) (B) (C) (D)
- (5) (A) (B) (C) (D)
- (6) (A) (B) (C) (D)

- (7) (A) (B) (C) (D)
- (8) (A) (B) (C) (D)
- (9) (A) (B) (C) (D)
- (10) (A) (B) (C) (D)
- (11) (A) (B) (C) (D)

Domande a scelta multipla

(1) [Var. 1] L'equazione $\operatorname{Im}\left(z\bar{z} + \frac{1}{z} + z + \bar{z}\right) = 0$

- ☐ (a) ha soluzioni immaginarie pure.
☐ (b) ha solo soluzioni reali in numero finito.

- ☐ (c) ha infinite soluzioni reali.
☐ (d) non ha soluzioni.

[Var. 2] L'equazione $\operatorname{Re}\left(iz\bar{z} + \frac{1}{z} + z - \bar{z}\right) = 0$

- ☐ (a) ha soluzioni immaginarie pure.
☐ (b) ha solo soluzioni reali in numero finito.

- ☐ (c) ha infinite soluzioni reali.
☐ (d) non ha soluzioni.

[Var. 3] L'equazione $\operatorname{Re}\left(-4iz\bar{z} + \frac{2}{z} + z - \bar{z}\right) = 0$

- ☐ (a) possiede infinite soluzioni di modulo minore di 1.
☐ (b) possiede infinite soluzioni di modulo

- uguale a 1.
☐ (c) non ha soluzioni immaginarie pure.
☐ (d) è risolta se e solo se $z = i$.

[Var. 4] L'equazione $\operatorname{Im}\left(6z\bar{z} - \frac{1}{2z} + z + \bar{z}\right) = 0$

- ☐ (a) è risolta se e solo se $z = 1$.
☐ (b) non ha soluzioni puramente immaginarie.

- ☐ (c) è risolta da ogni $z \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$.
☐ (d) ha esattamente un insieme numerabile di soluzioni.

(2) [Var. 1] L'insieme $\{x \in \mathbb{R} \mid \tan x = 11/10\}$

- ☐ (a) è aperto.
☐ (b) ha infiniti punti di accumulazione.

- ☐ (c) è limitato.
☐ (d) coincide con la sua frontiera.

[Var. 2] L'insieme $\{x \in (0, 1) \mid \sin(1/x) = 1/2\}$

- ☐ (a) è aperto.
☐ (b) ha un punto di accumulazione.

- ☐ (c) è illimitato.
☐ (d) è chiuso.

[Var. 3] Definiamo $f: x \mapsto 1/\sin x$ nel suo dominio naturale D . L'insieme $E = \{x \in D \mid |f(x)| \leq 1\}$

- ☐ (a) è aperto.
☐ (b) è chiuso.

- ☐ (c) è finito.
☐ (d) è in corrispondenza biunivoca con l'intervallo $(0, 1)$.

[Var. 4] Definiamo $f: x \mapsto 1/\cos x$ nel suo dominio naturale D . L'insieme $E = \{x \in D \mid |f(x)| \leq 1\}$

☐ (a) è vuoto.

☐ (b) è un insieme aperto.

☐ (c) è il complementare di un insieme aperto.

☐ (d) è un insieme limitato.

(3) [Var. 1] Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. L'insieme $\mathcal{O} = \{b \in \mathbb{R} \mid f(x) \sim x^b \text{ per } x \rightarrow 0\}$

☐ (a) è vuoto se f è iniettiva.

☐ (b) è diverso da $\emptyset$ per qualunque f .

☐ (c) non può contenere due elementi distinti.

☐ (d) è un sottoinsieme di $\mathbb{Z}$.

[Var. 2] Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. L'insieme $\mathcal{O} = \{b \in \mathbb{R} \mid f(x) \sim x^b \text{ per } x \rightarrow +\infty\}$

☐ (a) è vuoto se f è monotona.

☐ (b) è diverso da $\emptyset$ per qualunque f .

☐ (c) contiene al più un elemento.

☐ (d) è un sottoinsieme di $\mathbb{N}$.

[Var. 3] La scrittura $\sin(x^2) = o(x^k)$ per $x \rightarrow 0^+$

☐ (a) è falsa per ogni $k \in \mathbb{R}$.

☐ (b) implica $k \geq 0$.

☐ (c) è vera se e solo se $k < 2$.

☐ (d) è vera per $k = 2$.

[Var. 4] La scrittura $\sin x = o(x^k)$ per $x \rightarrow 0^+$

☐ (a) è vera se e solo se $k < 1$.

☐ (b) è vera se e solo se $0 < k < 1$.

☐ (c) è falsa per ogni $k \in (0, \infty)$.

☐ (d) è equivalente a $\lim_{x \rightarrow 0^+} \sin x = 0$.

(4) [Var. 1] Il limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2+3x}{x^2-5x} \right)^{x+\log x}$

☐ (a) non esiste.

☐ (b) esiste e vale $+\infty$.

☐ (c) esiste e vale 0.

☐ (d) esiste finito e il suo valore è maggiore di 2.

[Var. 2] Il limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2-3x}{x^2+5x} \right)^{x+2\log x}$

☐ (a) non esiste.

☐ (b) esiste e vale $+\infty$.

☐ (c) esiste e vale 0.

☐ (d) esiste finito e il suo valore è minore di 1.

[Var. 3] Il limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2+3x}{x^2-5x} \right)^{2x+\log x}$

☐ (a) non esiste.

☐ (b) esiste e vale $+\infty$.

☐ (c) esiste e vale 0.

☐ (d) esiste finito e il suo valore è maggiore di 3.

[Var. 4] Il limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 - 3x}{x^2 + 5x} \right)^{2x - \log x}$

☐ (a) non esiste.

☐ (b) esiste e vale $+\infty$.

☐ (c) esiste e vale 0.

☐ (d) esiste finito e il suo valore è minore di 2.

(5) [Var. 1] Sia $E = \left\{ 2 + \frac{n}{n+1} : n \in \mathbb{N} \right\} \cup [0, 2]$. Allora

☐ (a) 3 è un punto di accumulazione per E .

☐ (b) 3 non appartiene alla chiusura di E .

☐ (c) 1 non è un punto di accumulazione per E .

☐ (d) 3 è interno ad E .

[Var. 2] Sia $E = \left\{ 3 + \frac{n}{n+1} : n \in \mathbb{N} \right\} \cup [0, 3]$. Allora

☐ (a) 4 è un punto di accumulazione per E .

☐ (b) 4 non appartiene alla chiusura di E .

☐ (c) 2 non è un punto di accumulazione per E .

☐ (d) 4 è interno ad E .

[Var. 3] Sia $E = \left\{ 2 - \frac{n}{n+1} : n \in \mathbb{N} \right\} \cup [2, 4]$. Allora

☐ (a) 1 è un punto di accumulazione per E .

☐ (b) 1 non appartiene alla chiusura di E .

☐ (c) 3 non è un punto di accumulazione per E .

☐ (d) 1 è interno ad E .

[Var. 4] Sia $E = \left\{ \frac{n}{n+1} - 1 : n \in \mathbb{N} \right\} \cup [-3, -1]$. Allora

☐ (a) 0 è un punto di accumulazione per E .

☐ (b) 0 non appartiene alla chiusura di E .

☐ (c) -2 non è un punto di accumulazione per E .

☐ (d) 0 è interno ad E .

(6) [Var. 1] Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x - |3x|$. Allora

☐ (a) $\max f = 0$.

☐ (b) f è limitata.

☐ (c) f è invertibile.

☐ (d) f non è inferiormente limitata in $[-1, 3]$.

[Var. 2] Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x + |3x|$. Allora

☐ (a) $\min f = 0$.

☐ (b) f è limitata.

☐ (c) f è invertibile.

☐ (d) f non è superiormente limitata in $[-1, 3]$.

[Var. 3] Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - |3x|$. Allora

☐ (a) f è superiormente limitata.

☐ (b) f è inferiormente limitata.

☐ (c) f non ha massimo.

☐ (d) f non è inferiormente limitata in $[-1, 3]$.

[Var. 4] Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + |3x|$. Allora

☐ (a) f è inferiormente limitata.

☐ (b) f è superiormente limitata.

☐ (c) f non ha minimo.

☐ (d) f non è superiormente limitata in $[-1, 3]$.

(7) [Var. 1] Quale dei seguenti insiemi non è numerabile?

☐ (a) $\mathbb{Q} \times (2, +\infty)$.

☐ (b) $\mathbb{Q} \cap (2, +\infty)$.

☐ (c) $\{n^2 : n \in \mathbb{N}\}$.

☐ (d) $\{[x] : x \in \mathbb{R}\}$, dove $[x]$ denota la parte intera di x .

[Var. 2] Quale dei seguenti insiemi non è numerabile?

☐ (a) $(3, +\infty) \times \mathbb{Q}$.

☐ (b) $(3, +\infty) \cap \mathbb{Q}$.

☐ (c) $\{k^2 : k \in \mathbb{Z}\}$.

☐ (d) $\{[x] : x \in \mathbb{R}\}$, dove $[x]$ denota la parte intera di x .

[Var. 3] Quale dei seguenti insiemi non è numerabile?

☐ (a) $(0, 1) \times \mathbb{Q}$.

☐ (b) $(0, 1) \cap \mathbb{Q}$.

☐ (c) $\{x \in \mathbb{R} : \sin(x) = 0\}$.

☐ (d) $\{x \in \mathbb{R} : \{x\} = 0\}$, dove $\{x\} = x - [x]$ denota la parte frazionaria di x .

[Var. 4] Quale dei seguenti insiemi non è numerabile?

☐ (a) $(-\infty, 1) \times \mathbb{Q}$.

☐ (b) $(-\infty, 1) \cap \mathbb{Q}$.

☐ (c) $\{x \in \mathbb{R} : \sin(x) = 1\}$.

☐ (d) $\{x \in \mathbb{R} : \{x\} = 0\}$, dove $\{x\} = x - [x]$ denota la parte frazionaria di x .

(8) [Var. 1] Sia $\{a_n\}$ una successione a valori reali tale che $a_n = a_{n+5}$ per ogni $n \in \mathbb{N}$. Allora la successione $\{a_n\}$

- | | |
|--|---|
| ☐ (a) è limitata. | ☐ (c) ha limite $+\infty$ o $-\infty$ per $n \rightarrow \infty$. |
| ☐ (b) converge. | ☐ (d) non ha limite per $n \rightarrow \infty$. |

[Var. 2] Sia $\{a_n\}$ una successione a valori reali tale che $a_n = a_{n+8}$ per ogni $n \in \mathbb{N}$. Allora la successione $\{a_n\}$

- | | |
|--|---|
| ☐ (a) ha una sottosuccessione che converge. | ☐ (c) ha limite $+\infty$ o $-\infty$ per $n \rightarrow \infty$. |
| ☐ (b) non converge. | ☐ (d) non è monotona. |

[Var. 3] Sia $\{a_n\}$ una successione a valori reali tale che $a_n = a_{n+5}$ per ogni $n \in \mathbb{N}$. Allora la successione $\{a_n\}$

- | | |
|--|--|
| ☐ (a) non ha limite $+\infty$. | ☐ (c) non è monotona. |
| ☐ (b) converge. | ☐ (d) non ha limite finito per $n \rightarrow \infty$. |

[Var. 4] Sia $\{a_n\}$ una successione a valori reali tale che $a_n = a_{n+8}$ per ogni $n \in \mathbb{N}$. Allora la successione $\{a_n\}$

- | | |
|--|---|
| ☐ (a) è limitata. | ☐ (c) non è monotona. |
| ☐ (b) non converge. | ☐ (d) non ha limite per $n \rightarrow \infty$. |

(9) [Var. 1] Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Per ogni $x_0 \in \mathbb{R}$ e $\delta > 0$ sia $I(x_0, \delta) = (x_0 - \delta, x_0 + \delta)$ l'intorno di centro x_0 e raggio $\delta > 0$. Quale tra le seguenti definizioni di $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 5$ è corretta?

- ☐ (a) Per ogni $\varepsilon > 0$ esiste $\delta > 0$ tale che $5 - \varepsilon < f(x) < 5 + \varepsilon$ per ogni $x \in I(3, \delta) \setminus \{3\}$.
- ☐ (b) Esiste $\varepsilon > 0$ tale che per ogni $\delta > 0$ si ha che $5 - \varepsilon < f(x) < 5 + \varepsilon$ per ogni $x \in I(3, \delta) \setminus \{3\}$.
- ☐ (c) Per ogni $\varepsilon > 0$ esiste $\delta > 0$ tale che $3 - \varepsilon < f(x) < 3 + \varepsilon$ per ogni $x \in I(5, \delta) \setminus \{5\}$.
- ☐ (d) Esiste $\varepsilon > 0$ tale che per ogni $\delta > 0$ esiste $x \in I(3, \delta) \setminus \{3\}$ per cui vale $5 - \varepsilon < f(x) < 5 + \varepsilon$.

[Var. 2] Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Per ogni $x_0 \in \mathbb{R}$ e $\delta > 0$ sia $I(x_0, \delta) = (x_0 - \delta, x_0 + \delta)$ l'intorno di centro x_0 e raggio $\delta > 0$. Quale tra le seguenti definizioni di $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 5$ è corretta?

- ☐ (a) $f(3) = 5$.
- ☐ (b) Per ogni $\varepsilon > 0$ esiste $\delta > 0$ tale che $5 - \varepsilon < f(x) < 5 + \varepsilon$ per ogni $x \in I(3, \delta) \setminus \{3\}$.
- ☐ (c) Per ogni $\varepsilon > 0$ esiste $\delta > 0$ tale che $3 - \varepsilon < f(x) < 3 + \varepsilon$ per ogni $x \in I(5, \delta) \setminus \{5\}$.
- ☐ (d) Esiste $\varepsilon > 0$ tale che per ogni $\delta > 0$ esiste $x \in I(3, \delta) \setminus \{3\}$ per cui vale $5 - \varepsilon < f(x) < 5 + \varepsilon$.

[Var. 3] Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Per ogni $x_0 \in \mathbb{R}$ e $\delta > 0$ sia $I(x_0, \delta) = (x_0 - \delta, x_0 + \delta)$ l'intorno di centro x_0 e raggio $\delta > 0$. Quale tra le seguenti definizioni di $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 5$ è corretta?

- ☐ (a) $f(3) = 5$.
- ☐ (b) Esiste $\varepsilon > 0$ tale che per ogni $\delta > 0$ si ha che $5 - \varepsilon < f(x) < 5 + \varepsilon$ per ogni $x \in I(3, \delta) \setminus \{3\}$.
- ☐ (c) Per ogni $\varepsilon > 0$ esiste $\delta > 0$ tale che $3 - \varepsilon < f(x) < 3 + \varepsilon$ per ogni $x \in I(5, \delta) \setminus \{5\}$.
- ☐ (d) Per ogni $\varepsilon > 0$ esiste $\delta > 0$ tale che $5 - \varepsilon < f(x) < 5 + \varepsilon$ per ogni $x \in I(3, \delta) \setminus \{3\}$.

[Var. 4] Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Per ogni $x_0 \in \mathbb{R}$ e $\delta > 0$ sia $I(x_0, \delta) = (x_0 - \delta, x_0 + \delta)$ l'intorno di centro x_0 e raggio $\delta > 0$. Quale tra le seguenti definizioni di $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 5$ è corretta?

- ☐ (a) $f(3) = 5$.
- ☐ (b) Esiste $\varepsilon > 0$ tale che per ogni $\delta > 0$ si ha che $5 - \varepsilon < f(x) < 5 + \varepsilon$ per ogni $x \in I(3, \delta) \setminus \{3\}$.
- ☐ (c) Per ogni $\varepsilon > 0$ esiste $\delta > 0$ tale che $5 - \varepsilon < f(x) < 5 + \varepsilon$ per ogni $x \in I(3, \delta) \setminus \{3\}$.
- ☐ (d) Esiste $\varepsilon > 0$ tale che per ogni $\delta > 0$ esiste $x \in I(3, \delta) \setminus \{3\}$ per cui vale $5 - \varepsilon < f(x) < 5 + \varepsilon$.

(10) [Var. 1] Sia $A = \left\{ \frac{(-1)^{n^2+5n}}{n} \sin\left(\frac{\pi}{2} + n^2\pi\right) : n \in \mathbb{N} \setminus \{0\} \right\}$. Allora

- | | |
|---|--|
| ☐ (a) A non ammette massimo. | ☐ (c) A non ammette minimo. |
| ☐ (b) $\inf A = -\sin 1$. | ☐ (d) $\sup A > 0$. |

[Var. 2] Sia $A = \left\{ \frac{(-1)^{4n^2-1}}{n} \cos(\pi n^2) : n \in \mathbb{N} \setminus \{0\} \right\}$. Allora

- | | |
|---|--|
| ☐ (a) $\sup A = 0$. | ☐ (c) A non ammette minimo. |
| ☐ (b) A ammette massimo. | ☐ (d) $\inf A = -\cos 1$. |

[Var. 3] Sia $A = \left\{ -\frac{(-1)^{n^2+3n}}{n} \sin\left(\frac{\pi}{2} n^3\right) : n \in \mathbb{N} \setminus \{0\} \right\}$. Allora

- | | |
|--|---|
| ☐ (a) A ammette massimo. | ☐ (c) $\inf A = -\sin 1$. |
| ☐ (b) A non ammette minimo. | ☐ (d) $\sup A \leq 0$. |

[Var. 4] Sia $A = \left\{ \frac{(-1)^{n^2-n}}{n} \cos(\pi n^3) : n \in \mathbb{N} \setminus \{0\} \right\}$. Allora

- | | |
|--|---|
| ☐ (a) $\inf A < 0$. | ☐ (c) A non ammette minimo. |
| ☐ (b) $\sup A = \cos 1$. | ☐ (d) A non ammette massimo. |

(11) [Var. 1] Sia α un numero complesso di modulo 1 e argomento $\frac{11}{24}\pi$ e sia $z = -1 + i$. Allora

- | | |
|---|---|
| ☐ (a) $ z \cdot \alpha^3 = z$. | ☐ (c) $ z \cdot \alpha^4 = z$. |
| ☐ (b) $ z \cdot \alpha^6 = z$. | ☐ (d) nessuna delle altre risposte è esatta. |

[Var. 2] Sia α un numero complesso di modulo 1 e argomento $\frac{7}{12}\pi$ e sia $z = 1 + i\sqrt{3}$. Allora

- | | |
|---|---|
| ☐ (a) $ z \cdot \alpha^3 = z$. | ☐ (c) $ z \cdot \alpha^4 = z$. |
| ☐ (b) $ z \cdot \alpha^6 = z$. | ☐ (d) nessuna delle altre risposte è esatta. |

[Var. 3] Sia α un numero complesso di modulo 1 e argomento $-\frac{17}{18}\pi$ e sia $z = -\sqrt{3} - i$. Allora

☐ (a) $|z| \cdot \alpha^3 = z.$

☐ (b) $|z| \cdot \alpha^6 = z.$

☐ (c) $|z| \cdot \alpha^4 = z.$

☐ (d) nessuna delle altre risposte è esatta.

[Var. 4] Sia α un numero complesso di modulo 1 e argomento $\frac{3}{4}\pi$ e sia $z = 1 + i$. Allora

☐ (a) $|z| \cdot \alpha^3 = z.$

☐ (b) $|z| \cdot \alpha^6 = z.$

☐ (c) $|z| \cdot \alpha^4 = z.$

☐ (d) nessuna delle altre risposte è esatta.

