Cognome:..... Nome:.....Matricola:.....

Analisi Matematica I – II prova parziale del 30.01.2018**Parte A**

Esercizio 1. Sia $P_3(x)$ il polinomio di Taylor di ordine 3 e centro 0 della funzione $f(x) = e^{\cos x}$ e sia $Q_3(x)$ il polinomio di Taylor di ordine 3 e centro 0 della funzione $g(x) = e^{e^x} = \exp(\exp(x))$.

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Quanto vale $P_3(1)$?	2 punti	$\frac{1}{2} \cdot e$
b) Quanto vale $Q_3(1)$?	2 punti	$\frac{23}{6} \cdot e$
c) Quanto vale il limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{P_3(x)}{Q_3(x)}$?	1 punto	0

Esercizio 2. Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = \arctan \sqrt{|x-1|} + \frac{1}{4}x - \frac{\pi}{4}$.

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Quanto vale $f'(2)$?	1 punto	1/2
b) Qual è l'insieme dei punti di derivabilità di f ?	2 punti	$\mathbb{R} \setminus \{1\}$
c) Esiste l'asintoto obliquo di f per $x \rightarrow +\infty$? In caso affermativo, scriverne l'equazione.	2 punti	$y = x/4 + \pi/4$

Esercizio 3. Sia, per ogni $s \in (0, +\infty)$, $F(s) = \int_1^s \frac{1}{\log^2 x + 4} \frac{dx}{x}$.

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Quanto vale $F(1)$?	2 punti	0
b) Quanto vale $F(2)$?	2 punti	$\frac{1}{2} \arctan\left(\frac{\log 2}{2}\right)$
c) Quanto vale il limite $\lim_{s \rightarrow +\infty} F(s)$?	1 punto	$\pi/4$

Parte B

Esercizio 4. Si consideri, per ogni $\alpha \in \mathbb{R}$, la serie numerica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2 - \sin(n^{\alpha^2+1})}{n^2 (n^{2\alpha+1} + n^{\alpha+1})}.$$

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Per quali valori di α la serie converge?	2 punti	$\alpha > -2$
b) Per quali valori di α la serie diverge?	2 punti	$\alpha \leq -2$
c) Per quali valori di α la serie è oscillante?	1 punto	nessuno

Esercizio 5. Si considerino le due funzioni

$$f(x) = \frac{1}{2} \sin^2 x + \log(1+x) - x, \quad g(x) = e - (1+x)^{\frac{x+2}{2x}}.$$

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Qual è l'ordine di infinitesimo di $f(x)$ per $x \rightarrow 0$?	2 punti	3
b) Qual è l'ordine di infinitesimo di $g(x)$ per $x \rightarrow 0$?	2 punti	2
b) Quanto vale il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{xg(x)}$?	1 punto	$-\frac{4}{e}$

Parte C

Esercizio 6. Siano $D = (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$ e $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita come

$$f(x) = \begin{cases} (\log|x|)(1 + \log(\log|x|)), & \text{se } x \in (-\infty, -1) \cup (1, +\infty), \\ 0, & \text{se } x = -1 \text{ o } x = 1. \end{cases}$$

- i) Si stabilisca in quali punti di D la funzione f è continua e si calcolino (qualora esistano) i limiti di $f(x)$ per $x \rightarrow -\infty$ e per $x \rightarrow +\infty$.
- ii) Si stabilisca in quali punti di $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$ la funzione f è derivabile. Si discutano inoltre la derivabilità da destra in $x = 1$ e la derivabilità da sinistra in $x = -1$.
- iii) Si discuta l'esistenza di punti di massimo e di punti di minimo relativi e assoluti di f .
- iv) Si dimostri che la restrizione di f a $(1, +\infty)$ ha esattamente un punto di flesso.
- v) Si stabilisca se f è uniformemente continua e se f è lipschitziana.

Le risposte devono essere chiare, concise e adeguatamente motivate; risposte non motivate non saranno prese in considerazione ai fini della valutazione.

Cognome:..... Nome:.....Matricola:.....

Analisi Matematica I – II prova parziale del 30.01.2018**Parte A**

Esercizio 1. Sia $P_3(x)$ il polinomio di Taylor di ordine 3 e centro 0 della funzione $f(x) = e^{e^x} = \exp(\exp(x))$ e sia $Q_3(x)$ il polinomio di Taylor di ordine 3 e centro 0 della funzione $g(x) = e^{1+\sin x}$.

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Quanto vale $P_3(1)$?	2 punti	$\frac{23}{6} \cdot e$
b) Quanto vale $Q_3(1)$?	2 punti	$\frac{5}{2} \cdot e$
c) Quanto vale il limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{P_3(x)}{Q_3(x)}$?	1 punto	$+\infty$

Esercizio 2. Sia, per ogni $s \in (0, +\infty)$, $F(s) = \int_2^s \frac{1}{\log^2 x + 9} \frac{dx}{x}$.

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Quanto vale $F(2)$?	2 punti	0
b) Quanto vale $F(1)$?	2 punti	$-\frac{1}{3} \arctan\left(\frac{\log 2}{3}\right)$
c) Quanto vale il limite $\lim_{s \rightarrow +\infty} F(s)$?	1 punto	$\frac{\pi}{6} - \frac{1}{3} \arctan\left(\frac{\log 2}{3}\right)$

Esercizio 3. Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = 2 \arctan \sqrt{|1-x|} + \frac{1}{8}x - \frac{\pi}{8}$.

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Quanto vale $f'(0)$?	1 punto	$-3/8$
b) Qual è l'insieme dei punti di derivabilità di f ?	2 punti	$\mathbb{R} \setminus \{1\}$
c) Esiste l'asintoto obliquo di f per $x \rightarrow +\infty$? In caso affermativo, scriverne l'equazione.	2 punti	$y = x/8 + 7\pi/8$

Parte B

Esercizio 4. Si consideri, per ogni $\alpha \in \mathbb{R}$, la serie numerica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2 - \sin(n^{\alpha^2+1})}{n^2 (n^{2\alpha-1} + n^\alpha)}.$$

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Per quali valori di α la serie è convergente?	2 punti	$\alpha > -1$
b) Per quali valori di α la serie è divergente?	2 punti	$\alpha \leq -1$
c) Per quali valori di α la serie è oscillante?	1 punto	nessuno

Esercizio 5. Si considerino le due funzioni

$$f(x) = \sin^2 x - \log(1 + x^2), \quad g(x) = e - (1 + x^2)^{\frac{x^2+2}{2x^2}}.$$

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Qual è l'ordine di infinitesimo di $f(x)$ per $x \rightarrow 0$?	2 punti	4
b) Qual è l'ordine di infinitesimo di $g(x)$ per $x \rightarrow 0$?	2 punti	4
b) Quanto vale il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x)}{f(x)}$?	1 punto	$-\frac{e}{2}$

Parte C

Esercizio 6. Siano $D = (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$ e $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita come

$$f(x) = \begin{cases} \left(\log \frac{|x|}{2}\right) \left(1 + \log(\log |x| - \log 2)\right), & \text{se } x \in (-\infty, -2) \cup (2, +\infty), \\ 0, & \text{se } x = -2 \text{ o } x = 2. \end{cases}$$

- i) Si stabilisca in quali punti di D la funzione f è continua e si calcolino (qualora esistano) i limiti di $f(x)$ per $x \rightarrow -\infty$ e per $x \rightarrow +\infty$.
- ii) Si stabilisca in quali punti di $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$ la funzione f è derivabile. Si discutano inoltre la derivabilità da destra in $x = 2$ e la derivabilità da sinistra in $x = -2$.
- iii) Si discuta l'esistenza di punti di massimo e di punti di minimo relativi e assoluti di f .
- iv) Si dimostri che la restrizione di f a $(2, +\infty)$ ha esattamente un punto di flesso.
- v) Si stabilisca se f è uniformemente continua e se f è lipschitziana.

Le risposte devono essere chiare, concise e adeguatamente motivate; risposte non motivate non saranno prese in considerazione ai fini della valutazione.

Cognome:..... Nome:.....Matricola:.....

Analisi Matematica I – II prova parziale del 30.01.2018**Parte A****Esercizio 1.** Sia, per ogni $s \in (0, +\infty)$, $F(s) = \int_3^s \frac{1}{\log^2 x + 4} \frac{dx}{x}$.

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Quanto vale $F(1)$?	2 punti	$-\frac{1}{2} \arctan\left(\frac{\log 3}{2}\right)$
b) Quanto vale $F(3)$?	2 punti	0
c) Quanto vale il limite $\lim_{s \rightarrow +\infty} F(s)$?	1 punto	$\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{\log 3}{2}\right)$

Esercizio 2. Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = \arctan \sqrt{|x-2|} + \frac{1}{2}x - \frac{\pi}{2}$.

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Quanto vale $f'(1)$?	1 punto	1/4
b) Qual è l'insieme dei punti di derivabilità di f ?	2 punti	$\mathbb{R} \setminus \{2\}$
c) Esiste l'asintoto obliquo di f per $x \rightarrow +\infty$? In caso affermativo, scriverne l'equazione.	2 punti	$y = x/2$

Esercizio 3. Sia $P_3(x)$ il polinomio di Taylor di ordine 3 e centro 0 della funzione $f(x) = e^{1+\sin x}$ e sia $Q_3(x)$ il polinomio di Taylor di ordine 3 e centro 0 della funzione $g(x) = e^{\cos x}$.

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Quanto vale $P_3(1)$?	2 punti	$\frac{5}{2} \cdot e$
b) Quanto vale $Q_3(1)$?	2 punti	$\frac{1}{2} \cdot e$
c) Quanto vale il limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{P_3(x)}{Q_3(x)}$?	1 punto	-1

Parte B

Esercizio 4. Si considerino le due funzioni

$$f(x) = \cos^2 x + e^{x^2} - 2, \quad g(x) = e - (1 + x^3)^{\frac{2+x^3}{2x^3}}.$$

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Qual è l'ordine di infinitesimo di $f(x)$ per $x \rightarrow 0$?	2 punti	4
b) Qual è l'ordine di infinitesimo di $g(x)$ per $x \rightarrow 0$?	2 punti	6
b) Quanto vale il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x)}{xf(x)}$?	1 punto	0

Esercizio 5. Si consideri, per ogni $\alpha \in \mathbb{R}$, la serie numerica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2 - \cos(n^{\alpha^2+1})}{n^{3/2} (n^{2\alpha+1} + n^{\alpha+1})}.$$

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Per quali valori di α la serie è convergente?	2 punti	$\alpha > -3/2$
b) Per quali valori di α la serie è divergente?	2 punti	$\alpha \leq -3/2$
c) Per quali valori di α la serie è oscillante?	1 punto	nessuno

Parte C

Esercizio 6. Siano $D = (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$ e $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita come

$$f(x) = \begin{cases} \left(\log \frac{1}{|x|}\right) \left(1 + \log(\log |x|)\right), & \text{se } x \in (-\infty, -1) \cup (1, +\infty), \\ 0, & \text{se } x = -1 \text{ o } x = 1. \end{cases}$$

- i) Si stabilisca in quali punti di D la funzione f è continua e si calcolino (qualora esistano) i limiti di $f(x)$ per $x \rightarrow -\infty$ e per $x \rightarrow +\infty$.
- ii) Si stabilisca in quali punti di $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$ la funzione f è derivabile. Si discutano inoltre la derivabilità da destra in $x = 1$ e la derivabilità da sinistra in $x = -1$.
- iii) Si discuta l'esistenza di punti di massimo e di punti di minimo relativi e assoluti di f .
- iv) Si dimostri che la restrizione di f a $(1, +\infty)$ ha esattamente un punto di flesso.
- v) Si stabilisca se f è uniformemente continua e se f è lipschitziana.

Le risposte devono essere chiare, concise e adeguatamente motivate; risposte non motivate non saranno prese in considerazione ai fini della valutazione.

Cognome:..... Nome:.....Matricola:.....

Analisi Matematica I – II prova parziale del 30.01.2018**Parte A****Esercizio 1.** Sia, per ogni $s \in (0, +\infty)$, $F(s) = \int_1^s \frac{1}{\log^2 x + 9} \frac{dx}{x}$.

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Quanto vale $F(1)$?	2 punti	0
b) Quanto vale $F(2)$?	2 punti	$\frac{1}{3} \arctan\left(\frac{\log 2}{3}\right)$
c) Quanto vale il limite $\lim_{s \rightarrow +\infty} F(s)$?	1 punto	$\frac{\pi}{6}$

Esercizio 2. Sia $P_3(x)$ il polinomio di Taylor di ordine 3 e centro 0 della funzione $f(x) = e^{e^x} = \exp(\exp(x))$ e sia $Q_3(x)$ il polinomio di Taylor di ordine 3 e centro 0 della funzione $g(x) = e^{\cos x}$.

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Quanto vale $P_3(1)$?	2 punti	$\frac{23}{6} \cdot e$
b) Quanto vale $Q_3(1)$?	2 punti	$\frac{1}{2} \cdot e$
c) Quanto vale il limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{P_3(x)}{Q_3(x)}$?	1 punto	$-\infty$

Esercizio 3. Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = 2 \arctan \sqrt{|2-x|} + x - \pi$.

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Quanto vale $f'(1)$?	1 punto	1/2
b) Qual è l'insieme dei punti di derivabilità di f ?	2 punti	$\mathbb{R} \setminus \{2\}$
c) Esiste l'asintoto obliquo di f per $x \rightarrow +\infty$? In caso affermativo, scriverne l'equazione.	2 punti	$y = x$

Parte B

Esercizio 4. Si consideri, per ogni $\alpha \in \mathbb{R}$, la serie numerica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2 - \cos(n^{\alpha^2+1})}{n^{3/2}(n^{2\alpha-1} + n^\alpha)}.$$

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Per quali valori di α la serie è convergente?	2 punti	$\alpha > -1/2$
b) Per quali valori di α la serie è divergente?	2 punti	$\alpha \leq -1/2$
c) Per quali valori di α la serie è oscillante?	1 punto	nessuno

Esercizio 5. Si considerino le due funzioni

$$f(x) = \cos^2 x - e^x + x + \frac{3}{2}x^2, \quad g(x) = e - (1 + x^4)^{\frac{2+x^4}{2x^4}}.$$

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Qual è l'ordine di infinitesimo di $f(x)$ per $x \rightarrow 0$?	2 punto	3
b) Qual è l'ordine di infinitesimo di $g(x)$ per $x \rightarrow 0$?	2 punto	8
b) Quanto vale il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 f(x)}{g(x)}$?	1 punto	$+\infty$

Parte C

Esercizio 6. Siano $D = (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$ e $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita come

$$f(x) = \begin{cases} \left(\log \frac{2}{|x|}\right) \left(1 + \log(\log |x| - \log 2)\right), & \text{se } x \in (-\infty, -2) \cup (2, +\infty), \\ 0, & \text{se } x = -2 \text{ o } x = 2. \end{cases}$$

- i) Si stabilisca in quali punti di D la funzione f è continua e si calcolino (qualora esistano) i limiti di $f(x)$ per $x \rightarrow -\infty$ e per $x \rightarrow +\infty$.
- ii) Si stabilisca in quali punti di $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$ la funzione f è derivabile. Si discutano inoltre la derivabilità da destra in $x = 2$ e la derivabilità da sinistra in $x = -2$.
- iii) Si discuta l'esistenza di punti di massimo e di punti di minimo relativi e assoluti di f .
- iv) Si dimostri che la restrizione di f a $(2, +\infty)$ ha esattamente un punto di flesso.
- v) Si stabilisca se f è uniformemente continua e se f è lipschitziana.

Le risposte devono essere chiare, concise e adeguatamente motivate; risposte non motivate non saranno prese in considerazione ai fini della valutazione.

Cognome:..... Nome:.....Matricola:.....

Analisi Matematica I – II prova parziale del 30.01.2018**Parte A**

Esercizio 1. Sia $P_3(x)$ il polinomio di Taylor di ordine 3 e centro 0 della funzione $f(x) = e^{\cos x}$ e sia $Q_3(x)$ il polinomio di Taylor di ordine 3 e centro 0 della funzione $g(x) = e^{e^x} = \exp(\exp(x))$.

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Quanto vale $P_3(1)$?	2 punti	$\frac{1}{2} \cdot e$
b) Quanto vale $Q_3(1)$?	2 punti	$\frac{23}{6} \cdot e$
c) Quanto vale il limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{P_3(x)}{Q_3(x)}$?	1 punto	0

Esercizio 2. Sia, per ogni $s \in (0, +\infty)$, $F(s) = \int_1^s \frac{1}{\log^2 x + 4} \frac{dx}{x}$.

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Quanto vale $F(1)$?	2 punti	0
b) Quanto vale $F(2)$?	2 punti	$\frac{1}{2} \arctan\left(\frac{\log 2}{2}\right)$
c) Quanto vale il limite $\lim_{s \rightarrow +\infty} F(s)$?	1 punto	$\pi/4$

Esercizio 3. Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = \arctan \sqrt{|x-2|} + \frac{1}{2}x - \frac{\pi}{2}$.

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Quanto vale $f'(1)$?	1 punto	1/4
b) Qual è l'insieme dei punti di derivabilità di f ?	2 punti	$\mathbb{R} \setminus \{2\}$
c) Esiste l'asintoto obliquo di f per $x \rightarrow +\infty$? In caso affermativo, scriverne l'equazione.	2 punti	$y = x/2$

Parte B

Esercizio 4. Si considerino le due funzioni

$$f(x) = \cos^2 x - e^x + x + \frac{3}{2}x^2, \quad g(x) = e - (1 + x^4)^{\frac{2+x^4}{2x^4}}.$$

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Qual è l'ordine di infinitesimo di $f(x)$ per $x \rightarrow 0$?	2 punto	3
b) Qual è l'ordine di infinitesimo di $g(x)$ per $x \rightarrow 0$?	2 punto	8
b) Quanto vale il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 f(x)}{g(x)}$?	1 punto	$+\infty$

Esercizio 5. Si consideri, per ogni $\alpha \in \mathbb{R}$, la serie numerica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2 - \sin(n^{\alpha^2+1})}{n^2 (n^{2\alpha-1} + n^\alpha)}.$$

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Per quali valori di α la serie è convergente?	2 punti	$\alpha > -1$
b) Per quali valori di α la serie è divergente?	2 punti	$\alpha \leq -1$
c) Per quali valori di α la serie è oscillante?	1 punto	nessuno

Parte C

Esercizio 6. Siano $D = (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$ e $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita come

$$f(x) = \begin{cases} \left(\log \frac{|x|}{2}\right) \left(1 + \log(\log |x| - \log 2)\right), & \text{se } x \in (-\infty, -2) \cup (2, +\infty), \\ 0, & \text{se } x = -2 \text{ o } x = 2. \end{cases}$$

- i) Si stabilisca in quali punti di D la funzione f è continua e si calcolino (qualora esistano) i limiti di $f(x)$ per $x \rightarrow -\infty$ e per $x \rightarrow +\infty$.
- ii) Si stabilisca in quali punti di $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$ la funzione f è derivabile. Si discutano inoltre la derivabilità da destra in $x = 2$ e la derivabilità da sinistra in $x = -2$.
- iii) Si discuta l'esistenza di punti di massimo e di punti di minimo relativi e assoluti di f .
- iv) Si dimostri che la restrizione di f a $(2, +\infty)$ ha esattamente un punto di flesso.
- v) Si stabilisca se f è uniformemente continua e se f è lipschitziana.

Le risposte devono essere chiare, concise e adeguatamente motivate; risposte non motivate non saranno prese in considerazione ai fini della valutazione.

Cognome:..... Nome:.....Matricola:.....

Analisi Matematica I – II prova parziale del 30.01.2018**Parte A****Esercizio 1.** Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = \arctan \sqrt{|x-2|} + \frac{1}{2}x - \frac{\pi}{2}$.

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Quanto vale $f'(1)$?	1 punto	1/4
b) Qual è l'insieme dei punti di derivabilità di f ?	2 punti	$\mathbb{R} \setminus \{2\}$
c) Esiste l'asintoto obliquo di f per $x \rightarrow +\infty$? In caso affermativo, scriverne l'equazione.	2 punti	$y = x/2$

Esercizio 2. Sia $P_3(x)$ il polinomio di Taylor di ordine 3 e centro 0 della funzione $f(x) = e^{e^x} = \exp(\exp(x))$ e sia $Q_3(x)$ il polinomio di Taylor di ordine 3 e centro 0 della funzione $g(x) = e^{1+\sin x}$.

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Quanto vale $P_3(1)$?	2 punti	$\frac{23}{6} \cdot e$
b) Quanto vale $Q_3(1)$?	2 punti	$\frac{5}{2} \cdot e$
c) Quanto vale il limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{P_3(x)}{Q_3(x)}$?	1 punto	$+\infty$

Esercizio 3. Sia, per ogni $s \in (0, +\infty)$, $F(s) = \int_1^s \frac{1}{\log^2 x + 4} \frac{dx}{x}$.

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Quanto vale $F(1)$?	2 punti	0
b) Quanto vale $F(2)$?	2 punti	$\frac{1}{2} \arctan\left(\frac{\log 2}{2}\right)$
c) Quanto vale il limite $\lim_{s \rightarrow +\infty} F(s)$?	1 punto	$\pi/4$

Parte B

Esercizio 4. Si consideri, per ogni $\alpha \in \mathbb{R}$, la serie numerica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2 - \sin(n^{\alpha^2+1})}{n^2 (n^{2\alpha-1} + n^\alpha)}.$$

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Per quali valori di α la serie è convergente?	2 punti	$\alpha > -1$
b) Per quali valori di α la serie è divergente?	2 punti	$\alpha \leq -1$
c) Per quali valori di α la serie è oscillante?	1 punto	nessuno

Esercizio 5. Si considerino le due funzioni

$$f(x) = \cos^2 x + e^{x^2} - 2, \quad g(x) = e - (1 + x^3)^{\frac{2+x^3}{2x^3}}.$$

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Qual è l'ordine di infinitesimo di $f(x)$ per $x \rightarrow 0$?	2 punti	4
b) Qual è l'ordine di infinitesimo di $g(x)$ per $x \rightarrow 0$?	2 punti	6
b) Quanto vale il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x)}{xf(x)}$?	1 punto	0

Parte C

Esercizio 6. Siano $D = (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$ e $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita come

$$f(x) = \begin{cases} \left(\log \frac{2}{|x|}\right) \left(1 + \log(\log |x| - \log 2)\right), & \text{se } x \in (-\infty, -2) \cup (2, +\infty), \\ 0, & \text{se } x = -2 \text{ o } x = 2. \end{cases}$$

- i) Si stabilisca in quali punti di D la funzione f è continua e si calcolino (qualora esistano) i limiti di $f(x)$ per $x \rightarrow -\infty$ e per $x \rightarrow +\infty$.
- ii) Si stabilisca in quali punti di $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$ la funzione f è derivabile. Si discutano inoltre la derivabilità da destra in $x = 2$ e la derivabilità da sinistra in $x = -2$.
- iii) Si discuta l'esistenza di punti di massimo e di punti di minimo relativi e assoluti di f .
- iv) Si dimostri che la restrizione di f a $(2, +\infty)$ ha esattamente un punto di flesso.
- v) Si stabilisca se f è uniformemente continua e se f è lipschitziana.

Le risposte devono essere chiare, concise e adeguatamente motivate; risposte non motivate non saranno prese in considerazione ai fini della valutazione.

Cognome:..... Nome:.....Matricola:.....

Analisi Matematica I – II prova parziale del 30.01.2018**Parte A**

Esercizio 1. Sia $P_3(x)$ il polinomio di Taylor di ordine 3 e centro 0 della funzione $f(x) = e^{1+\sin x}$ e sia $Q_3(x)$ il polinomio di Taylor di ordine 3 e centro 0 della funzione $g(x) = e^{\cos x}$.

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Quanto vale $P_3(1)$?	2 punti	$\frac{5}{2} \cdot e$
b) Quanto vale $Q_3(1)$?	2 punti	$\frac{1}{2} \cdot e$
c) Quanto vale il limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{P_3(x)}{Q_3(x)}$?	1 punto	-1

Esercizio 2. Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = \arctan \sqrt{|x-1|} + \frac{1}{4}x - \frac{\pi}{4}$.

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Quanto vale $f'(2)$?	1 punto	1/2
b) Qual è l'insieme dei punti di derivabilità di f ?	2 punti	$\mathbb{R} \setminus \{1\}$
c) Esiste l'asintoto obliquo di f per $x \rightarrow +\infty$? In caso affermativo, scriverne l'equazione.	2 punti	$y = x/4 + \pi/4$

Esercizio 3. Sia, per ogni $s \in (0, +\infty)$, $F(s) = \int_1^s \frac{1}{\log^2 x + 9} \frac{dx}{x}$.

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Quanto vale $F(1)$?	2 punti	0
b) Quanto vale $F(2)$?	2 punti	$\frac{1}{3} \arctan \left(\frac{\log 2}{3} \right)$
c) Quanto vale il limite $\lim_{s \rightarrow +\infty} F(s)$?	1 punto	$\frac{\pi}{6}$

Parte B

Esercizio 4. Si considerino le due funzioni

$$f(x) = \frac{1}{2} \sin^2 x + \log(1+x) - x, \quad g(x) = e - (1+x)^{\frac{x+2}{2x}}.$$

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Qual è l'ordine di infinitesimo di $f(x)$ per $x \rightarrow 0$?	2 punti	3
b) Qual è l'ordine di infinitesimo di $g(x)$ per $x \rightarrow 0$?	2 punti	2
b) Quanto vale il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{xg(x)}$?	1 punto	$-\frac{4}{e}$

Esercizio 5. Si consideri, per ogni $\alpha \in \mathbb{R}$, la serie numerica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2 - \cos(n^{\alpha^2+1})}{n^{3/2} (n^{2\alpha+1} + n^{\alpha+1})}.$$

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Per quali valori di α la serie è convergente?	2 punti	$\alpha > -3/2$
b) Per quali valori di α la serie è divergente?	2 punti	$\alpha \leq -3/2$
c) Per quali valori di α la serie è oscillante?	1 punto	nessuno

Parte C

Esercizio 6. Siano $D = (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$ e $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita come

$$f(x) = \begin{cases} (\log |x|)(1 + \log(\log |x|)), & \text{se } x \in (-\infty, -1) \cup (1, +\infty), \\ 0, & \text{se } x = -1 \text{ o } x = 1. \end{cases}$$

- i) Si stabilisca in quali punti di D la funzione f è continua e si calcolino (qualora esistano) i limiti di $f(x)$ per $x \rightarrow -\infty$ e per $x \rightarrow +\infty$.
- ii) Si stabilisca in quali punti di $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$ la funzione f è derivabile. Si discutano inoltre la derivabilità da destra in $x = 1$ e la derivabilità da sinistra in $x = -1$.
- iii) Si discuta l'esistenza di punti di massimo e di punti di minimo relativi e assoluti di f .
- iv) Si dimostri che la restrizione di f a $(1, +\infty)$ ha esattamente un punto di flesso.
- v) Si stabilisca se f è uniformemente continua e se f è lipschitziana.

Le risposte devono essere chiare, concise e adeguatamente motivate; risposte non motivate non saranno prese in considerazione ai fini della valutazione.

Cognome:..... Nome:.....Matricola:.....

Analisi Matematica I – II prova parziale del 30.01.2018**Parte A****Esercizio 1.** Sia, per ogni $s \in (0, +\infty)$, $F(s) = \int_3^s \frac{1}{\log^2 x + 4} \frac{dx}{x}$.

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Quanto vale $F(1)$?	2 punti	$-\frac{1}{2} \arctan\left(\frac{\log 3}{2}\right)$
b) Quanto vale $F(3)$?	2 punti	0
c) Quanto vale il limite $\lim_{s \rightarrow +\infty} F(s)$?	1 punto	$\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{\log 3}{2}\right)$

Esercizio 2. Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = 2 \arctan \sqrt{|2-x|} + x - \pi$.

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Quanto vale $f'(1)$?	1 punto	1/2
b) Qual è l'insieme dei punti di derivabilità di f ?	2 punti	$\mathbb{R} \setminus \{2\}$
c) Esiste l'asintoto obliquo di f per $x \rightarrow +\infty$? In caso affermativo, scriverne l'equazione.	2 punti	$y = x$

Esercizio 3. Sia $P_3(x)$ il polinomio di Taylor di ordine 3 e centro 0 della funzione $f(x) = e^{e^x} = \exp(\exp(x))$ e sia $Q_3(x)$ il polinomio di Taylor di ordine 3 e centro 0 della funzione $g(x) = e^{\cos x}$.

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Quanto vale $P_3(1)$?	2 punti	$\frac{23}{6} \cdot e$
b) Quanto vale $Q_3(1)$?	2 punti	$\frac{1}{2} \cdot e$
c) Quanto vale il limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{P_3(x)}{Q_3(x)}$?	1 punto	$-\infty$

Parte B

Esercizio 4. Si consideri, per ogni $\alpha \in \mathbb{R}$, la serie numerica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2 - \sin(n^{\alpha^2+1})}{n^2 (n^{2\alpha+1} + n^{\alpha+1})}.$$

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Per quali valori di α la serie converge?	2 punti	$\alpha > -2$
b) Per quali valori di α la serie diverge?	2 punti	$\alpha \leq -2$
c) Per quali valori di α la serie è oscillante?	1 punto	nessuno

Esercizio 5. Si considerino le due funzioni

$$f(x) = \sin^2 x - \log(1 + x^2), \quad g(x) = e - (1 + x^2)^{\frac{x^2+2}{2x^2}}.$$

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Qual è l'ordine di infinitesimo di $f(x)$ per $x \rightarrow 0$?	2 punti	4
b) Qual è l'ordine di infinitesimo di $g(x)$ per $x \rightarrow 0$?	2 punti	4
b) Quanto vale il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x)}{f(x)}$?	1 punto	$-\frac{e}{2}$

Parte C

Esercizio 6. Siano $D = (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$ e $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita come

$$f(x) = \begin{cases} \left(\log \frac{1}{|x|}\right) \left(1 + \log(\log |x|)\right), & \text{se } x \in (-\infty, -1) \cup (1, +\infty), \\ 0, & \text{se } x = -1 \text{ o } x = 1. \end{cases}$$

- i) Si stabilisca in quali punti di D la funzione f è continua e si calcolino (qualora esistano) i limiti di $f(x)$ per $x \rightarrow -\infty$ e per $x \rightarrow +\infty$.
- ii) Si stabilisca in quali punti di $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$ la funzione f è derivabile. Si discutano inoltre la derivabilità da destra in $x = 1$ e la derivabilità da sinistra in $x = -1$.
- iii) Si discuta l'esistenza di punti di massimo e di punti di minimo relativi e assoluti di f .
- iv) Si dimostri che la restrizione di f a $(1, +\infty)$ ha esattamente un punto di flesso.
- v) Si stabilisca se f è uniformemente continua e se f è lipschitziana.

Le risposte devono essere chiare, concise e adeguatamente motivate; risposte non motivate non saranno prese in considerazione ai fini della valutazione.

Cognome:..... Nome:.....Matricola:.....

Analisi Matematica I – II prova parziale del 30.01.2018**Parte A**

Esercizio 1. Sia $P_3(x)$ il polinomio di Taylor di ordine 3 e centro 0 della funzione $f(x) = e^{e^x} = \exp(\exp(x))$ e sia $Q_3(x)$ il polinomio di Taylor di ordine 3 e centro 0 della funzione $g(x) = e^{\cos x}$.

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Quanto vale $P_3(1)$?	2 punti	$\frac{23}{6} \cdot e$
b) Quanto vale $Q_3(1)$?	2 punti	$\frac{1}{2} \cdot e$
c) Quanto vale il limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{P_3(x)}{Q_3(x)}$?	1 punto	$-\infty$

Esercizio 2. Sia, per ogni $s \in (0, +\infty)$, $F(s) = \int_2^s \frac{1}{\log^2 x + 9} \frac{dx}{x}$.

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Quanto vale $F(2)$?	2 punti	0
b) Quanto vale $F(1)$?	2 punti	$-\frac{1}{3} \arctan\left(\frac{\log 2}{3}\right)$
c) Quanto vale il limite $\lim_{s \rightarrow +\infty} F(s)$?	1 punto	$\frac{\pi}{6} - \frac{1}{3} \arctan\left(\frac{\log 2}{3}\right)$

Esercizio 3. Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = 2 \arctan \sqrt{|2-x|} + x - \pi$.

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Quanto vale $f'(1)$?	1 punto	1/2
b) Qual è l'insieme dei punti di derivabilità di f ?	2 punti	$\mathbb{R} \setminus \{2\}$
c) Esiste l'asintoto obliquo di f per $x \rightarrow +\infty$? In caso affermativo, scriverne l'equazione.	2 punti	$y = x$

Parte B

Esercizio 4. Si considerino le due funzioni

$$f(x) = \cos^2 x - e^x + x + \frac{3}{2}x^2, \quad g(x) = e - (1 + x^4)^{\frac{2+x^4}{2x^4}}.$$

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Qual è l'ordine di infinitesimo di $f(x)$ per $x \rightarrow 0$?	2 punto	3
b) Qual è l'ordine di infinitesimo di $g(x)$ per $x \rightarrow 0$?	2 punto	8
b) Quanto vale il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 f(x)}{g(x)}$?	1 punto	$+\infty$

Esercizio 5. Si consideri, per ogni $\alpha \in \mathbb{R}$, la serie numerica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2 - \cos(n^{\alpha^2+1})}{n^{3/2} (n^{2\alpha-1} + n^\alpha)}.$$

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Per quali valori di α la serie è convergente?	2 punti	$\alpha > -1/2$
b) Per quali valori di α la serie è divergente?	2 punti	$\alpha \leq -1/2$
c) Per quali valori di α la serie è oscillante?	1 punto	nessuno

Parte C

Esercizio 6. Siano $D = (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$ e $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita come

$$f(x) = \begin{cases} \left(\log \frac{|x|}{2}\right) \left(1 + \log(\log |x| - \log 2)\right), & \text{se } x \in (-\infty, -2) \cup (2, +\infty), \\ 0, & \text{se } x = -2 \text{ o } x = 2. \end{cases}$$

- i) Si stabilisca in quali punti di D la funzione f è continua e si calcolino (qualora esistano) i limiti di $f(x)$ per $x \rightarrow -\infty$ e per $x \rightarrow +\infty$.
- ii) Si stabilisca in quali punti di $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$ la funzione f è derivabile. Si discutano inoltre la derivabilità da destra in $x = 2$ e la derivabilità da sinistra in $x = -2$.
- iii) Si discuta l'esistenza di punti di massimo e di punti di minimo relativi e assoluti di f .
- iv) Si dimostri che la restrizione di f a $(2, +\infty)$ ha esattamente un punto di flesso.
- v) Si stabilisca se f è uniformemente continua e se f è lipschitziana.

Le risposte devono essere chiare, concise e adeguatamente motivate; risposte non motivate non saranno prese in considerazione ai fini della valutazione.

Cognome:..... Nome:.....Matricola:.....

Analisi Matematica I – II prova parziale del 30.01.2018**Parte A****Esercizio 1.** Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = \arctan \sqrt{|x-1|} + \frac{1}{4}x - \frac{\pi}{4}$.

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Quanto vale $f'(2)$?	1 punto	1/2
b) Qual è l'insieme dei punti di derivabilità di f ?	2 punti	$\mathbb{R} \setminus \{1\}$
c) Esiste l'asintoto obliquo di f per $x \rightarrow +\infty$? In caso affermativo, scriverne l'equazione.	2 punti	$y = x/4 + \pi/4$

Esercizio 2. Sia, per ogni $s \in (0, +\infty)$, $F(s) = \int_1^s \frac{1}{\log^2 x + 4} \frac{dx}{x}$.

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Quanto vale $F(1)$?	2 punti	0
b) Quanto vale $F(2)$?	2 punti	$\frac{1}{2} \arctan\left(\frac{\log 2}{2}\right)$
c) Quanto vale il limite $\lim_{s \rightarrow +\infty} F(s)$?	1 punto	$\pi/4$

Esercizio 3. Sia $P_3(x)$ il polinomio di Taylor di ordine 3 e centro 0 della funzione $f(x) = e^{1+\sin x}$ e sia $Q_3(x)$ il polinomio di Taylor di ordine 3 e centro 0 della funzione $g(x) = e^{\cos x}$.

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Quanto vale $P_3(1)$?	2 punti	$\frac{5}{2} \cdot e$
b) Quanto vale $Q_3(1)$?	2 punti	$\frac{1}{2} \cdot e$
c) Quanto vale il limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{P_3(x)}{Q_3(x)}$?	1 punto	-1

Parte B

Esercizio 4. Si consideri, per ogni $\alpha \in \mathbb{R}$, la serie numerica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2 - \cos(n^{\alpha^2+1})}{n^{3/2} (n^{2\alpha+1} + n^{\alpha+1})}.$$

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Per quali valori di α la serie è convergente?	2 punti	$\alpha > -3/2$
b) Per quali valori di α la serie è divergente?	2 punti	$\alpha \leq -3/2$
c) Per quali valori di α la serie è oscillante?	1 punto	nessuno

Esercizio 5. Si considerino le due funzioni

$$f(x) = \cos^2 x - e^x + x + \frac{3}{2}x^2, \quad g(x) = e - (1 + x^4)^{\frac{2+x^4}{2x^4}}.$$

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Qual è l'ordine di infinitesimo di $f(x)$ per $x \rightarrow 0$?	2 punto	3
b) Qual è l'ordine di infinitesimo di $g(x)$ per $x \rightarrow 0$?	2 punto	8
b) Quanto vale il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 f(x)}{g(x)}$?	1 punto	$+\infty$

Parte C

Esercizio 6. Siano $D = (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$ e $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita come

$$f(x) = \begin{cases} \left(\log \frac{2}{|x|}\right) \left(1 + \log(\log |x| - \log 2)\right), & \text{se } x \in (-\infty, -2) \cup (2, +\infty), \\ 0, & \text{se } x = -2 \text{ o } x = 2. \end{cases}$$

- i) Si stabilisca in quali punti di D la funzione f è continua e si calcolino (qualora esistano) i limiti di $f(x)$ per $x \rightarrow -\infty$ e per $x \rightarrow +\infty$.
- ii) Si stabilisca in quali punti di $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$ la funzione f è derivabile. Si discutano inoltre la derivabilità da destra in $x = 2$ e la derivabilità da sinistra in $x = -2$.
- iii) Si discuta l'esistenza di punti di massimo e di punti di minimo relativi e assoluti di f .
- iv) Si dimostri che la restrizione di f a $(2, +\infty)$ ha esattamente un punto di flesso.
- v) Si stabilisca se f è uniformemente continua e se f è lipschitziana.

Le risposte devono essere chiare, concise e adeguatamente motivate; risposte non motivate non saranno prese in considerazione ai fini della valutazione.

Cognome:..... Nome:.....Matricola:.....

Analisi Matematica I – II prova parziale del 30.01.2018**Parte A****Esercizio 1.** Sia, per ogni $s \in (0, +\infty)$, $F(s) = \int_1^s \frac{1}{\log^2 x + 4} \frac{dx}{x}$.

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Quanto vale $F(1)$?	2 punti	0
b) Quanto vale $F(2)$?	2 punti	$\frac{1}{2} \arctan\left(\frac{\log 2}{2}\right)$
c) Quanto vale il limite $\lim_{s \rightarrow +\infty} F(s)$?	1 punto	$\pi/4$

Esercizio 2. Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = \arctan \sqrt{|x-1|} + \frac{1}{4}x - \frac{\pi}{4}$.

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Quanto vale $f'(2)$?	1 punto	1/2
b) Qual è l'insieme dei punti di derivabilità di f ?	2 punti	$\mathbb{R} \setminus \{1\}$
c) Esiste l'asintoto obliquo di f per $x \rightarrow +\infty$? In caso affermativo, scriverne l'equazione.	2 punti	$y = x/4 + \pi/4$

Esercizio 3. Sia $P_3(x)$ il polinomio di Taylor di ordine 3 e centro 0 della funzione $f(x) = e^{1+\sin x}$ e sia $Q_3(x)$ il polinomio di Taylor di ordine 3 e centro 0 della funzione $g(x) = e^{\cos x}$.

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Quanto vale $P_3(1)$?	2 punti	$\frac{5}{2} \cdot e$
b) Quanto vale $Q_3(1)$?	2 punti	$\frac{1}{2} \cdot e$
c) Quanto vale il limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{P_3(x)}{Q_3(x)}$?	1 punto	-1

Parte B

Esercizio 4. Si considerino le due funzioni

$$f(x) = \sin^2 x - \log(1 + x^2), \quad g(x) = e - (1 + x^2)^{\frac{x^2+2}{2x^2}}.$$

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Qual è l'ordine di infinitesimo di $f(x)$ per $x \rightarrow 0$?	2 punti	4
b) Qual è l'ordine di infinitesimo di $g(x)$ per $x \rightarrow 0$?	2 punti	4
b) Quanto vale il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x)}{f(x)}$?	1 punto	$-\frac{e}{2}$

Esercizio 5. Si consideri, per ogni $\alpha \in \mathbb{R}$, la serie numerica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2 - \sin(n^{\alpha^2+1})}{n^2(n^{2\alpha-1} + n^\alpha)}.$$

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Per quali valori di α la serie è convergente?	2 punti	$\alpha > -1$
b) Per quali valori di α la serie è divergente?	2 punti	$\alpha \leq -1$
c) Per quali valori di α la serie è oscillante?	1 punto	nessuno

Parte C

Esercizio 6. Siano $D = (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$ e $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita come

$$f(x) = \begin{cases} (\log |x|)(1 + \log(\log |x|)), & \text{se } x \in (-\infty, -1) \cup (1, +\infty), \\ 0, & \text{se } x = -1 \text{ o } x = 1. \end{cases}$$

- i) Si stabilisca in quali punti di D la funzione f è continua e si calcolino (qualora esistano) i limiti di $f(x)$ per $x \rightarrow -\infty$ e per $x \rightarrow +\infty$.
- ii) Si stabilisca in quali punti di $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$ la funzione f è derivabile. Si discutano inoltre la derivabilità da destra in $x = 1$ e la derivabilità da sinistra in $x = -1$.
- iii) Si discuta l'esistenza di punti di massimo e di punti di minimo relativi e assoluti di f .
- iv) Si dimostri che la restrizione di f a $(1, +\infty)$ ha esattamente un punto di flesso.
- v) Si stabilisca se f è uniformemente continua e se f è lipschitziana.

Le risposte devono essere chiare, concise e adeguatamente motivate; risposte non motivate non saranno prese in considerazione ai fini della valutazione.

Cognome:..... Nome:.....Matricola:.....

Analisi Matematica I – II prova parziale del 30.01.2018**Parte A****Esercizio 1.** Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = \arctan \sqrt{|x-2|} + \frac{1}{2}x - \frac{\pi}{2}$.

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Quanto vale $f'(1)$?	1 punto	1/4
b) Qual è l'insieme dei punti di derivabilità di f ?	2 punti	$\mathbb{R} \setminus \{2\}$
c) Esiste l'asintoto obliquo di f per $x \rightarrow +\infty$? In caso affermativo, scriverne l'equazione.	2 punti	$y = x/2$

Esercizio 2. Sia $P_3(x)$ il polinomio di Taylor di ordine 3 e centro 0 della funzione $f(x) = e^{e^x} = \exp(\exp(x))$ e sia $Q_3(x)$ il polinomio di Taylor di ordine 3 e centro 0 della funzione $g(x) = e^{\cos x}$.

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Quanto vale $P_3(1)$?	2 punti	$\frac{23}{6} \cdot e$
b) Quanto vale $Q_3(1)$?	2 punti	$\frac{1}{2} \cdot e$
c) Quanto vale il limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{P_3(x)}{Q_3(x)}$?	1 punto	$-\infty$

Esercizio 3. Sia, per ogni $s \in (0, +\infty)$, $F(s) = \int_1^s \frac{1}{\log^2 x + 4} \frac{dx}{x}$.

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Quanto vale $F(1)$?	2 punti	0
b) Quanto vale $F(2)$?	2 punti	$\frac{1}{2} \arctan\left(\frac{\log 2}{2}\right)$
c) Quanto vale il limite $\lim_{s \rightarrow +\infty} F(s)$?	1 punto	$\pi/4$

Parte B

Esercizio 4. Si consideri, per ogni $\alpha \in \mathbb{R}$, la serie numerica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2 - \sin(n^{\alpha^2+1})}{n^2 (n^{2\alpha-1} + n^\alpha)}.$$

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Per quali valori di α la serie è convergente?	2 punti	$\alpha > -1$
b) Per quali valori di α la serie è divergente?	2 punti	$\alpha \leq -1$
c) Per quali valori di α la serie è oscillante?	1 punto	nessuno

Esercizio 5. Si considerino le due funzioni

$$f(x) = \cos^2 x - e^x + x + \frac{3}{2}x^2, \quad g(x) = e - (1 + x^4)^{\frac{2+x^4}{2x^4}}.$$

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Qual è l'ordine di infinitesimo di $f(x)$ per $x \rightarrow 0$?	2 punto	3
b) Qual è l'ordine di infinitesimo di $g(x)$ per $x \rightarrow 0$?	2 punto	8
b) Quanto vale il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 f(x)}{g(x)}$?	1 punto	$+\infty$

Parte C

Esercizio 6. Siano $D = (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$ e $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita come

$$f(x) = \begin{cases} \left(\log \frac{2}{|x|}\right) \left(1 + \log(\log |x| - \log 2)\right), & \text{se } x \in (-\infty, -2) \cup (2, +\infty), \\ 0, & \text{se } x = -2 \text{ o } x = 2. \end{cases}$$

- i) Si stabilisca in quali punti di D la funzione f è continua e si calcolino (qualora esistano) i limiti di $f(x)$ per $x \rightarrow -\infty$ e per $x \rightarrow +\infty$.
- ii) Si stabilisca in quali punti di $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$ la funzione f è derivabile. Si discutano inoltre la derivabilità da destra in $x = 2$ e la derivabilità da sinistra in $x = -2$.
- iii) Si discuta l'esistenza di punti di massimo e di punti di minimo relativi e assoluti di f .
- iv) Si dimostri che la restrizione di f a $(2, +\infty)$ ha esattamente un punto di flesso.
- v) Si stabilisca se f è uniformemente continua e se f è lipschitziana.

Le risposte devono essere chiare, concise e adeguatamente motivate; risposte non motivate non saranno prese in considerazione ai fini della valutazione.

Cognome:..... Nome:.....Matricola:.....

Analisi Matematica I – II prova parziale del 30.01.2018**Parte A****Esercizio 1.** Sia, per ogni $s \in (0, +\infty)$, $F(s) = \int_2^s \frac{1}{\log^2 x + 9} \frac{dx}{x}$.

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Quanto vale $F(2)$?	2 punti	0
b) Quanto vale $F(1)$?	2 punti	$-\frac{1}{3} \arctan\left(\frac{\log 2}{3}\right)$
c) Quanto vale il limite $\lim_{s \rightarrow +\infty} F(s)$?	1 punto	$\frac{\pi}{6} - \frac{1}{3} \arctan\left(\frac{\log 2}{3}\right)$

Esercizio 2. Sia $P_3(x)$ il polinomio di Taylor di ordine 3 e centro 0 della funzione $f(x) = e^{\cos x}$ e sia $Q_3(x)$ il polinomio di Taylor di ordine 3 e centro 0 della funzione $g(x) = e^{e^x} = \exp(\exp(x))$.

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Quanto vale $P_3(1)$?	2 punti	$\frac{1}{2} \cdot e$
b) Quanto vale $Q_3(1)$?	2 punti	$\frac{23}{6} \cdot e$
c) Quanto vale il limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{P_3(x)}{Q_3(x)}$?	1 punto	0

Esercizio 3. Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = \arctan \sqrt{|x-2|} + \frac{1}{2}x - \frac{\pi}{2}$.

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Quanto vale $f'(1)$?	1 punto	1/4
b) Qual è l'insieme dei punti di derivabilità di f ?	2 punti	$\mathbb{R} \setminus \{2\}$
c) Esiste l'asintoto obliquo di f per $x \rightarrow +\infty$? In caso affermativo, scriverne l'equazione.	2 punti	$y = x/2$

Parte B

Esercizio 4. Si considerino le due funzioni

$$f(x) = \sin^2 x - \log(1 + x^2), \quad g(x) = e - (1 + x^2)^{\frac{x^2+2}{2x^2}}.$$

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Qual è l'ordine di infinitesimo di $f(x)$ per $x \rightarrow 0$?	2 punti	4
b) Qual è l'ordine di infinitesimo di $g(x)$ per $x \rightarrow 0$?	2 punti	4
b) Quanto vale il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x)}{f(x)}$?	1 punto	$-\frac{e}{2}$

Esercizio 5. Si consideri, per ogni $\alpha \in \mathbb{R}$, la serie numerica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2 - \sin(n^{\alpha^2+1})}{n^2(n^{2\alpha-1} + n^\alpha)}.$$

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Per quali valori di α la serie è convergente?	2 punti	$\alpha > -1$
b) Per quali valori di α la serie è divergente?	2 punti	$\alpha \leq -1$
c) Per quali valori di α la serie è oscillante?	1 punto	nessuno

Parte C

Esercizio 6. Siano $D = (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$ e $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita come

$$f(x) = \begin{cases} \left(\log \frac{2}{|x|}\right) \left(1 + \log(\log |x| - \log 2)\right), & \text{se } x \in (-\infty, -2) \cup (2, +\infty), \\ 0, & \text{se } x = -2 \text{ o } x = 2. \end{cases}$$

- i) Si stabilisca in quali punti di D la funzione f è continua e si calcolino (qualora esistano) i limiti di $f(x)$ per $x \rightarrow -\infty$ e per $x \rightarrow +\infty$.
- ii) Si stabilisca in quali punti di $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$ la funzione f è derivabile. Si discutano inoltre la derivabilità da destra in $x = 2$ e la derivabilità da sinistra in $x = -2$.
- iii) Si discuta l'esistenza di punti di massimo e di punti di minimo relativi e assoluti di f .
- iv) Si dimostri che la restrizione di f a $(2, +\infty)$ ha esattamente un punto di flesso.
- v) Si stabilisca se f è uniformemente continua e se f è lipschitziana.

Le risposte devono essere chiare, concise e adeguatamente motivate; risposte non motivate non saranno prese in considerazione ai fini della valutazione.

Cognome:..... Nome:.....Matricola:.....

Analisi Matematica I – II prova parziale del 30.01.2018**Parte A**

Esercizio 1. Sia $P_3(x)$ il polinomio di Taylor di ordine 3 e centro 0 della funzione $f(x) = e^{e^x} = \exp(\exp(x))$ e sia $Q_3(x)$ il polinomio di Taylor di ordine 3 e centro 0 della funzione $g(x) = e^{\cos x}$.

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Quanto vale $P_3(1)$?	2 punti	$\frac{23}{6} \cdot e$
b) Quanto vale $Q_3(1)$?	2 punti	$\frac{1}{2} \cdot e$
c) Quanto vale il limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{P_3(x)}{Q_3(x)}$?	1 punto	$-\infty$

Esercizio 2. Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = 2 \arctan \sqrt{|2-x|} + x - \pi$.

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Quanto vale $f'(1)$?	1 punto	1/2
b) Qual è l'insieme dei punti di derivabilità di f ?	2 punti	$\mathbb{R} \setminus \{2\}$
c) Esiste l'asintoto obliquo di f per $x \rightarrow +\infty$? In caso affermativo, scriverne l'equazione.	2 punti	$y = x$

Esercizio 3. Sia, per ogni $s \in (0, +\infty)$, $F(s) = \int_1^s \frac{1}{\log^2 x + 9} \frac{dx}{x}$.

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Quanto vale $F(1)$?	2 punti	0
b) Quanto vale $F(2)$?	2 punti	$\frac{1}{3} \arctan\left(\frac{\log 2}{3}\right)$
c) Quanto vale il limite $\lim_{s \rightarrow +\infty} F(s)$?	1 punto	$\frac{\pi}{6}$

Parte B

Esercizio 4. Si consideri, per ogni $\alpha \in \mathbb{R}$, la serie numerica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2 - \sin(n^{\alpha^2+1})}{n^2 (n^{2\alpha-1} + n^\alpha)}.$$

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Per quali valori di α la serie è convergente?	2 punti	$\alpha > -1$
b) Per quali valori di α la serie è divergente?	2 punti	$\alpha \leq -1$
c) Per quali valori di α la serie è oscillante?	1 punto	nessuno

Esercizio 5. Si considerino le due funzioni

$$f(x) = \sin^2 x - \log(1 + x^2), \quad g(x) = e - (1 + x^2)^{\frac{x^2+2}{2x^2}}.$$

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Qual è l'ordine di infinitesimo di $f(x)$ per $x \rightarrow 0$?	2 punti	4
b) Qual è l'ordine di infinitesimo di $g(x)$ per $x \rightarrow 0$?	2 punti	4
b) Quanto vale il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x)}{f(x)}$?	1 punto	$-\frac{e}{2}$

Parte C

Esercizio 6. Siano $D = (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$ e $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita come

$$f(x) = \begin{cases} \left(\log \frac{2}{|x|}\right) \left(1 + \log(\log |x| - \log 2)\right), & \text{se } x \in (-\infty, -2) \cup (2, +\infty), \\ 0, & \text{se } x = -2 \text{ o } x = 2. \end{cases}$$

- i) Si stabilisca in quali punti di D la funzione f è continua e si calcolino (qualora esistano) i limiti di $f(x)$ per $x \rightarrow -\infty$ e per $x \rightarrow +\infty$.
- ii) Si stabilisca in quali punti di $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$ la funzione f è derivabile. Si discutano inoltre la derivabilità da destra in $x = 2$ e la derivabilità da sinistra in $x = -2$.
- iii) Si discuta l'esistenza di punti di massimo e di punti di minimo relativi e assoluti di f .
- iv) Si dimostri che la restrizione di f a $(2, +\infty)$ ha esattamente un punto di flesso.
- v) Si stabilisca se f è uniformemente continua e se f è lipschitziana.

Le risposte devono essere chiare, concise e adeguatamente motivate; risposte non motivate non saranno prese in considerazione ai fini della valutazione.

Cognome:..... Nome:.....Matricola:.....

Analisi Matematica I – II prova parziale del 30.01.2018**Parte A****Esercizio 1.** Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = 2 \arctan \sqrt{|2-x|} + x - \pi$.

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Quanto vale $f'(1)$?	1 punto	1/2
b) Qual è l'insieme dei punti di derivabilità di f ?	2 punti	$\mathbb{R} \setminus \{2\}$
c) Esiste l'asintoto obliquo di f per $x \rightarrow +\infty$? In caso affermativo, scriverne l'equazione.	2 punti	$y = x$

Esercizio 2. Sia $P_3(x)$ il polinomio di Taylor di ordine 3 e centro 0 della funzione $f(x) = e^{1+\sin x}$ e sia $Q_3(x)$ il polinomio di Taylor di ordine 3 e centro 0 della funzione $g(x) = e^{\cos x}$.

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Quanto vale $P_3(1)$?	2 punti	$\frac{5}{2} \cdot e$
b) Quanto vale $Q_3(1)$?	2 punti	$\frac{1}{2} \cdot e$
c) Quanto vale il limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{P_3(x)}{Q_3(x)}$?	1 punto	-1

Esercizio 3. Sia, per ogni $s \in (0, +\infty)$, $F(s) = \int_1^s \frac{1}{\log^2 x + 9} \frac{dx}{x}$.

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Quanto vale $F(1)$?	2 punti	0
b) Quanto vale $F(2)$?	2 punti	$\frac{1}{3} \arctan\left(\frac{\log 2}{3}\right)$
c) Quanto vale il limite $\lim_{s \rightarrow +\infty} F(s)$?	1 punto	$\frac{\pi}{6}$

Parte B

Esercizio 4. Si considerino le due funzioni

$$f(x) = \frac{1}{2} \sin^2 x + \log(1+x) - x, \quad g(x) = e - (1+x)^{\frac{x+2}{2x}}.$$

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Qual è l'ordine di infinitesimo di $f(x)$ per $x \rightarrow 0$?	2 punti	3
b) Qual è l'ordine di infinitesimo di $g(x)$ per $x \rightarrow 0$?	2 punti	2
b) Quanto vale il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{xg(x)}$?	1 punto	$-\frac{4}{e}$

Esercizio 5. Si consideri, per ogni $\alpha \in \mathbb{R}$, la serie numerica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2 - \cos(n^{\alpha^2+1})}{n^{3/2} (n^{2\alpha+1} + n^{\alpha+1})}.$$

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Per quali valori di α la serie è convergente?	2 punti	$\alpha > -3/2$
b) Per quali valori di α la serie è divergente?	2 punti	$\alpha \leq -3/2$
c) Per quali valori di α la serie è oscillante?	1 punto	nessuno

Parte C

Esercizio 6. Siano $D = (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$ e $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita come

$$f(x) = \begin{cases} \left(\log \frac{2}{|x|}\right) \left(1 + \log(\log |x| - \log 2)\right), & \text{se } x \in (-\infty, -2) \cup (2, +\infty), \\ 0, & \text{se } x = -2 \text{ o } x = 2. \end{cases}$$

- i) Si stabilisca in quali punti di D la funzione f è continua e si calcolino (qualora esistano) i limiti di $f(x)$ per $x \rightarrow -\infty$ e per $x \rightarrow +\infty$.
- ii) Si stabilisca in quali punti di $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$ la funzione f è derivabile. Si discutano inoltre la derivabilità da destra in $x = 2$ e la derivabilità da sinistra in $x = -2$.
- iii) Si discuta l'esistenza di punti di massimo e di punti di minimo relativi e assoluti di f .
- iv) Si dimostri che la restrizione di f a $(2, +\infty)$ ha esattamente un punto di flesso.
- v) Si stabilisca se f è uniformemente continua e se f è lipschitziana.

Le risposte devono essere chiare, concise e adeguatamente motivate; risposte non motivate non saranno prese in considerazione ai fini della valutazione.

Cognome:..... Nome:.....Matricola:.....

Analisi Matematica I – II prova parziale del 30.01.2018**Parte A**

Esercizio 1. Sia $P_3(x)$ il polinomio di Taylor di ordine 3 e centro 0 della funzione $f(x) = e^{1+\sin x}$ e sia $Q_3(x)$ il polinomio di Taylor di ordine 3 e centro 0 della funzione $g(x) = e^{\cos x}$.

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Quanto vale $P_3(1)$?	2 punti	$\frac{5}{2} \cdot e$
b) Quanto vale $Q_3(1)$?	2 punti	$\frac{1}{2} \cdot e$
c) Quanto vale il limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{P_3(x)}{Q_3(x)}$?	1 punto	-1

Esercizio 2. Sia $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = \arctan \sqrt{|x-2|} + \frac{1}{2}x - \frac{\pi}{2}$.

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Quanto vale $f'(1)$?	1 punto	1/4
b) Qual è l'insieme dei punti di derivabilità di f ?	2 punti	$\mathbb{R} \setminus \{2\}$
c) Esiste l'asintoto obliquo di f per $x \rightarrow +\infty$? In caso affermativo, scriverne l'equazione.	2 punti	$y = x/2$

Esercizio 3. Sia, per ogni $s \in (0, +\infty)$, $F(s) = \int_2^s \frac{1}{\log^2 x + 9} \frac{dx}{x}$.

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Quanto vale $F(2)$?	2 punti	0
b) Quanto vale $F(1)$?	2 punti	$-\frac{1}{3} \arctan\left(\frac{\log 2}{3}\right)$
c) Quanto vale il limite $\lim_{s \rightarrow +\infty} F(s)$?	1 punto	$\frac{\pi}{6} - \frac{1}{3} \arctan\left(\frac{\log 2}{3}\right)$

Parte B

Esercizio 4. Si consideri, per ogni $\alpha \in \mathbb{R}$, la serie numerica

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2 - \sin(n^{\alpha^2+1})}{n^2 (n^{2\alpha+1} + n^{\alpha+1})}.$$

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Per quali valori di α la serie converge?	2 punti	$\alpha > -2$
b) Per quali valori di α la serie diverge?	2 punti	$\alpha \leq -2$
c) Per quali valori di α la serie è oscillante?	1 punto	nessuno

Esercizio 5. Si considerino le due funzioni

$$f(x) = \cos^2 x + e^{x^2} - 2, \quad g(x) = e - (1 + x^3)^{\frac{2+x^3}{2x^3}}.$$

Domanda	Punteggio	Risposta
a) Qual è l'ordine di infinitesimo di $f(x)$ per $x \rightarrow 0$?	2 punti	4
b) Qual è l'ordine di infinitesimo di $g(x)$ per $x \rightarrow 0$?	2 punti	6
b) Quanto vale il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x)}{xf(x)}$?	1 punto	0

Parte C

Esercizio 6. Siano $D = (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$ e $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita come

$$f(x) = \begin{cases} (\log |x|)(1 + \log(\log |x|)), & \text{se } x \in (-\infty, -1) \cup (1, +\infty), \\ 0, & \text{se } x = -1 \text{ o } x = 1. \end{cases}$$

- i) Si stabilisca in quali punti di D la funzione f è continua e si calcolino (qualora esistano) i limiti di $f(x)$ per $x \rightarrow -\infty$ e per $x \rightarrow +\infty$.
- ii) Si stabilisca in quali punti di $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$ la funzione f è derivabile. Si discutano inoltre la derivabilità da destra in $x = 1$ e la derivabilità da sinistra in $x = -1$.
- iii) Si discuta l'esistenza di punti di massimo e di punti di minimo relativi e assoluti di f .
- iv) Si dimostri che la restrizione di f a $(1, +\infty)$ ha esattamente un punto di flesso.
- v) Si stabilisca se f è uniformemente continua e se f è lipschitziana.

Le risposte devono essere chiare, concise e adeguatamente motivate; risposte non motivate non saranno prese in considerazione ai fini della valutazione.