



Matricola:

|   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 6 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| 7 | 7 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| 8 | 8 | 8 | 8 | 8 | 8 |
| 9 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |

Istruzioni: riempire **completamente** le bolle con le cifre del numero di matricola (una cifra per colonna); nella parte sotto del foglio, riempire **completamente** le bolle con le risposte alle domande a scelta multipla. Per riempire, usare penna o matita nera, colorando tutto l'interno e cercando di non uscire dal bordo. Non sono ammesse correzioni, dato che il foglio verrà analizzato da un computer.

Cognome:.....Nome:.....Firma:.....

Segnare le risposte delle domande a scelta multipla

- (1) A B C D
- (2) A B C D
- (3) A B C D
- (4) A B C D
- (5) A B C D
- (6) A B C D

- (7) A B C D
- (8) A B C D
- (9) A B C D
- (10) A B C D
- (11) A B C D



**Domande a scelta multipla**

(1) [Var. 1] Sia  $z = 1 + i$ . Il numero complesso  $w = e^{z+z^2}$  ha come argomento

- ☐ (a) 3.                      |                      ☐ (b) -1.                      |                      ☐ (c) -3.                      |                      ☐ (d) 1.

[Var. 2] Sia  $z = 1 + i$ . Il numero complesso  $w = e^{z-z^2}$  ha come argomento

- ☐ (a) -1.                      |                      ☐ (b) 1.                      |                      ☐ (c) -3.                      |                      ☐ (d) 3.

[Var. 3] Sia  $z = 1 + i$ . Il numero complesso  $w = e^{-z+z^2}$  ha come argomento

- ☐ (a) 1.                      |                      ☐ (b) -1.                      |                      ☐ (c) -3.                      |                      ☐ (d) 3.

[Var. 4] Sia  $z = 1 + i$ . Il numero complesso  $w = e^{-z-z^2}$  ha come argomento

- ☐ (a) -3.                      |                      ☐ (b) -1.                      |                      ☐ (c) 1.                      |                      ☐ (d) 3.

(2) [Var. 1] L'immagine della funzione  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da  $f(x) = \begin{cases} |e^x - 1| - 1 & \text{se } x \leq 0 \\ \frac{1}{x+1} - 2 & \text{se } x > 0 \end{cases}$  è

- ☐ (a)  $(-2, 0)$                       |                      ☐ (c)  $[-2, 0]$   
☐ (b)  $[0, 2]$                       |                      ☐ (d)  $(0, 2]$

[Var. 2] L'immagine della funzione  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da  $f(x) = \begin{cases} e^x - 1 & \text{se } x \leq 0 \\ \cos x - 1 & \text{se } x > 0 \end{cases}$  è

- ☐ (a)  $[-2, 0]$                       |                      ☐ (c)  $(-2, 0)$   
☐ (b)  $[0, 2]$                       |                      ☐ (d)  $(0, 2]$

[Var. 3] L'immagine della funzione  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da  $f(x) = \begin{cases} -\arctan x & \text{se } x \leq 0 \\ 1 - \cos x & \text{se } x > 0 \end{cases}$  è

- ☐ (a)  $[0, 2]$                       |                      ☐ (c)  $[-2, 0]$   
☐ (b)  $(-2, 0)$                       |                      ☐ (d)  $(0, 2]$

[Var. 4] L'immagine della funzione  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{1-x} & \text{se } x \leq 0 \\ 2 - e^{-x} & \text{se } x > 0 \end{cases}$  è

- ☐ (a)  $(0, 2)$                       |                      ☐ (c)  $[-2, 0]$   
☐ (b)  $[0, 2]$                       |                      ☐ (d)  $(-2, 0)$

(3) [Var. 1] Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione reale di variabile reale. Quale tra le seguenti definizioni di  $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = 3$  è corretta?

- ☐ (a)  $\forall b > 0 \quad \exists \alpha > 0 \quad \text{tale che} \quad |f(x) - 3| < b \quad \forall x \in \mathbb{R} \quad \text{tale che} \quad -1 < x < -1 + \alpha$

- ☐ (b)  $\forall b > 0 \quad \exists \alpha > 0$  tale che  $|f(x) - 3| < b \quad \forall x \in \mathbb{R}$  tale che  $0 < |-1^+ - x| < \alpha$
- ☐ (c)  $\forall b > 0 \quad \exists \alpha > 0$  tale che  $|f(x) - 1^+| < b \quad \forall x \in \mathbb{R}$  tale che  $0 < |3 - x| < \alpha$
- ☐ (d)  $\forall b > 0 \quad \exists \alpha > 0$  tale che  $|f(x) - b| < 3 \quad \forall x \in \mathbb{R}$  tale che  $-1 < x < -1 + \alpha$

[Var. 2] Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione reale di variabile reale. Quale tra le seguenti definizioni di  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 3$  è corretta?

- ☐ (a)  $\forall b > 0 \quad \exists \alpha > 0$  tale che  $|f(x) - 3| < b \quad \forall x \in \mathbb{R}$  tale che  $1 - \alpha < x < 1$
- ☐ (b)  $\forall b > 0 \quad \exists \alpha > 0$  tale che  $|f(x) - 3| < b \quad \forall x \in \mathbb{R}$  tale che  $0 < |1^- - x| < \alpha$
- ☐ (c)  $\forall b > 0 \quad \exists \alpha > 0$  tale che  $|f(x) - 1^-| < b \quad \forall x \in \mathbb{R}$  tale che  $0 < |3 - x| < \alpha$
- ☐ (d)  $\forall b > 0 \quad \exists \alpha > 0$  tale che  $|f(x) - b| < 3 \quad \forall x \in \mathbb{R}$  tale che  $1 - \alpha < x < 1$

[Var. 3] Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione reale di variabile reale. Quale tra le seguenti definizioni di  $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = 2$  è corretta?

- ☐ (a)  $\forall b > 0 \quad \exists \alpha > 0$  tale che  $|f(x) - 2| < b \quad \forall x \in \mathbb{R}$  tale che  $-1 < x < -1 + \alpha$
- ☐ (b)  $\forall b > 0 \quad \exists \alpha > 0$  tale che  $|f(x) - 2| < b \quad \forall x \in \mathbb{R}$  tale che  $0 < |-1^+ - x| < \alpha$
- ☐ (c)  $\forall b > 0 \quad \exists \alpha > 0$  tale che  $|f(x) - 1^+| < b \quad \forall x \in \mathbb{R}$  tale che  $0 < |2 - x| < \alpha$
- ☐ (d)  $\forall b > 0 \quad \exists \alpha > 0$  tale che  $|f(x) - b| < 2 \quad \forall x \in \mathbb{R}$  tale che  $-1 < x < -1 + \alpha$

[Var. 4] Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione reale di variabile reale. Quale tra le seguenti definizioni di  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 2$  è corretta?

- ☐ (a)  $\forall b > 0 \quad \exists \alpha > 0$  tale che  $|f(x) - 2| < b \quad \forall x \in \mathbb{R}$  tale che  $1 - \alpha < x < 1$
- ☐ (b)  $\forall b > 0 \quad \exists \alpha > 0$  tale che  $|f(x) - 2| < b \quad \forall x \in \mathbb{R}$  tale che  $0 < |1^- - x| < \alpha$
- ☐ (c)  $\forall b > 0 \quad \exists \alpha > 0$  tale che  $|f(x) - 1^-| < b \quad \forall x \in \mathbb{R}$  tale che  $0 < |2 - x| < \alpha$
- ☐ (d)  $\forall b > 0 \quad \exists \alpha > 0$  tale che  $|f(x) - b| < 2 \quad \forall x \in \mathbb{R}$  tale che  $1 - \alpha < x < 1$

(4) [Var. 1] L'insieme  $E \subseteq \mathbb{R}$  definito da  $E = \bigcup_{n=1}^{+\infty} \left[ \frac{1}{n}, +\infty \right)$

- |                                                      |                                                         |
|------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> (a) è aperto ma non chiuso. | <input type="checkbox"/> (c) non è né aperto né chiuso. |
| <input type="checkbox"/> (b) è chiuso ma non aperto. | <input type="checkbox"/> (d) è sia chiuso che aperto.   |

[Var. 2] L'insieme  $E \subseteq \mathbb{R}$  definito da  $E = \bigcup_{n=1}^{+\infty} \left[ -\frac{1}{n}, +\infty \right)$

- |                                                      |                                                         |
|------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> (a) è chiuso ma non aperto. | <input type="checkbox"/> (c) non è né aperto né chiuso. |
| <input type="checkbox"/> (b) è aperto ma non chiuso. | <input type="checkbox"/> (d) è sia chiuso che aperto.   |

[Var. 3] L'insieme  $E \subseteq \mathbb{R}$  definito da  $E = \bigcup_{n=1}^{+\infty} [-n, +\infty)$

☐ (a) è sia chiuso che aperto.

☐ (b) è chiuso ma non aperto.

☐ (c) non è né aperto né chiuso.

☐ (d) è aperto ma non chiuso.

[Var. 4] L'insieme  $E \subseteq \mathbb{R}$  definito da  $E = \bigcup_{n=1}^{+\infty} \left[ \frac{1}{n}, 1 \right]$

☐ (a) non è né aperto né chiuso.

☐ (b) è chiuso ma non aperto.

☐ (c) è aperto ma non chiuso.

☐ (d) è sia chiuso che aperto.

(5) [Var. 1] Il limite  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[3]{x+5} - 2}{\sqrt[4]{x-2} - 1}$

☐ (a) vale  $1/3$ 
☐ (b) non esiste finito

☐ (c) vale  $+\infty$ 
☐ (d) vale  $-1/3$ 

[Var. 2] Il limite  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt[4]{x-2} - 1}{\sqrt[3]{x+5} - 2}$

☐ (a) vale 3

☐ (b) non esiste finito

☐ (c) vale  $-\infty$ 
☐ (d) vale  $1/3$ 

[Var. 3] Il limite  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt[3]{x+22} - 3}{\sqrt[4]{x-4} - 1}$

☐ (a) vale  $4/27$ 
☐ (b) vale 0

☐ (c) non esiste

☐ (d) vale  $27/4$ 

[Var. 4] Il limite  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt[4]{x-4} - 1}{\sqrt[3]{x+22} - 3}$

☐ (a) vale  $27/4$ 
☐ (b) vale 0

☐ (c) non esiste

☐ (d) vale  $4/27$ 

(6) [Var. 1] Siano  $N = \{n \in \mathbb{N} \mid n \geq 1\}$  e, per ogni  $m, n \in N$ ,  $x(m, n) = 2^{m-n}$ . Posto  $z = \inf_{m \in N} \left( \sup_{n \in N} x(m, n) \right)$ , risulta

☐ (a)  $z = 1$ 
☐ (b)  $z = 0$ 
☐ (c)  $z = -\infty$ 
☐ (d)  $z = 1/2$ 

[Var. 2] Siano  $N = \{n \in \mathbb{N} \mid n \geq 1\}$  e, per ogni  $m, n \in N$ ,  $x(m, n) = 2^{m-n}$ . Posto  $z = \sup_{m \in N} \left( \inf_{n \in N} x(m, n) \right)$ , risulta

☐ (a)  $z = 0$ ☐ (b)  $z = 1$ ☐ (c)  $z = +\infty$ ☐ (d)  $z = 1/2$ 

[Var. 3] Siano  $N = \{n \in \mathbb{N} \mid n \geq 1\}$  e, per ogni  $m, n \in N$ ,  $x(m, n) = \pi^{m-n}$ . Posto  $z = \inf_{m \in N} \left( \sup_{n \in N} x(m, n) \right)$ , risulta

☐ (a)  $z = 1$ ☐ (b)  $z = 0$ ☐ (c)  $z = -\infty$ ☐ (d)  $z = \pi$ 

[Var. 4] Siano  $N = \{n \in \mathbb{N} \mid n \geq 1\}$  e, per ogni  $m, n \in N$ ,  $x(m, n) = \pi^{m-n}$ . Posto  $z = \sup_{m \in N} \left( \inf_{n \in N} x(m, n) \right)$ , risulta

☐ (a)  $z = 0$ ☐ (b)  $z = 0$ ☐ (c)  $z = +\infty$ ☐ (d)  $z = \pi$ 

(7) [Var. 1] Il limite  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{\sin x} - \frac{1}{\tan x} \right)$

☐ (a) vale 0☐ (b) non esiste finito☐ (c) vale  $-\infty$ ☐ (d) vale 1

[Var. 2] Il limite  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{\tan x} - \frac{1}{\sin x} \right)$

☐ (a) vale 0☐ (b) non esiste finito☐ (c) vale  $+\infty$ ☐ (d) vale 1

[Var. 3] Il limite  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{\sin(2x)} - \frac{1}{\tan(2x)} \right)$

☐ (a) vale 0☐ (b) non esiste finito☐ (c) vale  $-\infty$ ☐ (d) vale 1

[Var. 4] Il limite  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{\tan(2x)} - \frac{1}{\sin(2x)} \right)$

☐ (a) vale 0☐ (b) non esiste finito☐ (c) vale  $+\infty$ ☐ (d) vale 1

(8) [Var. 1] Per ogni  $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$  definiamo l'insieme  $E_n = \{x \in \mathbb{R} \mid 1/(n+1) \leq x \leq 1/n\}$ . L'insieme

$$E = \{x \in \mathbb{R} \mid x \in E_n \text{ per ogni } n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}\}$$

☐ (a) è vuoto

☐ (b) è uguale all'insieme  $\{0\}$ 
☐ (c) è uguale all'insieme  $[0, 1]$ 
☐ (d) coincide con  $\mathbb{R}$ .

[Var. 2] Per ogni  $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$  definiamo l'insieme  $E_n = \{x \in \mathbb{R} \mid 1/(n+1) \leq x \leq 1/n\}$ . L'insieme

$$E = \{x \in \mathbb{R} \mid x \in E_n \text{ per qualche } n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}\}$$

☐ (a) è uguale all'insieme  $(0, 1]$ 
☐ (b) è vuoto

☐ (c) è uguale all'insieme  $[0, 1]$ 
☐ (d) coincide con  $\mathbb{R}$ .

[Var. 3] Per ogni  $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$  definiamo l'insieme  $E_n = \{x \in \mathbb{R} \mid 1/(n+1)^2 \leq x \leq 1/n^2\}$ . L'insieme

$$E = \{x \in \mathbb{R} \mid x \in E_n \text{ per ogni } n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}\}$$

☐ (a) è vuoto

☐ (b) è uguale all'insieme  $\{0\}$ 
☐ (c) è uguale all'insieme  $[0, 1]$ 
☐ (d) coincide con  $\mathbb{R}$ .

[Var. 4] Per ogni  $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$  definiamo l'insieme  $E_n = \{x \in \mathbb{R} \mid 1/(n+1)^2 \leq x \leq 1/n^2\}$ . L'insieme

$$E = \{x \in \mathbb{R} \mid x \in E_n \text{ per qualche } n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}\}$$

☐ (a) è uguale all'insieme  $(0, 1]$ 
☐ (b) è vuoto

☐ (c) è uguale all'insieme  $[0, 1]$ 
☐ (d) coincide con  $\mathbb{R}$ .

(9) [Var. 1] Quale dei seguenti insiemi **non** è numerabile?

☐ (a)  $\{z \in \mathbb{C} : z + \bar{z} - 3 \in \mathbb{N}\}$ .

☐ (b)  $\{z \in \mathbb{C} : e^{iz} = 1\}$ .

☐ (c)  $f(\mathbb{Q})$  dove  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = [x]$  è la funzione parte intera.

☐ (d)  $\mathbb{Q} \times \mathbb{N}$ .

[Var. 2] Quale dei seguenti insiemi **non** è numerabile?

☐ (a)  $\{z \in \mathbb{C} : z - \bar{z} + 2 \in \mathbb{N}\}$ .

☐ (b)  $\{z \in \mathbb{C} : e^{iz} = 2\}$ .

☐ (c)  $f(\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q})$  dove  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = [x]$  è la funzione parte intera.

☐ (d)  $\mathbb{Q} \setminus \mathbb{N}$ .

[Var. 3] Quale dei seguenti insiemi **non** è numerabile?

☐ (a)  $\{z \in \mathbb{C} : z \cdot \bar{z} - 1 \in \mathbb{N}\}$ .

☐ (b)  $\{z \in \mathbb{C} : e^z = i\}$ .

☐ (c)  $f((-\infty, 3])$  dove  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = [x]$  è la funzione parte intera.

☐ (d)  $\mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}$ .

[Var. 4] Quale dei seguenti insiemi **non** è numerabile?

☐ (a)  $\{z \in \mathbb{C} : 1 + z \cdot \bar{z} \in \mathbb{N}\}.$

☐ (b)  $\{z \in \mathbb{C} : e^{2z} = -1\}.$

☐ (c)  $f([-1, +\infty))$  dove  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  
 $f(x) = [x]$  è la funzione parte intera.

☐ (d)  $\mathbb{Z} \times \mathbb{N}.$

(10) [Var. 1] Sia  $A = \left\{ z \in \mathbb{C} \setminus \{0\} : \left(z + \frac{1}{z}\right)^4 = 0 \right\}$ . Allora

☐ (a)  $\operatorname{Re} z = 0$  per ogni  $z \in A$ .

☐ (b)  $\operatorname{Im} z = 0$  per ogni  $z \in A$ .

☐ (c)  $A$  è vuoto.

☐ (d)  $A$  ha esattamente 4 elementi distinti.

[Var. 2] Sia  $A = \left\{ z \in \mathbb{C} \setminus \{0\} : \left(4z + \frac{1}{z}\right)^5 = 0 \right\}$ . Allora

☐ (a)  $\operatorname{Re} z = 0$  per ogni  $z \in A$ .

☐ (b)  $\operatorname{Im} z = 0$  per ogni  $z \in A$ .

☐ (c)  $A$  è vuoto.

☐ (d)  $A$  ha esattamente 5 elementi distinti.

[Var. 3] Sia  $A = \left\{ z \in \mathbb{C} \setminus \{0\} : \left(iz + \frac{1}{iz}\right)^3 = 0 \right\}$ . Allora

☐ (a)  $\operatorname{Im} z = 0$  per ogni  $z \in A$ .

☐ (b)  $\operatorname{Re} z = 0$  per ogni  $z \in A$ .

☐ (c)  $A$  è vuoto.

☐ (d)  $A$  ha esattamente 3 elementi distinti.

[Var. 4] Sia  $A = \left\{ z \in \mathbb{C} \setminus \{0\} : \left(\frac{z}{i} + \frac{i}{z}\right)^4 = 0 \right\}$ . Allora

☐ (a)  $\operatorname{Im} z = 0$  per ogni  $z \in A$ .

☐ (b)  $\operatorname{Re} z = 0$  per ogni  $z \in A$ .

☐ (c)  $A$  è vuoto.

☐ (d)  $A$  ha esattamente 4 elementi distinti.

(11) [Var. 1] Sia  $E = \left\{ \frac{n}{n+m} : n, m \in \mathbb{N} \text{ e } 0 < n < m < 2n \right\}$ . Allora

☐ (a) l'interno di  $E$  è vuoto.

☐ (b) non esistono in  $\mathbb{R}$  punti di accumulazione per  $E$ .

☐ (c)  $E$  è chiuso.

☐ (d)  $\partial E \neq \bar{E}$ .

[Var. 2] Sia  $E = \left\{ \frac{n}{n+m} : n, m \in \mathbb{N} \text{ e } 0 < n < m < 2n \right\}$ . Allora

☐ (a)  $\frac{5}{12}$  è un punto di accumulazione per  $E$ .

☐ (b) esistono punti interni di  $E$ .

☐ (c)  $\sqrt{2} - 1$  non è un punto di accumulazione per  $E$ .

☐ (d)  $\partial E \neq \bar{E}$ .

[Var. 3] Sia  $E = \left\{ \frac{n}{n+m} : n, m \in \mathbb{N} \text{ e } 0 < 2n < m < 5n \right\}$ . Allora

☐ (a) l'interno di  $E$  è vuoto.☐ (b) non esistono in  $\mathbb{R}$  punti di accumulazione per  $E$ .☐ (c)  $E$  è chiuso.☐ (d)  $\partial E \neq \bar{E}$ .

[Var. 4] Sia  $E = \left\{ \frac{n}{n+m} : n, m \in \mathbb{N} \text{ e } 0 < 2n < m < 5n \right\}$ . Allora

☐ (a)  $\frac{1}{4}$  è un punto di accumulazione per  $E$ .☐ (b) esistono punti interni di  $E$ .☐ (c)  $\sqrt{5} - 2$  non è un punto di accumulazione per  $E$ .☐ (d)  $\partial E \neq \bar{E}$ .

