



Matricola:

0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9

Istruzioni: riempire **completamente** le bolle con le cifre del numero di matricola (una cifra per colonna); nella parte sotto del foglio, riempire **completamente** le bolle con le risposte alle domande a scelta multipla. Per riempire, usare penna o matita nera, colorando tutto l'interno e cercando di non uscire dal bordo. Non sono ammesse correzioni, dato che il foglio verrà analizzato da un computer.

Cognome:.....Nome:.....Firma:.....

Segnare le risposte delle domande a scelta multipla

- (1) (A) (B) (C) (D)
- (2) (A) (B) (C) (D)
- (3) (A) (B) (C) (D)
- (4) (A) (B) (C) (D)
- (5) (A) (B) (C) (D)
- (6) (A) (B) (C) (D)

- (7) (A) (B) (C) (D)
- (8) (A) (B) (C) (D)
- (9) (A) (B) (C) (D)
- (10) (A) (B) (C) (D)
- (11) (A) (B) (C) (D)

Domande a scelta multipla**(1) [Var. 1]** Sia $z = i^5 + i + 1$. La parte reale di z è

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--|----------------------------------|--|---------------------------------|--|----------------------------------|
| ☐ (a) [=] 1. | | ☐ (b) -1. | | ☐ (c) 2. | | ☐ (d) -2. |
|-------------------------------------|--|----------------------------------|--|---------------------------------|--|----------------------------------|

[Var. 2] Sia $z = i^3 + i + 1$. La parte immaginaria di z è

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--|---------------------------------|--|----------------------------------|--|---------------------------------|
| ☐ (a) [=] 0. | | ☐ (b) 1. | | ☐ (c) -3. | | ☐ (d) 3. |
|-------------------------------------|--|---------------------------------|--|----------------------------------|--|---------------------------------|

[Var. 3] Sia $z = i^4 + i + 1$. La parte reale di z è

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--|----------------------------------|--|----------------------------------|--|---------------------------------|
| ☐ (a) [=] 2. | | ☐ (b) -1. | | ☐ (c) -3. | | ☐ (d) 3. |
|-------------------------------------|--|----------------------------------|--|----------------------------------|--|---------------------------------|

[Var. 4] Sia $z = i^5 - i + 1$. La parte immaginaria di z è

- | | | | | | | |
|-------------------------------------|--|----------------------------------|--|---------------------------------|--|---------------------------------|
| ☐ (a) [=] 0. | | ☐ (b) -1. | | ☐ (c) 1. | | ☐ (d) 3. |
|-------------------------------------|--|----------------------------------|--|---------------------------------|--|---------------------------------|

(2) [Var. 1] Una delle radici quarte del numero complesso $z = -8 - 8\sqrt{3}i$ è data da

- | | | |
|--|--|---|
| ☐ (a) [=] $1 + \sqrt{3}i$. | | ☐ (c) $\sqrt{2} + \sqrt{2}i$. |
| ☐ (b) $\sqrt{3} + i$. | | ☐ (d) $\sqrt{2} - \sqrt{2}i$. |

[Var. 2] Una delle radici terze del numero complesso $z = -4\sqrt{2} + 4\sqrt{2}i$ è data da

- | | | |
|---|--|--|
| ☐ (a) [=] $\sqrt{2} + \sqrt{2}i$. | | ☐ (c) $1 + \sqrt{3}i$. |
| ☐ (b) $\sqrt{2} - \sqrt{2}i$. | | ☐ (d) $\sqrt{3} + i$. |

[Var. 3] Una delle radici terze del numero complesso $z = -4\sqrt{2} - 4\sqrt{2}i$ è data da

- | | | |
|---|--|---|
| ☐ (a) [=] $\sqrt{2} - \sqrt{2}i$. | | ☐ (c) $\sqrt{3} + i$. |
| ☐ (b) $1 + \sqrt{3}i$. | | ☐ (d) $\sqrt{2} + \sqrt{2}i$. |

[Var. 4] Una delle radici quarte del numero complesso $z = -8 + 8\sqrt{3}i$ è data da

- | | | |
|---|--|---|
| ☐ (a) [=] $\sqrt{3} + i$. | | ☐ (c) $\sqrt{2} - \sqrt{2}i$. |
| ☐ (b) $\sqrt{2} + \sqrt{2}i$. | | ☐ (d) $1 + \sqrt{3}i$. |

(3) [Var. 1] Sia $E = \left\{x \in \mathbb{R} : -1 < x - [x] < \frac{1}{2}\right\}$ (dove $[x]$ indica la parte intera di x). Allora

- | | | |
|---|--|--|
| ☐ (a) [=] ∂E è numerabile. | | ☐ (c) E è chiuso. |
| ☐ (b) E è aperto. | | ☐ (d) Il derivato di E è vuoto. |

[Var. 2] Sia $E = \left\{x \in \mathbb{R} : -2 < x - [x] < \frac{1}{3}\right\}$ (dove $[x]$ indica la parte intera di x). Allora

☐ (a) [=] ∂E è numerabile.

☐ (b) E è aperto.

☐ (c) E è chiuso.

☐ (d) Il derivato di E è vuoto.

[Var. 3] Sia $E = \left\{x \in \mathbb{R} : x - [x] = \frac{1}{2}\right\}$ (dove $[x]$ indica la parte intera di x). Allora

☐ (a) [=] Il derivato di E è vuoto.

☐ (b) E è aperto.

☐ (c) ∂E è vuota.

☐ (d) E non è chiuso.

[Var. 4] Sia $E = \left\{x \in \mathbb{R} : x - [x] = \frac{1}{3}\right\}$ (dove $[x]$ indica la parte intera di x). Allora

☐ (a) [=] Il derivato di E è vuoto.

☐ (b) E è aperto.

☐ (c) ∂E è vuota.

☐ (d) E non è chiuso.

(4) [Var. 1] Siano $f: (0, 1) \rightarrow \mathbb{R}$ e $g: (-\infty, 0) \cup (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definite da $f(x) = x/(x-1)$, $g(x) = \sin(1/x)$. La funzione $g \circ f$ è

☐ (a) [=] né iniettiva né suriettiva.

☐ (b) iniettiva ma non suriettiva.

☐ (c) suriettiva ma non iniettiva.

☐ (d) iniettiva e suriettiva.

[Var. 2] Siano $f: (0, 1) \rightarrow \mathbb{R}$ e $g: (-\infty, 0) \cup (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definite da $f(x) = (x-1)/x$, $g(x) = \sin(1/x)$. La funzione $g \circ f$ è

☐ (a) [=] né iniettiva né suriettiva.

☐ (b) iniettiva ma non suriettiva.

☐ (c) suriettiva ma non iniettiva.

☐ (d) iniettiva e suriettiva.

[Var. 3] Siano $f: (0, 1) \rightarrow \mathbb{R}$ e $g: (-\infty, 0) \cup (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definite da $f(x) = \tan(\pi x/2)$, $g(x) = \sin(1/x)$. La funzione $g \circ f$ è

☐ (a) [=] né iniettiva né suriettiva.

☐ (b) iniettiva ma non suriettiva.

☐ (c) suriettiva ma non iniettiva.

☐ (d) iniettiva e suriettiva.

[Var. 4] Siano $f: (0, 1) \rightarrow \mathbb{R}$ e $g: (-\infty, 0) \cup (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definite da $f(x) = \cotan(\pi x/2)$, $g(x) = \sin(1/x)$. La funzione $g \circ f$ è

☐ (a) [=] né iniettiva né suriettiva.

☐ (b) iniettiva ma non suriettiva.

☐ (c) suriettiva ma non iniettiva.

☐ (d) iniettiva e suriettiva.

(5) [Var. 1] Siano $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ due funzioni così definite:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \in \mathbb{Q}, \\ 1 & \text{se } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}, \end{cases} \quad g(x) = \frac{3x-1}{x^2+4}.$$

Risulta

- | | | |
|--|--|--|
| ☐ (a) $(f \circ g)(x) = 0$ per ogni $x \in \mathbb{Q}$.
☐ (b) $(f \circ g)(x) = 1$ per ogni $x \in \mathbb{Q}$. | | ☐ (c) $f \circ g$ non è definita.
☐ (d) $(f \circ g)(\sqrt{2}) = 0$. |
|--|--|--|

[Var. 2] Siano $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ due funzioni così definite:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \in \mathbb{Q}, \\ 1 & \text{se } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}, \end{cases} \quad g(x) = \frac{2x+7}{3x^2+1}.$$

Risulta

- | | | |
|--|--|--|
| ☐ (a) $(f \circ g)(x) = 0$ per ogni $x \in \mathbb{Q}$.
☐ (b) $(f \circ g)(x) = 1$ per ogni $x \in \mathbb{Q}$. | | ☐ (c) $f \circ g$ non è definita.
☐ (d) $(f \circ g)(\sqrt{2}) = 0$. |
|--|--|--|

[Var. 3] Siano $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ due funzioni così definite:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \in \mathbb{Q}, \\ 1 & \text{se } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}, \end{cases} \quad g(x) = \frac{x+\sqrt{5}}{x^2+4}.$$

Risulta

- | | | |
|--|--|--|
| ☐ (a) $(f \circ g)(x) = 1$ per ogni $x \in \mathbb{Q}$.
☐ (b) $(f \circ g)(x) = 0$ per ogni $x \in \mathbb{Q}$. | | ☐ (c) $f \circ g$ non è definita.
☐ (d) $(f \circ g)(\sqrt{2}) = 0$. |
|--|--|--|

[Var. 4] Siano $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ due funzioni così definite:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \in \mathbb{Q}, \\ 1 & \text{se } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}, \end{cases} \quad g(x) = \frac{2x-\sqrt{3}}{x^2+2}.$$

Risulta

- | | | |
|--|--|---|
| ☐ (a) $(f \circ g)(x) = 1$ per ogni $x \in \mathbb{Q}$
☐ (b) $(f \circ g)(x) = 0$ per ogni $x \in \mathbb{Q}$ | | ☐ (c) $f \circ g$ non è definita
☐ (d) $(f \circ g)(\sqrt{2}) = 0$. |
|--|--|---|

(6) [Var. 1] Quale delle seguenti condizioni è sufficiente perché un insieme A sia numerabile?

- | | | |
|---|--|--|
| ☐ (a) Esiste una funzione $f: \mathbb{N} \rightarrow A$ suriettiva e $\mathbb{Z} \subseteq A$.
☐ (b) $\mathbb{N} \subseteq A$ e $A \neq \mathbb{R}$. | | ☐ (c) Esiste una funzione $f: \mathbb{N} \rightarrow A$ iniettiva e $\mathbb{Z} \subseteq A$.
☐ (d) $A = \mathbb{Q} \times \mathbb{R}$. |
|---|--|--|

[Var. 2] Quale delle seguenti condizioni è sufficiente perché un insieme A sia numerabile?

☐ (a) [=] Esiste una funzione $f : \mathbb{N} \rightarrow A$ suriettiva e $\mathbb{Q} \subseteq A$.

☐ (b) $\mathbb{Z} \subseteq A$ e $A \neq \mathbb{R}$.

☐ (c) Esiste una funzione $f : \mathbb{N} \rightarrow A$ iniettiva e $\mathbb{Q} \subseteq A$.

☐ (d) $A = \mathbb{Z} \times \mathbb{R}$.

[Var. 3] Quale delle seguenti condizioni è sufficiente perché un insieme A sia numerabile?

☐ (a) [=] Esiste una funzione $f : \mathbb{Z} \times \mathbb{Q} \rightarrow A$ biiettiva.

☐ (b) $\mathbb{N} \subseteq A$ e $A \neq \mathbb{R}$.

☐ (c) Esiste una funzione $f : \mathbb{Z} \times \mathbb{Q} \rightarrow A$ iniettiva e $\mathbb{N} \subseteq A$.

☐ (d) $A = \mathbb{Z} \times (0, 1)$.

[Var. 4] Quale delle seguenti condizioni è sufficiente perché un insieme A sia numerabile?

☐ (a) [=] Esiste una funzione $f : A \rightarrow \mathbb{Q} \times \mathbb{N}$ biiettiva.

☐ (b) $\mathbb{Z} \subseteq A$ e $A \neq \mathbb{R}$.

☐ (c) Esiste una funzione $f : \mathbb{Q} \times \mathbb{N} \rightarrow A$ iniettiva e $\mathbb{N} \subseteq A$.

☐ (d) $A = \mathbb{N} \times (0, 1)$.

(7) [Var. 1] Quale tra i seguenti insiemi ha sia il massimo che il minimo?

☐ (a) [=] $\left\{ \frac{(-1)^n}{n+1} \mid n \in \mathbb{N} \right\}$.

☐ (b) $\left[\frac{1}{2}, \sqrt{2} \right] \cap \mathbb{Q}$.

☐ (c) $\left(\frac{1}{2}, \sqrt{2} \right] \cap \mathbb{Q}$.

☐ (d) $\left\{ \frac{1}{n+1} \mid n \in \mathbb{N} \right\}$.

[Var. 2] Quale tra i seguenti insiemi ha il massimo ma non il minimo?

☐ (a) [=] $\left\{ \frac{1}{n+1} \mid n \in \mathbb{N} \right\}$.

☐ (b) $\left\{ \frac{(-1)^n}{n+1} \mid n \in \mathbb{N} \right\}$.

☐ (c) $\left[\frac{1}{2}, \sqrt{2} \right] \cap \mathbb{Q}$.

☐ (d) $\left(\frac{1}{2}, \sqrt{2} \right] \cap \mathbb{Q}$.

[Var. 3] Quale tra i seguenti insiemi ha il minimo ma non il massimo?

☐ (a) [=] $\left[\frac{1}{2}, \sqrt{2} \right] \cap \mathbb{Q}$.

☐ (b) $\left(\frac{1}{2}, \sqrt{2} \right] \cap \mathbb{Q}$.

☐ (c) $\left\{ \frac{1}{n+1} \mid n \in \mathbb{N} \right\}$.

☐ (d) $\left\{ \frac{(-1)^n}{n+1} \mid n \in \mathbb{N} \right\}$.

[Var. 4] Quale tra i seguenti insiemi non ha né il minimo né il massimo?

☐ (a) [=] $\left(\frac{1}{2}, \sqrt{2} \right] \cap \mathbb{Q}$.

☐ (b) $\left\{ \frac{1}{n+1} \mid n \in \mathbb{N} \right\}$.

☐ (c) $\left\{ \frac{(-1)^n}{n+1} \mid n \in \mathbb{N} \right\}$.

☐ (d) $\left[\frac{1}{2}, \sqrt{2} \right] \cap \mathbb{Q}$.

(8) [Var. 1] Sia $A \subseteq \mathbb{R}$ inferiormente limitato tale che $\forall \varepsilon > 0 \exists x \in A : x < 2 + \varepsilon$. Allora

☐ (a) $[=] \inf A \leq 2.$

☐ (b) $2 \in A.$

☐ (c) $A \cap (1, 3) \neq \emptyset,$

☐ (d) 2 è un maggiorante di $A.$

[Var. 2] Sia $A \subseteq \mathbb{R}$ inferiormente limitato tale che $\forall \varepsilon > 0 \exists x \in A : x < 4 + \varepsilon.$ Allora

☐ (a) $[=] \inf A \leq 4.$

☐ (b) $4 \in A.$

☐ (c) $A \cap (3, 5) \neq \emptyset,$

☐ (d) 4 è un maggiorante di $A.$

[Var. 3] Sia $A \subseteq \mathbb{R}$ superiormente limitato tale che $\forall \varepsilon > 0 \exists x \in A : x > 5 - \varepsilon.$ Allora

☐ (a) $[=] \sup A \geq 5.$

☐ (b) $5 \in A.$

☐ (c) $A \cap (4, 6) \neq \emptyset,$

☐ (d) 5 è un minorante di $A.$

[Var. 4] Sia $A \subseteq \mathbb{R}$ superiormente limitato tale che $\forall \varepsilon > 0 \exists x \in A : x > 2 - \varepsilon.$ Allora

☐ (a) $[=] \sup A \geq 2.$

☐ (b) $2 \in A.$

☐ (c) $A \cap (1, 3) \neq \emptyset,$

☐ (d) 2 è un minorante di $A.$

(9) [Var. 1] Quale tra le seguenti funzioni $f : \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$ soddisfa la seguente proprietà?

$$\forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0 \text{ tale che } \forall x \in \mathbb{R}, \text{ con } 0 < |x - 1| < \delta, \text{ si ha } 2 - \varepsilon < f(x) < 2 + \varepsilon.$$

[Suggerimento: prestare molta attenzione alla posizione e al tipo dei quantificatori logici]

☐ (a) $[=] f(x) = 2x^2.$

☐ (b) $f(x) = \frac{1}{4}x^2.$

☐ (c) $f(x) = \frac{1}{(x-1)^2}.$

☐ (d) $f(x) = 1.$

[Var. 2] Quale tra le seguenti funzioni $f : \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$ soddisfa la seguente proprietà?

$$\exists \varepsilon > 0, \text{ tale che } \forall \delta > 0, \forall x \in \mathbb{R}, \text{ con } 0 < |x - 1| < \delta, \text{ si ha } 2 - \varepsilon < f(x) < 2 + \varepsilon.$$

[Suggerimento: prestare molta attenzione alla posizione e al tipo dei quantificatori logici]

☐ (a) $[=] f(x) = 1.$

☐ (b) $f(x) = 2x^2.$

☐ (c) $f(x) = \frac{1}{4}x^2.$

☐ (d) $f(x) = \frac{1}{(x-1)^2}.$

[Var. 3] Quale tra le seguenti funzioni $f : \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$ NON soddisfa la seguente proprietà?

$$\exists \varepsilon > 0, \exists \delta > 0, \text{ tali che, } \forall x \in \mathbb{R}, \text{ con } 0 < |x - 1| < \delta, \text{ si ha } 2 - \varepsilon < f(x) < 2 + \varepsilon.$$

[Suggerimento: prestare molta attenzione alla posizione e al tipo dei quantificatori logici]

☐ (a) $[=] f(x) = \frac{1}{(x-1)^2}.$

☐ (b) $f(x) = 2x^2.$

☐ (c) $f(x) = \frac{1}{4}x^2.$

☐ (d) $f(x) = 1.$

[Var. 4] Quale tra le seguenti funzioni $f : \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R}$ soddisfa la seguente proprietà?

$$\forall \varepsilon > 0, \forall \delta > 0, \quad \text{si ha che} \quad \forall x \in \mathbb{R}, \text{ con } 0 < |x - 1| < \delta, \quad \text{si ha} \quad 2 - \varepsilon < f(x) < 2 + \varepsilon.$$

[Suggerimento: prestare molta attenzione alla posizione e al tipo dei quantificatori logici]

☐ (a) $[=] f(x) = 2.$

☐ (b) $f(x) = \frac{1}{(x-1)^2}.$

☐ (c) $f(x) = 2x^2.$

☐ (d) $f(x) = 1.$

(10) [Var. 1] Il valore del seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(4x^2 + 2x^4) - 1}{e^{x^4} - 1} \quad \text{è}$$

☐ (a) $[=] -8.$

☐ (b) $2.$

☐ (c) $8.$

☐ (d) -2

[Var. 2] Il valore del seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(2x^2 + 4x^4) - 1}{1 - e^{x^4}} \quad \text{è}$$

☐ (a) $[=] 2.$

☐ (b) $8.$

☐ (c) $-2.$

☐ (d) $-8.$

[Var. 3] Il valore del seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(2x^2 + 4x^4) - 1}{e^{x^4} - 1} \quad \text{è}$$

☐ (a) $[=] -2.$

☐ (b) $-8.$

☐ (c) $2.$

☐ (d) $8.$

[Var. 4] Il valore del seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(4x^2 + 2x^4) - 1}{1 - e^{x^4}} \quad \text{è}$$

☐ (a) $[=] 8.$

☐ (b) $-2.$

☐ (c) $-8.$

☐ (d) $2.$

(11) [Var. 1] Fissato $\alpha \in (0, +\infty)$, si consideri la successione $a_n = \left(5^n + (1 + \cos(n\pi))\alpha^n\right)^{1/n}$. Quale delle seguenti affermazioni è vera?

☐ (a) [=] Se $\alpha = 4$, $\{a_n\}$ converge.☐ (b) Se $\alpha = 7$, $\{a_n\}$ converge.☐ (c) $\{a_n\}$ converge a $5 + \alpha$ per ogni $\alpha > 0$.☐ (d) Esiste $\alpha > 0$ tale che $\{a_n\}$ non ha alcuna sottosuccessione convergente.

[Var. 2] Fissato $\alpha \in (0, +\infty)$, si consideri la successione $a_n = \left(8^n + (1 + \cos(n\pi))\alpha^n\right)^{1/n}$. Quale delle seguenti affermazioni è vera?

☐ (a) [=] Se $\alpha = 7$, $\{a_n\}$ converge.☐ (b) Se $\alpha = 9$, $\{a_n\}$ converge.☐ (c) $\{a_n\}$ converge a $8 + \alpha$ per ogni $\alpha > 0$.☐ (d) Esiste $\alpha > 0$ tale che $\{a_n\}$ non ha alcuna sottosuccessione convergente.

[Var. 3] Fissato $\alpha \in (0, +\infty)$, si consideri la successione $a_n = \left(\alpha^n + (1 + \cos(n\pi))5^n\right)^{1/n}$. Quale delle seguenti affermazioni è vera?

☐ (a) [=] Se $\alpha = 7$, $\{a_n\}$ converge.☐ (b) Se $\alpha = 4$, $\{a_n\}$ converge.☐ (c) $\{a_n\}$ converge a $\alpha + 5$ per ogni $\alpha > 0$.☐ (d) Esiste $\alpha > 0$ tale che $\{a_n\}$ non ha alcuna sottosuccessione convergente.

[Var. 4] Fissato $\alpha \in (0, +\infty)$, si consideri la successione $a_n = \left(\alpha^n + (1 + \cos(n\pi))8^n\right)^{1/n}$. Quale delle seguenti affermazioni è vera?

☐ (a) [=] Se $\alpha = 9$, $\{a_n\}$ converge.☐ (b) Se $\alpha = 7$, $\{a_n\}$ converge.☐ (c) $\{a_n\}$ converge a $\alpha + 8$ per ogni $\alpha > 0$.☐ (d) Esiste $\alpha > 0$ tale che $\{a_n\}$ non ha alcuna sottosuccessione convergente.

