

Esercizi sulla Pianificazione di un progetto

Per ciascuno dei seguenti problemi di pianificazione di progetti, rispondere alle seguenti domande:

- Rappresentare il problema come problema di cammino di costo massimo su un grafo opportuno.
- Calcolare il minimo e massimo istante di inizio di ogni attività.
- Calcolare la minima durata del progetto e trovare tutte le attività critiche.

Esercizio 1.

attività	A	B	C	D	E	F
tempo di processamento	5	2	4	4	6	3
predecessori	—	—	A	A,B	C,D	D

Esercizio 2.

attività	A	B	C	D	E	F
tempo di processamento	3	4	5	6	7	2
predecessori	—	A	A	B,C	B,C	D,E

Esercizio 3.

attività	A	B	C	D	E	F
tempo di processamento	5	2	3	6	4	1
predecessori	—	—	A	A,B	C	D

Esercizio 4.

attività	A	B	C	D	E	F	G
tempo di processamento	3	4	5	6	2	7	9
predecessori	—	—	A	A,B	B	C,D,E	D,E

Esercizio 5.

attività	A	B	C	D	E	F
tempo di processamento	3	4	5	6	1	2
predecessori	—	—	—	A	A,B,C	B,C

Esercizio 6.

attività	A	B	C	D	E	F
tempo di svolgimento	5	4	3	2	6	5
predecessori	—	A	A	B,C	B,C	B,C

Esercizio 7.

attività	A	B	C	D	E	F
tempo di svolgimento	2	6	5	3	4	7
predecessori	—	—	A,B	A,B	C,D	C,D

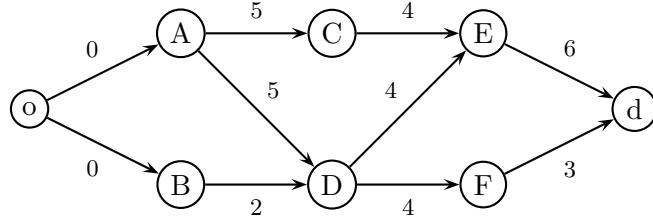
Esercizio 8.

attività	A	B	C	D	E	F
tempo di svolgimento	2	6	5	3	4	7
predecessori	—	A	A,B	B,C	C,D	D,E

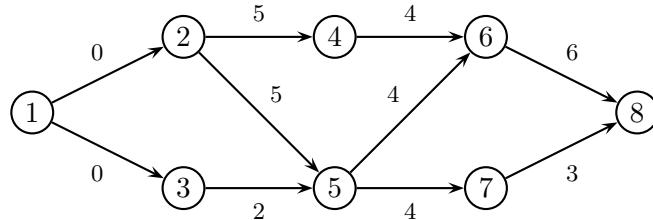
Soluzioni

Esercizio 1.

a) Il problema di trovare la durata minima del progetto equivale a trovare un cammino di costo massimo dal nodo o al nodo d sul seguente grafo:



b) Per trovare il minimo e massimo istante di inizio di ogni attività, applichiamo il metodo CPM. Un ordinamento topologico dei nodi è il seguente:



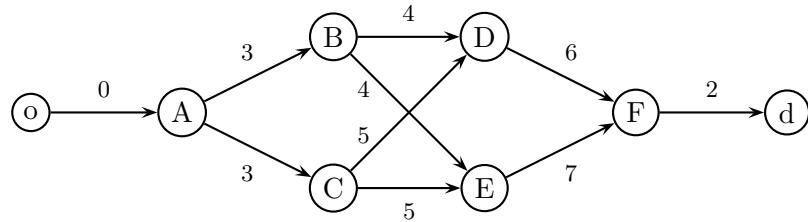
Il minimo e massimo istante di inizio di ogni attività sono riportati nella tabella seguente:

attività	minimo istante inizio	massimo istante inizio
1	0	$\min\{0 - 0, 3 - 0\} = 0$
2	0	$\min\{5 - 5, 5 - 5\} = 0$
3	0	3
4	5	5
5	$\max\{0 + 5, 0 + 2\} = 5$	$\min\{9 - 4, 12 - 4\} = 5$
6	$\max\{5 + 4, 5 + 4\} = 9$	9
7	9	12
8	$\max\{9 + 6, 9 + 3\} = 15$	15

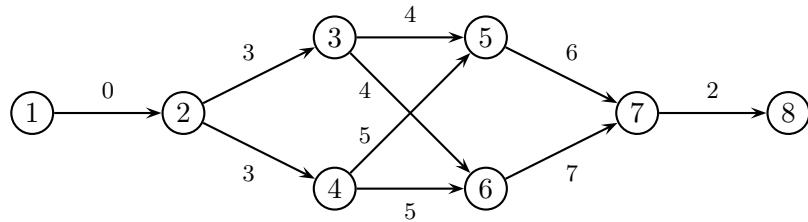
c) La minima durata del progetto è quindi 15 e le attività critiche sono A, C, D, E.

Esercizio 2.

a) Il problema di trovare la durata minima del progetto equivale a trovare un cammino di costo massimo dal nodo o al nodo d sul seguente grafo:



b) Per trovare il minimo e massimo istante di inizio di ogni attività, applichiamo il metodo CPM. Un ordinamento topologico dei nodi è il seguente:



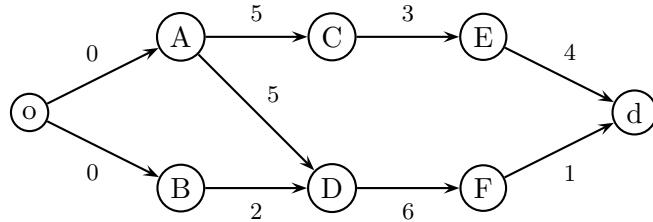
Il minimo e massimo istante di inizio di ogni attività sono riportati nella tabella seguente:

attività	minimo istante inizio	massimo istante inizio
1	0	0
2	0	$\min\{4 - 3, 3 - 3\} = 0$
3	3	$\min\{9 - 4, 8 - 4\} = 4$
4	3	$\min\{9 - 5, 8 - 5\} = 3$
5	$\max\{3 + 4, 3 + 5\} = 8$	9
6	$\max\{3 + 4, 3 + 5\} = 8$	8
7	$\max\{8 + 6, 8 + 7\} = 15$	15
8	17	17

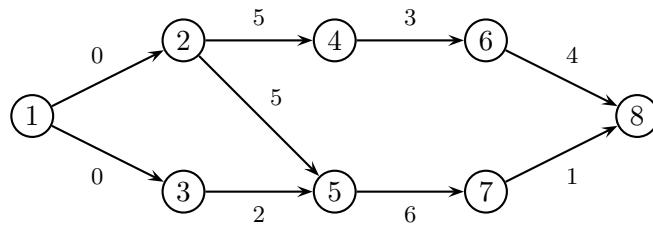
c) La minima durata del progetto è quindi 17 e le attività critiche sono A, C, E, F.

Esercizio 3.

a) Il problema di trovare la durata minima del progetto equivale a trovare un cammino di costo massimo dal nodo o al nodo d sul seguente grafo:



b) Per trovare il minimo e massimo istante di inizio di ogni attività, applichiamo il metodo CPM. Un ordinamento topologico dei nodi è il seguente:



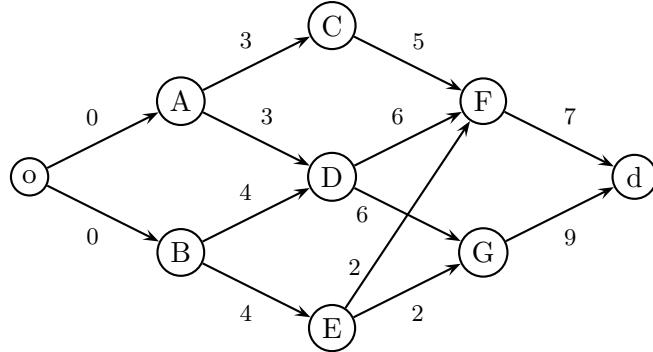
Il minimo e massimo istante di inizio di ogni attività sono riportati nella tabella seguente:

attività	minimo istante inizio	massimo istante inizio
1	0	$\min\{0 - 0, 3 - 0\} = 0$
2	0	$\min\{5 - 5, 5 - 5\} = 0$
3	0	3
4	5	5
5	$\max\{0 + 5, 0 + 2\} = 5$	5
6	8	8
7	11	11
8	$\max\{8 + 4, 11 + 1\} = 12$	12

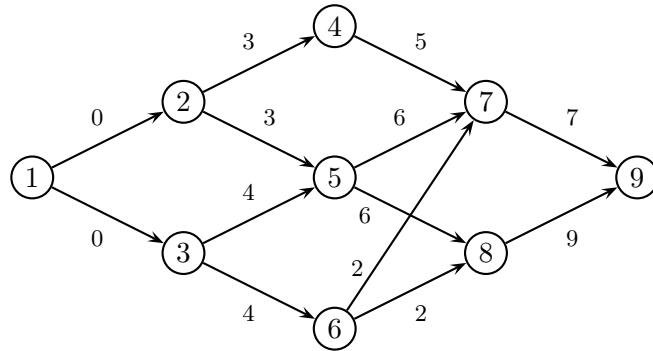
c) La minima durata del progetto è quindi 12 e le attività critiche sono A, C, D, E, F.

Esercizio 4.

a) Il problema di trovare la durata minima del progetto equivale a trovare un cammino di costo massimo dal nodo o al nodo d sul seguente grafo:



b) Per trovare il minimo e massimo istante di inizio di ogni attività, applichiamo il metodo CPM. Un ordinamento topologico dei nodi è il seguente:



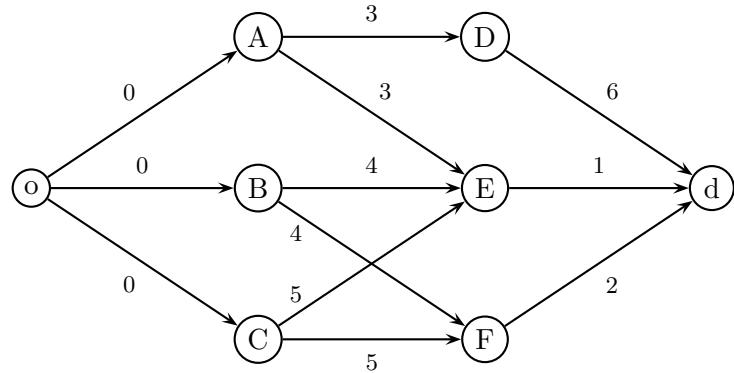
Il minimo e massimo istante di inizio di ogni attività sono riportati nella tabella seguente:

attività	minimo istante inizio	massimo istante inizio
1	0	$\min\{1 - 0, 0 - 0\} = 0$
2	0	$\min\{7 - 3, 4 - 3\} = 1$
3	0	$\min\{4 - 4, 8 - 4\} = 0$
4	3	7
5	$\max\{0 + 3, 0 + 4\} = 4$	$\min\{12 - 6, 10 - 6\} = 4$
6	4	$\min\{12 - 2, 10 - 2\} = 8$
7	$\max\{3 + 5, 4 + 6\} = 10$	12
8	$\max\{4 + 6, 4 + 2\} = 10$	10
9	$\max\{10 + 7, 10 + 9\} = 19$	19

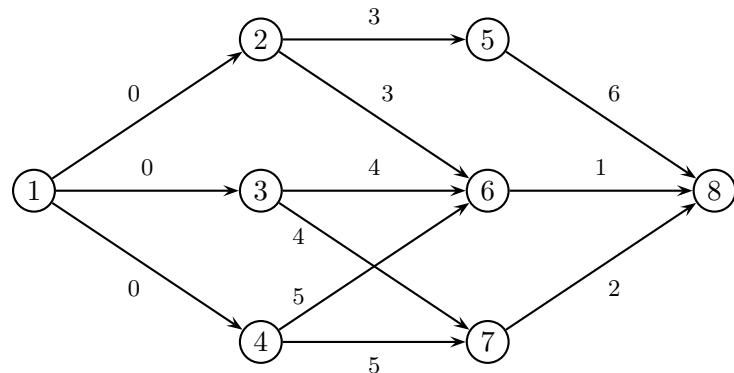
c) La minima durata del progetto è quindi 19 e le attività critiche sono B, D, G.

Esercizio 5.

a) Il problema di trovare la durata minima del progetto equivale a trovare un cammino di costo massimo dal nodo o al nodo d sul seguente grafo:



b) Per trovare il minimo e massimo istante di inizio di ogni attività, applichiamo il metodo CPM. Un ordinamento topologico dei nodi è il seguente:



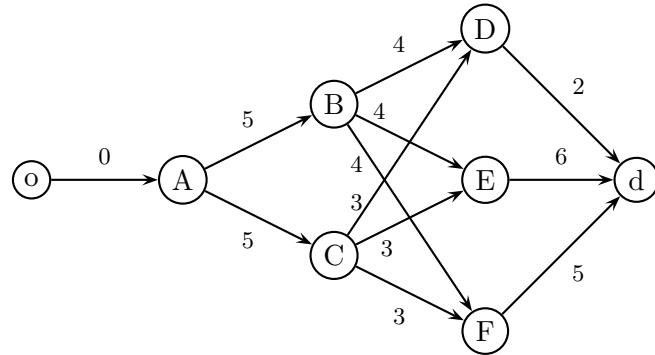
Il minimo e massimo istante di inizio di ogni attività sono riportati nella tabella seguente:

attività	minimo istante inizio	massimo istante inizio
1	0	$\min\{0 - 0, 3 - 0, 2 - 0\} = 0$
2	0	$\min\{3 - 3, 8 - 3\} = 0$
3	0	$\min\{8 - 4, 7 - 4\} = 3$
4	0	$\min\{8 - 5, 7 - 5\} = 2$
5	3	3
6	$\max\{0 + 3, 0 + 4, 0 + 5\} = 5$	8
7	$\max\{0 + 4, 0 + 5\} = 5$	7
8	$\max\{3 + 6, 5 + 1, 5 + 2\} = 9$	9

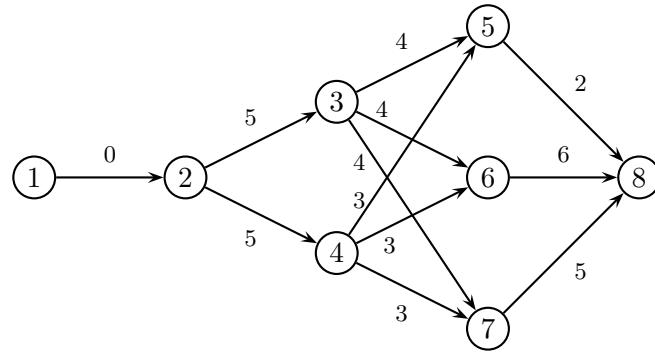
c) La minima durata del progetto è quindi 9 e le attività critiche sono A, D.

Esercizio 6.

a) Il problema di trovare la durata minima del progetto equivale a trovare un cammino di costo massimo dal nodo o al nodo d sul seguente grafo:



b) Per trovare il minimo e massimo istante di inizio di ogni attività, applichiamo il metodo CPM. Un ordinamento topologico dei nodi è il seguente:



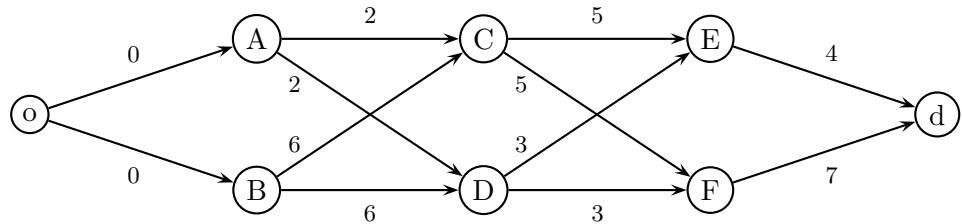
Il minimo e massimo istante di inizio di ogni attività sono riportati nella tabella seguente:

attività	minimo istante inizio	massimo istante inizio
1	0	0
2	0	$\min\{5 - 5, 6 - 5\} = 0$
3	5	$\min\{13 - 4, 9 - 4\} = 5$
4	5	$\min\{9 - 3, 10 - 3\} = 6$
5	$\max\{5 + 4, 5 + 3\} = 9$	13
6	$\max\{5 + 4, 5 + 3\} = 9$	9
7	$\max\{5 + 4, 5 + 3\} = 9$	10
8	$\max\{9 + 2, 9 + 6, 9 + 5\} = 15$	15

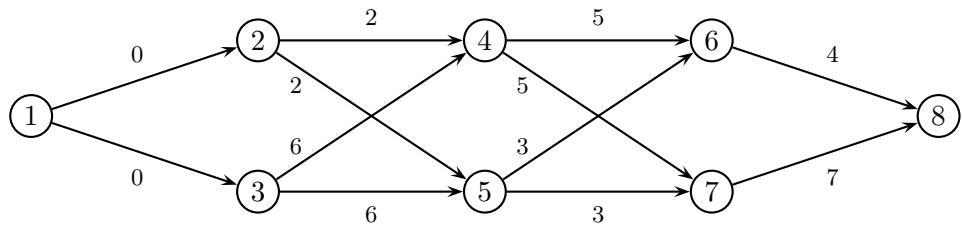
c) La minima durata del progetto è quindi 15 e le attività critiche sono A, B, E.

Esercizio 7.

a) Il problema di trovare la durata minima del progetto equivale a trovare un cammino di costo massimo dal nodo o al nodo d sul seguente grafo:



b) Per trovare il minimo e massimo istante di inizio di ogni attività, applichiamo il metodo CPM. Un ordinamento topologico dei nodi è il seguente:



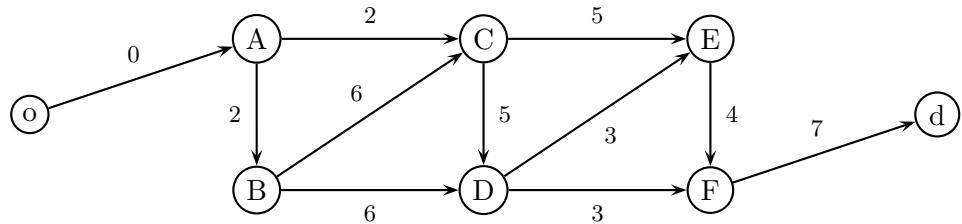
Il minimo e massimo istante di inizio di ogni attività sono riportati nella tabella seguente:

attività	minimo istante inizio	massimo istante inizio
1	0	0
2	0	$\min\{6 - 2, 8 - 2\} = 4$
3	0	$\min\{6 - 6, 8 - 6\} = 0$
4	$\max\{2, 6\} = 6$	$\min\{14 - 5, 11 - 5\} = 6$
5	$\max\{2, 6\} = 6$	$\min\{14 - 3, 11 - 3\} = 8$
6	$\max\{6 + 5, 6 + 3\} = 11$	14
7	$\max\{6 + 5, 6 + 3\} = 11$	11
8	$\max\{11 + 4, 11 + 7\} = 18$	18

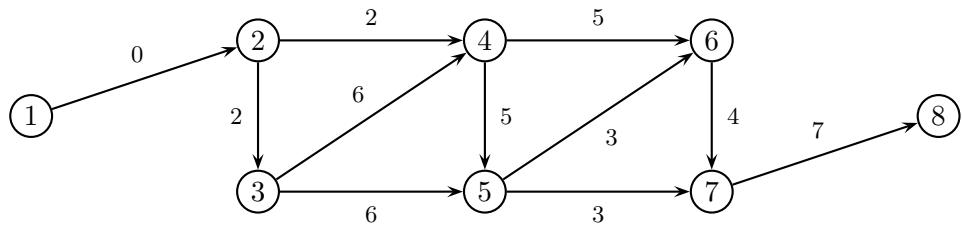
c) La minima durata del progetto è quindi 18 e le attività critiche sono B, C, F.

Esercizio 8.

a) Il problema di trovare la durata minima del progetto equivale a trovare un cammino di costo massimo dal nodo o al nodo d sul seguente grafo:



b) Per trovare il minimo e massimo istante di inizio di ogni attività, applichiamo il metodo CPM. Un ordinamento topologico dei nodi è il seguente:



Il minimo e massimo istante di inizio di ogni attività sono riportati nella tabella seguente:

attività	minimo istante inizio	massimo istante inizio
1	0	0
2	0	$\min\{2 - 2, 8 - 2\} = 0$
3	2	$\min\{8 - 6, 13 - 6\} = 2$
4	$\max\{2, 8\} = 8$	$\min\{13 - 5, 16 - 5\} = 8$
5	$\max\{2 + 6, 8 + 5\} = 13$	$\min\{16 - 3, 20 - 3\} = 13$
6	$\max\{8 + 5, 13 + 3\} = 16$	16
7	$\max\{13 + 3, 16 + 4\} = 20$	20
8	27	27

c) La minima durata del progetto è quindi 27 e tutte le attività sono critiche.