

Dinamica dei Sistemi Aziendali

Esame del 9 aprile 2026

Esercizio 1. Un'azienda dolciaria deve organizzare la produzione di dolci stagionali in vista della Pasqua. I dolci possono essere preparati al massimo M mesi prima della festività. Negli M mesi che precedono la Pasqua, la domanda di dolci nel mese t è pari a d_t , mentre la domanda è nulla nei mesi successivi alla Pasqua. In ogni mese t del periodo prima di Pasqua è possibile produrre al più B dolci, ad un costo unitario di c_t euro. È possibile conservare in un magazzino di una ditta esterna i dolci prodotti in eccesso per venderli nei mesi successivi. Il magazzino ha tuttavia un costo fisso di affitto di H euro per ogni mese in cui viene usato ed un costo di g euro per ogni dolce immagazzinato.

L'azienda deve decidere quanti dolci produrre ogni mese in modo da soddisfare i vincoli sulla domanda e sulla capacità produttiva, con l'obiettivo di minimizzare i costi di produzione e stoccaggio.

- Scrivere un modello di Programmazione Lineare Intera per risolvere il problema. Indicare le variabili decisionali, la funzione obiettivo ed i vincoli.
- Scrivere nella sintassi di AMPL il modello formulato al punto a).

Esercizio 2. Considerare il problema di pianificare un progetto costituito da 6 attività che sono soggette a vincoli di precedenza. Il tempo di svolgimento (in giorni) ed i predecessori di ogni attività sono indicati nella seguente tabella:

Attività	A	B	C	D	E	F
Tempo di svolgimento	5	2	7	4	3	6
Predecessori	–	–	A,B	B,C	D	D

- Rappresentare il problema di pianificare il progetto come un problema di cammino di costo massimo su un grafo opportuno.
- Calcolare il minimo e massimo istante di inizio di ogni attività.
- Calcolare la minima durata del progetto e trovare tutte le attività critiche.

Esercizio 3. Si consideri il seguente problema di Programmazione Lineare:

$$\begin{cases} \max & 7x_1 + 6x_2 \\ & x_1 + 2x_2 \leq 17 \\ & 3x_1 + x_2 \leq 23 \\ & -x_1 \leq -1 \\ & -x_2 \leq -2 \end{cases} \quad (P)$$

- Scrivere il problema duale del problema (P).
- Data la base $B = \{1, 4\}$, trovare la soluzione di base primale e la soluzione di base duale relative a B . Dire se le soluzioni trovate sono ammissibili e/o degeneri, motivando le risposte.
- Effettuare una iterazione dell'algoritmo del simplesso primale a partire dalla base $B = \{1, 3\}$. La nuova soluzione di base ottenuta è ottima per il problema (P)?
- Si consideri ora il problema perturbato

$$\begin{cases} \max & 7x_1 + 6x_2 \\ & x_1 + 2x_2 \leq 17 + \varepsilon \\ & 3x_1 + x_2 \leq 23 \\ & -x_1 \leq -1 \\ & -x_2 \leq -2 \end{cases} \quad (P_\varepsilon)$$

Trovare il valore ottimo del problema perturbato (P_ε) al variare del parametro ε nell'intervallo $[-1, 1]$.

Esercizio 4. Trovare la soluzione ottima del problema di Programmazione Lineare Intera

$$\begin{cases} \max & 7x_1 + 6x_2 \\ & x_1 + 2x_2 \leq 17 \\ & 3x_1 + x_2 \leq 23 \\ & -x_1 \leq -1 \\ & -x_2 \leq -2 \\ & x_1, x_2 \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

con il seguente metodo Branch and Bound:

- in ogni nodo dell'albero di enumerazione risolvere il rilassamento continuo;
- la soluzione ammissibile di partenza è ottenuta arrotondando la soluzione ottima del rilassamento continuo del nodo radice;
- in ogni nodo che rimane aperto fare un *branch* binario istanziando la prima variabile che non ha un valore intero nella soluzione ottima del rilassamento continuo;
- visitare in ampiezza l'albero di enumerazione.