

MISURA DELLE FREQUENZE DI RISONANZA DI UN TUBO SONORO

Scopo dell'esperienza è lo studio della propagazione delle onde sonore all'interno di un tubo, aperto o chiuso, contenete aria o altri gas e l'instaurarsi di **onde stazionarie**, che avviene solo per particolari valori della frequenza delle onde. Si studierà la dipendenza della frequenza delle onde stazionarie dalla lunghezza del tubo. Si misurerà infine la velocità di propagazione dell'onda sonora aria e altri gas.

INTRODUZIONE

*Si raccomanda di leggere la scheda relativa alla **corda vibrante** per una introduzione generale sulla propagazione delle onde elastiche nei mezzi materiali e sulle **leggi riguardanti le onde stazionarie**.*

Un'onda acustica prodotta dalle vibrazioni di una piccola membrana è un'onda elastica, longitudinale, sferica. Se consideriamo la sua propagazione all'interno di un tubo di sezione molto inferiore alla sua lunghezza possiamo considerare i fronti d'onda approssimativamente piani e trattare il problema come monodimensionale rispetto l'asse del tubo. La perturbazione del mezzo (aria o altro gas) può essere rappresentata come una **variazione di pressione** locale del gas. Nel caso di un'onda periodica di tipo armonico, progressiva, la variazione della pressione può essere descritta dalla funzione monodimensionale $\Delta p(x,t)$ dello spazio x e del tempo t

$$\Delta p(x,t) = A \sin(2\pi x/\lambda - 2\pi t/T)$$

con A ampiezza massima dell'onda, λ lunghezza d'onda e T periodo.

La propagazione dell'onda in un tubo di lunghezza L **aperto** ad entrambe le estremità è paragonabile a quella su una corda tesa fissata ad entrambi gli estremi, in cui, per determinate frequenze, si possono instaurare onde stazionarie: l'onda progressiva e l'onda regressiva, dovuta alla riflessione dell'onda all'estremità del tubo, si sommano con interferenza distruttiva in alcuni punti, detti nodi, e costruttiva in altri punti, detti ventri. Ai due estremi del tubo la variazione di pressione Δp prodotta dall'onda è minima, essendo l'aria in equilibrio con l'ambiente, così come per la corda è nullo lo spostamento, e si hanno pertanto due nodi. Questo è possibile se si verifica la condizione:

$$L = n \lambda_n / 2 \quad n=1,2,3.. \quad (1)$$

Nel tubo si stabiliscono **onde stazionarie** del tipo:

$$\Delta p(x,t) = A \sin(2\pi x/\lambda) \cos(2\pi \nu t)$$

La frequenza corrispondente alla lunghezza d'onda λ_n è $\nu_n = \frac{v}{\lambda_n}$, essendo v la velocità di propagazione delle onde acustiche nell'aria.

Quindi la relazione tra frequenza delle onde stazionarie, lunghezza del tubo e velocità di propagazione dell'onda è:

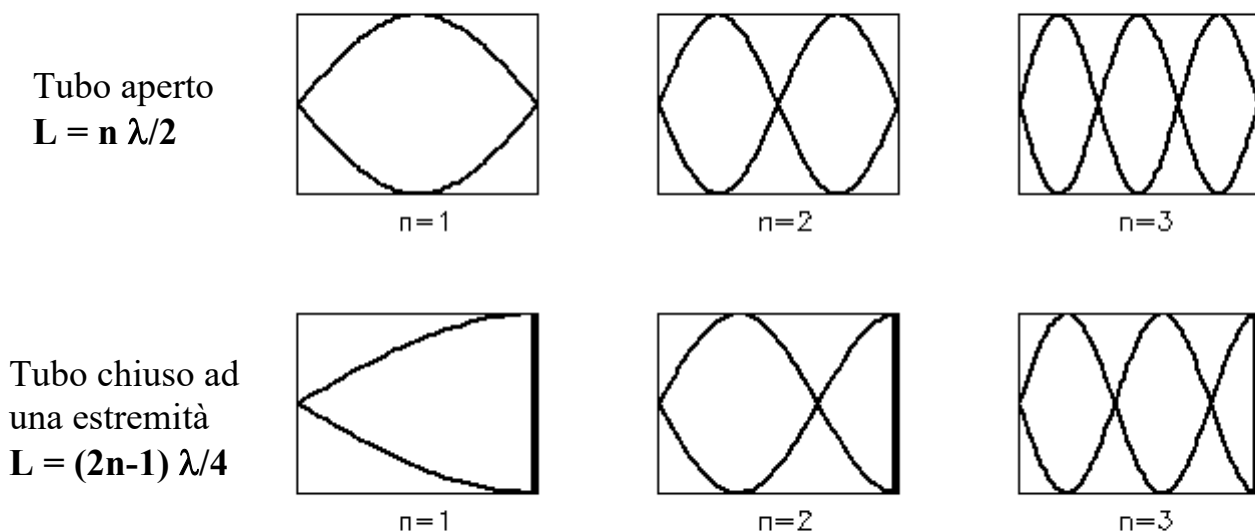
$$\nu_n = n \frac{v}{2L} \quad n=1,2,3 \dots \quad (2)$$

La frequenza corrispondente ad $n=1$, è detta frequenza fondamentale, quelle per $n>1$ sono le armoniche successive.

Se **una delle estremità del tubo è chiusa**, in questo punto la variazione di pressione è massima e si avrà quindi un ventre; perciò la condizione per l'instaurarsi di **onde stazionarie** in un tubo **chiuso ad una delle estremità** sarà diversa dalla precedente e risulta data da:

$$L = (2n-1)\lambda/4 \quad n=1,2,3 \dots \quad (3)$$

Nella figura è rappresentata la **variazione di pressione** $\Delta p(x,t)$, in funzione della **posizione lungo il tubo**, x , ad un istante t_0 per cui $\cos(\omega t_0)=1$ e ad un istante t_1 per cui $\cos(\omega t_1)=-1$, per le prime tre armoniche, nei casi di tubo aperto o chiuso, rispettivamente.



Se invece il tubo è **chiuso ad entrambe le estremità**, ad entrambe le estremità si avrà un ventre; perciò la condizione per l'instaurarsi di onde stazionarie sarà la stessa di quella indicata nella (1) per il tubo aperto. Tuttavia, le posizioni di nodi e ventri sono ora scambiate tra loro.

SVOLGIMENTO DELL'ESPERIENZA

La misura si effettuano con una strumentazione costituita da:

- 1) un generatore di funzioni periodiche sinusoidali, di ampiezza e frequenza variabili
- 2) un altoparlante (speaker) con funzioni di “trasduttore”
- 3) un microfono, inserito all'interno del tubo, con amplificatore
- 4) un oscilloscopio per visualizzare il segnale rivelato dal microfono e quello inviato all'altoparlante.

Variando la frequenza del generatore delle onde è possibile determinare le condizioni di risonanza e verificare la validità delle due relazioni indicate sopra.

La lunghezza efficace del tubo chiuso si può modificare muovendo un pistone in materiale plastico che lo chiude ad un estremo.

Il microfono funge da sensore delle variazioni di pressione. Spostando il microfono all'interno del tubo è possibile determinare la posizione dei nodi e dei ventri di pressione ricavando una misura della lunghezza d'onda.

Misure per il tubo aperto

Disporre il tubo sugli appositi supporti, lasciando alcuni centimetri di spazio fra il tubo e l'altoparlante all'estremità sinistra e aperta l'estremità destra. Collegare il generatore all'altoparlante e all'oscilloscopio per poter visualizzare il segnale inviato. Posizionare il microfono al centro del tubo e collegarlo ad un altro canale dell'oscilloscopio.

Impostare sul generatore una frequenza intorno ai 200 Hz e un'ampiezza iniziale piccola. Aumentare gradualmente l'ampiezza (aumentando il voltaggio nel generatore d'onde) sino a percepire un suono dall'altoparlante (tutto ciò al fine di non danneggiarlo inviandogli una potenza eccessiva).

Accendere l'oscilloscopio e l'amplificatore del microfono.

Variare lentamente le frequenze del generatore e utilizzando l'oscilloscopio individuare la frequenza per la quale il segnale è massimo.

Avendo determinato una delle **frequenze di risonanza** (frequenza delle onde stazionarie), variare la frequenza in modo da determinare quelle successive (inferiori e superiori). Ci si aspetta di trovare valori di frequenza che stanno loro come multipli interi.

Scelta una frequenza di risonanza con $n > 1$ spostare lentamente il microfono dentro il tubo e individuare le posizioni dei nodi e dei ventri e verificare che corrispondano a quanto previsto dalla (2).

La precisione con cui si può determinare la frequenza corrispondente ad un massimo (o un minimo) non dipende dalla precisione con cui essa è definita dal generatore, ma dalla determinazione della condizione di massimo (o minimo) fatta sull'oscilloscopio. Valutare sperimentalmente qual è la minima variazione della frequenza corrispondente ad una variazione di ampiezza apprezzabile sull'oscilloscopio ed utilizzarla per definire l'incertezza sulle misure fatte.

Costruire un grafico che rappresenti la frequenza ν delle onde stazionarie in funzione del numero n e verificare la **validità dell'eq. (2)**. **Interpolare i dati** e ricavare i parametri della retta da cui, misurato il valore di L (e applicata ad esso la correzione indicata nella Nota) ricavare il valore della **velocità** di propagazione delle onde sonore.

Confrontare il valore della velocità del suono determinato dalle onde stazionarie con quanto **previsto** dalla relazione:

$$\nu = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}} \quad (4)$$

dove $\gamma = C_p/C_v$, R è la costante dei gas, M la massa molare e T la temperatura in gradi Kelvin.

Misure per il tubo chiuso ad una estremità

Le misure precedenti possono essere ripetute dopo aver chiuso una estremità del tubo. In questo caso vale l'equazione (3). Si varia la frequenza alla ricerca di quella in corrispondenza della quale si osservano le onde stazionarie. Si costruisce un grafico ponendo in ordinate le frequenze delle onde stazionarie e in ascisse i valori corrispondenti di $(2n-1)$. Si interpola con una retta e si ricava dai parametri della retta la velocità di propagazione delle onde. Confrontarla con quella determinata per il tubo aperto.

Ripetendo le misure per diversi valori di lunghezza del tubo (la lunghezza può essere variata a piacere muovendo il pistone) si può verificare nell'equazione (3) la **dipendenza della frequenza delle onde stazionarie dalla lunghezza del tubo**.

Misura della velocità delle onde sonore in gas diversi

Sono disponibili due tubi chiusi da entrambi i lati in cui è inserito un gas nobile (Ar, Kr).

Si collega un tubo al generatore d'onde e all'oscilloscopio e si cercano le condizioni di risonanza in modo analogo a quanto fatto con l'aria. Si costruisce il grafico delle frequenze in funzione del numero di armonica e si ricava la velocità delle onde dall'interpolazione della relazione.

Confrontare il valore misurato con quanto previsto dalla relazione (4) per il gas in uso, alla temperatura del laboratorio.

Misura della velocità delle onde sonore dalla riflessione di un'onda quadra

La velocità del suono può anche essere ricavata misurando il tempo di un impulso sonoro che si propaga lungo il tubo e si riflette ad una estremità.

Selezionare sul generatore un'onda quadra di frequenza vicino a 10 Hz. In tal modo si produce una successione di impulsi sonori sufficientemente distanti tra loro, in rapporto alla lunghezza del tubo, da poter esser considerati come singoli impulsi.

Posizionare il microfono all'inizio del tubo, poco distante dall'altoparlante e il pistone che chiude l'altra estremità alla fine del tubo. Regolare l'ampiezza del suono in modo tale da udire un crepitio, non eccessivamente alto.

Visualizzare sull'oscilloscopio i segnali dovuti all'impulso sonoro al suo passaggio iniziale dal microfono e di ritorno dopo la riflessione all'estremità del tubo. Misurare la distanza temporale Δt tra i due impulsi e lo spazio percorso dall'impulso nel tubo Δx . Ricavare una prima della velocità dal rapporto $\Delta x/\Delta t$.

Ripetere la misura avvicinando il pistone al microfono ad intervalli regolari di alcuni cm e costruire un grafico che rappresenti il tempo Δt in funzione dello spazio percorso Δx . Ricavare la velocità dall'interpolazione dei dati.

Confrontare la misura della velocità ottenuta con l'onda quadra con quella ottenuta dalle onde stazionarie.

La misura della velocità con un'onda quadra può essere ripetuta anche con il tubo chiuso a due estremità, contenente aria e con i tubi con i gas diversi.

NOTA

Nel caso di un tubo reale le formule indicate per le risonanze sono approssimate in quanto la posizione esatta dei nodi ed anti-nodi agli estremi aperti del tubo dipende anche dal diametro D del tubo. Empiricamente è stata determinata una **correzione da**

apportare alla lunghezza L del tubo pari a $0.4 D$, per ogni estremità aperta del tubo. In pratica più il tubo è largo e più il nodo “fuoriesce” dal tubo. Le formule diventano quindi:

tubo aperto $L + 0.8 D = n \lambda / 2$ con $n = 1, 2, 3, \dots$

tubo chiuso $L + 0.4 D = (2n-1) \lambda / 4$ con $n = 1, 2, 3, \dots$

Misura della forma della risonanza

Questa parte si può fare con il tubo aperto o più facilmente (c'è meno rumore) con uno dei tubi chiusi ad entrambe le estremità. Posizionarsi alla frequenza di risonanza corrispondente ad $n=2$ visualizzando il massimo dell'onda sull'oscilloscopio in corrispondenza di un riferimento temporale ben individuabile (es. il bordo di un quadretto). Misurare l'ampiezza dell'onda. Diminuire la frequenza, fino a quasi annullarla, in quattro-cinque passi annotando ogni volta i valori della frequenza, quelli dell'ampiezza e la posizione del massimo sull'asse dei tempi. Ritornare alla frequenza di risonanza e ripetere lo stesso procedimento aumentando il valore della frequenza in quattro-cinque passi fino a quasi annullarla.

Costruire un grafico con l'andamento dell'ampiezza dell'onda in funzione della frequenza e un grafico con l'andamento della fase dell'onda in funzione della frequenza.

Che andamento si osserva?