

MISURE DI VISCOSITA' CON IL METODO DI STOKES

NB: ricordarsi di pulire le sferette (basta lavarle sotto l'acqua corrente) dopo averle usate e SEMPRE, anche durante le misure, PRIMA di riporle nelle loro scatolette)!!

INTRODUZIONE

La viscosità di un fluido rappresenta l'attrito dinamico nel fluido. Dipende dalle caratteristiche del fluido e dalle dimensioni e forma del corpo in moto. Nel caso di moto in regime laminare, la forza di attrito è **direttamente proporzionale alla velocità** del corpo che si muove nel fluido.

Per sfere che cadono in un fluido con piccola velocità vale la legge di Stokes secondo la quale la resistenza del mezzo è data da

$$F_{\text{res}} = 6\pi \eta r v \quad (1)$$

dove r è il raggio della sfera, v la sua velocità ed η il coefficiente di viscosità del mezzo. Si ricava quindi che l'unità di misura della viscosità nel S.I. è $\text{Ns/m}^2 = \text{Pa s}$. L'unità di misura nel sistema cgs è dyne s/cm^2 e si chiama *poise*, **1 poise = 0.1 Pa s = 0.1 Ns/m²**.

Un metodo per misurare il coefficiente di viscosità η di un fluido consiste nel misurare la velocità con cui una sferetta cade in esso, sotto l'azione della forza peso. La sferetta che si muove nel liquido, in regime laminare, è sottoposta alla forza peso, alla spinta di Archimede e alla resistenza del mezzo. Proiettando sull'asse z verticale, la risultante delle forze vale:

$$R = F_{\text{peso}} - F_{\text{Arc}} - F_{\text{res}} \quad (2)$$

con $F_{\text{peso}} = V \rho_{\text{sferetta}} g$ e $F_{\text{Arc}} = V \rho_{\text{liquido}} g$, dove ρ_{sferetta} e ρ_{liquido} sono rispettivamente la densità della sferetta e del liquido, V è il volume della sferetta, g è l'accelerazione di gravità. Il moto è accelerato, ma al crescere della velocità di caduta della sferetta aumenta la resistenza fornita dal mezzo. Se lo spazio di caduta è sufficiente, ad un certo punto le forze si bilanciano e la risultante delle forze agenti sulla sferetta diventa nulla e allora essa si muove di **moto uniforme**. La velocità raggiunta a questo punto viene detta velocità limite.

Da (1)+(2) si ricava allora:

$$\eta = 2 g r^2 (\rho_{\text{sferetta}} - \rho_{\text{liquido}}) / (9 v_{\text{limite}}) \quad (3)$$

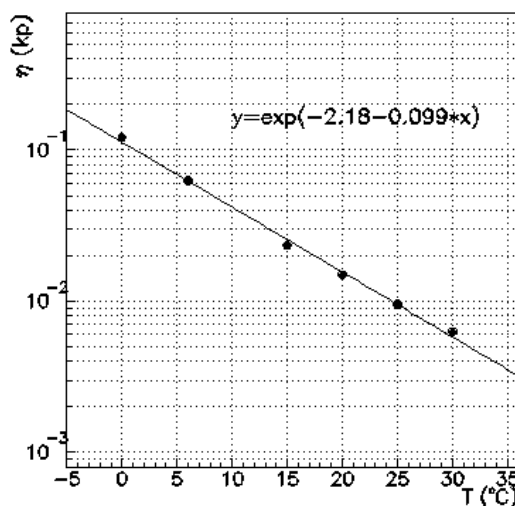
N.B. La densità e la viscosità della glicerina dipendono dalla **temperatura**. La dipendenza della viscosità dalla temperatura è molto più forte di quella della densità. Ci si aspetta che i tempi di caduta delle sferette cambino se cambia la temperatura. È importante quindi tenere sotto controllo le variazioni di temperatura durante lo

svolgimento dell'esperienza e valutare come tenerne conto nell'elaborazione dei dati. Si potranno combinare tra loro *solo* quei dati raccolti alla stessa temperatura.

La della viscosità della glicerina pura, può essere prevista, in funzione della temperatura, utilizzando la relazione

$$\eta(T) = e^{-2.18-0.099 T} \quad (4)$$

con T espressa in gradi centigradi, ed η in k poise = 10^3 poise = 100 Pa s, come mostrato in figura.



Viscosità della glicerina pura
in funzione della temperatura

PROCEDURA SPERIMENTALE

Si utilizza un cilindro graduato riempito di glicerina in cui si fanno cadere sferette di acciaio calibrate, di diametri vari, tra 2 e 6 mm.

Per misurare la viscosità η della glicerina è necessario effettuare le misure di r , ρ_{sferetta} , ρ_{liquido} e v_{limite} :

- si misura il diametro delle sferette utilizzando un micrometro o **Palmer**;
- si ricava la densità delle sferette dalla misura del volume e del peso ottenuto con una bilancia (per migliorare la precisione della misura si possono pesare insieme più sferette dello stesso diametro). In alternativa si può misurare la densità delle sferette direttamente, usando la bilancia idrostatica (vedere la scheda relativa);
- si misura la densità della glicerina con la **bilancia idrostatica** (vedi dopo);
- si misura la velocità delle sferette quando sono in regime di **velocità limite**. Quando la sferetta raggiunge una velocità molto prossima a quella limite, essa si muove di moto uniforme pertanto la velocità si può ottenere misurando il tempo t che la sferetta impiega a percorrere una distanza d prefissata (distanza tra due tacche sul cilindro): $v_{\text{limite}} = d / t$. Nel caso della glicerina, per sferette

di qualche mm di diametro, la velocità è molto prossima a quella limite già dopo pochi mm percorsi nel fluido.

~~Ripetere le misure per~~ le sfere dei cinque diversi diametri a disposizione, effettuando 10-20 lanci per ciascun tipo di sfere su una distanza di almeno una ventina di cm. Calcolare il tempo medio di caduta per ciascun diametro di sfera e gli errori standard della media. Calcolare le velocità medie e gli errori corrispondenti ¹.

Per un dato fluido, fissata la densità delle sfere, dalla (3) ci si aspetta che velocità limite sia proporzionale al quadrato del raggio delle sfere.

Costruire un grafico per la velocità v_{limite} in funzione di r^2 e verificare l'esistenza della relazione di proporzionalità prevista

$$v_{\text{limite}} = [2 g (\rho_{\text{sfera}} - \rho_{\text{liquido}}) / (9 \eta)] r^2$$

Interpolare la retta e ricavare la viscosità η dal coefficiente angolare della retta.

Ricavare anche l'errore sulla viscosità.

Confrontare la viscosità misurata con quella attesa alla temperatura T di lavoro, misurata in gradi centigradi, utilizzando la relazione (4).

L'effetto sulla viscosità della possibile contaminazione di acqua nella glicerina può essere stimato dalle tabelle riportate nella prossima pagina.

OSSERVAZIONI

- Qual è l'equazione che descrive il moto della sfera nella glicerina in funzione del tempo? La velocità istantanea della sfera risulterà data da:

$$v(t) = v_L + (v_0 - v_L)e^{-\frac{t}{\tau}}$$

con v_L velocità limite, $v_0 = v(t=0)$, $\tau = m/(6\pi\eta r)$.

Utilizzando il valore della viscosità previsto alla temperatura del laboratorio per calcolare dopo quanto spazio percorso ci si aspetta che la sfera raggiunga la velocità limite.

È possibile verificare sperimentalmente se si è operato in regime di velocità limite? Due misure di velocità effettuate una all'inizio e una alla fine del percorso hanno la precisione sufficiente per determinarlo?

- Conviene fare cadere le palline il più vicino possibile alla superficie libera del liquido o a una certa distanza da essa? Osservare il liquido: che effetto può avere la presenza di eventuali bollicine nel liquido?

¹ Il valore della distanza d è lo stesso per tutte le velocità calcolate, quindi l'incertezza su tale valore non va inserita nelle incertezze sulle misure delle velocità ma eventualmente aggiunta alla fine nell'incertezza su η , come errore sistematico.

TABLE V. VISCOSITY OF AQUEOUS GLYCEROL SOLUTIONS

Glycerol, % Wt.	Temperature, ° C.										
	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
0 ^a	1.792	1.308	1.005	0.8007	0.6560	0.5494	0.4688	0.4061	0.3565	0.3165	0.2833
10	2.44	1.74	1.31	1.03	0.826	0.680	0.575	0.500	...	...	...
20	3.44	2.41	1.76	1.35	1.07	0.879	0.731	0.635	...	...	...
30	5.14	3.49	2.50	1.87	1.46	1.16	0.956	0.816	0.690	...	...
40	8.25	5.37	3.72	2.72	2.07	1.62	1.30	1.09	0.918	0.763	0.668
50	14.6	9.01	6.00	4.21	3.10	2.37	1.86	1.53	1.25	1.05	0.910
60	29.9	17.4	10.8	7.19	5.08	3.76	2.85	2.29	1.84	1.52	1.28
65	45.7	25.3	15.2	9.85	6.80	4.89	3.66	2.91	2.28	1.86	1.55
67	55.5	29.9	17.7	11.3	7.73	5.50	4.09	3.23	2.50	2.03	1.68
70	76.0	38.8	22.5	14.1	9.40	6.61	4.86	3.78	2.90	2.34	1.93
75	132	65.2	35.5	21.2	13.6	9.25	6.61	5.01	3.80	3.00	2.43
80	255	116	60.1	33.9	20.8	13.6	9.42	6.94	5.13	4.03	3.18
85	540	223	109	58.0	33.5	21.2	14.2	10.0	7.28	5.52	4.24
90	1310	498	219	109	60.0	35.5	22.5	15.5	11.0	7.98	6.00
91	1560	592	259	126	68.1	39.8	25.1	17.1	11.9	8.62	6.40
92	1950	729	310	147	78.3	44.8	28.0	19.0	13.1	9.46	6.82
93	2400	860	367	172	89.0	51.5	31.6	21.2	14.4	10.3	7.54
94	2930	1040	437	202	105	58.4	35.4	23.6	15.8	11.2	8.19
95	3690	1270	523	237	121	67.0	39.9	26.4	17.5	12.4	9.08
96	4600	1585	624	281	142	77.8	45.4	29.7	19.6	13.6	10.1
97	5770	1950	765	340	166	88.9	51.9	33.6	21.9	15.1	10.9
98	7370	2460	939	409	196	104	59.8	38.5	24.8	17.0	12.2
99	9420	3090	1150	500	235	122	69.1	43.6	27.8	19.0	13.2
100	12070	3900	1412	612	284	142	81.3	50.6	31.9	21.3	14.8

^a Viscosity of water taken from Bingham and Jackson (4).

^a Viscosity of water taken from Bingham and Jackson (4).

Viscosità della glicerina in
funzione della temperatura e
della percentuale di acqua
disciolta in essa

MISURE DI DENSITA' CON LA BILANCIA IDROSTATICA

INTRODUZIONE

La bilancia idrostatica permette di misurare la densità di un solido o di un liquido, utilizzando il principio di Archimede.

Se un solido viene pesato ponendolo prima in aria e poi immerso nel liquido, la forza totale cui è soggetto differisce nei due casi per la diversa spinta archimedeica esercitata rispettivamente dall'aria e dal liquido. Si ha infatti:

$$F_{\text{aria}} = V \rho_{\text{solido}} g - V \rho_{\text{aria}} g \quad (1)$$

$$F_{\text{liquido}} = V \rho_{\text{solido}} g - V \rho_{\text{liquido}} g \quad (2)$$

dove V è il volume del solido e ρ_{solido} , ρ_{aria} e ρ_{liquido} sono le densità rispettivamente del solido, dell'aria e del liquido.

Se si suppongono note la densità del liquido (ad esempio acqua distillata) e dell'aria, è possibile ricavare da (1)+(2) la densità del solido, che risulta:

$$\rho_{\text{solido}} = (\rho_{\text{liquido}} F_{\text{aria}} - \rho_{\text{aria}} F_{\text{liquido}}) / (F_{\text{aria}} - F_{\text{liquido}}) \quad (3)$$

Viceversa se sono noti il volume del corpo immerso e la densità dell'aria, è possibile ricavare la densità del liquido, che risulta:

$$\rho_{\text{liquido}} = \rho_{\text{aria}} + (F_{\text{aria}} - F_{\text{liquido}}) / (V g) \quad (4)$$

PROCEDURA SPERIMENTALE

NOTA: la bilancia è molto delicata. Ogni volta che si rimuove o inserisce un pezzo nel perno di base bisogna fare molta attenzione a non forzarlo, piegarlo o torcerlo in alcun modo.

DETERMINAZIONE DELLA DENSITÀ DI UN SOLIDO

Si dispone la bilancia con il dispositivo PSS come in Figura 1: togliere delicatamente il piatto ed il sottopiatto e montare il supporto del cestello ed il ponticello. Fare attenzione che non ci sia contatto tra il supporto del cestello ed il ponticello.

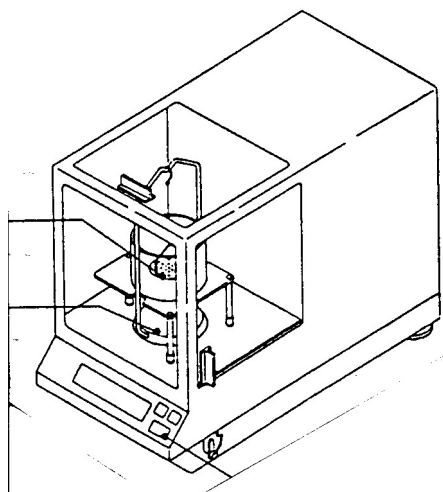


Figura 1

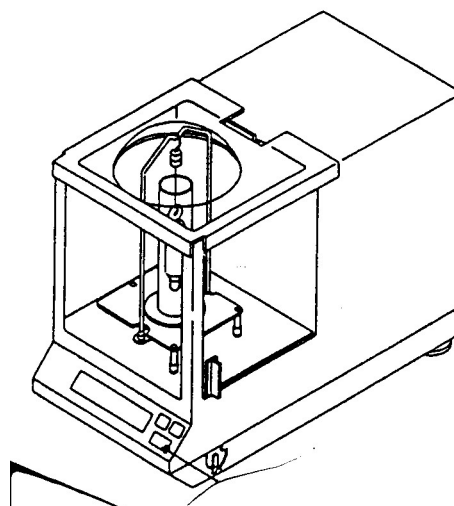


Figura 2

Appendere il cestello al supporto e tarare la bilancia. Posizionare il solido di densità ignota sul cestello e rilevarne il peso. Togliere il solido dal cestello. Procedere quindi alla pesatura in acqua. Posizionare sopra il ponticello un becher contenente acqua distillata e immergervi il cestello. **Il livello dell'acqua deve arrivare a coprire di 2-5 mm il nodo del filo del cestello.** Tarare la bilancia. Posizionare il solido sul cestello immerso in acqua e rilevarne il peso. **Utilizzando l'equazione (3) si ricava la densità del solido.** Fare attenzione che non si formino bollicine d'aria sulla superficie del cestello e del campione.

La **densità dell'acqua distillata** dipende dalla **temperatura**, che va pertanto misurata con un termometro immerso nel becher e tenuta sotto controllo durante l'esperienza. Il suo valore può essere ricavato interpolando dalla tabella qui riportata.

T (°C)	ρ (kg/m ³)	t (°C)	ρ (kg/m ³)
0.00	999.87	50.00	988.07
3.98	1000.0	55.00	985.73
5.00	999.99	60.00	983.24
10.00	999.73	55.00	980.59
15.00	999.13	70.00	977.81
20.00	998.23	55.00	974.89
25.00	997.07	80.00	971.83
30.00	995.67	55.00	968.65
35.00	994.06	90.00	965.34
40.00	992.24	55.00	961.92
45.00	990.25	100.00	958.38

Densità dell'acqua distillata a diverse temperature

La **densità dell'aria** dipende dalla temperatura e dalla pressione, secondo la relazione:

$$\rho_{\text{aria}} = [1.2926 / (1 + 0.003661 t)] p / 760 \quad [\text{kg/m}^3] \quad (5)$$

dove **t** è la temperatura in gradi Celsius e **p** è la pressione in mmHg.

DETERMINAZIONE DELLA DENSITÀ DI UN LIQUIDO

Per la misura della densità dei liquidi si dispone la bilancia con il dispositivo PSL come in Figura 2: togliere delicatamente il piatto e montare il cestello ed il ponticello. Fare attenzione che non ci sia contatto tra il supporto del pescante ed il ponticello. Si appende il pescante al gancio e si azzerla la bilancia (tasto “tara”): il peso del pescante in aria viene assunto come tara e sottratto automaticamente dai pesi successivi.

Si pone ora il cilindro pieno di glicerina sul ponticello, vi si introduce il pescante. Controllare che non si formino bolle d'aria sulla superficie del pescante. Assicurarsi che il livello della glicerina superi di 2-5 mm il nodo del filo del pescante.

Avendo azzerato il peso del pescante in aria, la bilancia fornisce direttamente la differenza delle forze dell'eq. (4): $(F_{\text{liquido}} - F_{\text{aria}})/g$ da cui, noto il volume V del corpo immerso e la densità dell'aria dall'eq. (5), si ricava la densità del liquido.

Se il volume V non è noto, o si vuole controllare il risultato, si può assumere invece nota la densità dell'acqua distillata, riportata nella Tabella precedente, e ricavare V da una seconda pesata.

Si pone il cilindro pieno di acqua distillata sul ponticello, vi si introduce il pescante, e si legge sulla bilancia la differenza $(F_{\text{acqua}} - F_{\text{aria}})/g$.

L'equazione (4) dà:

$$\rho_{\text{liquido}} = \rho_{\text{aria}} + (\rho_{\text{acqua}} - \rho_{\text{aria}}) \left(\frac{F_{\text{liquido}} - F_{\text{aria}}}{F_{\text{acqua}} - F_{\text{aria}}} \right)$$

NOTA: il pescante deve essere sempre ben **pulito e asciutto**. Ogni volta che si cambia il liquido in cui si introduce bisogna fare attenzione a come si inserisce ed estrae dal cilindro corrispondente, facendolo scolare, e poi **lavarlo e asciugarlo**. Anche alla fine dell'esperimento lasciarlo pulito.