

BILANCIA ELETTROSTATICA DI COULOMB

ATTENZIONE: *in questo esperimento si utilizza un generatore di alta tensione (0-6000 V). NON TOCCARE LA PUNTA DELL'ELETTRODO COLLEGATO ALL'ALIMENTATORE. NON TOCCARE LE SFERE QUANDO SONO CARICHE. Prima di caricare le sfere farsi spiegare bene la procedura da seguire.*

INTRODUZIONE

La forza elettrostatica fra due cariche puntiformi q_1 , q_2 poste a distanza r l'una dall'altra, è direttamente proporzionale alle cariche e inversamente proporzionale al quadrato della distanza tra esse, secondo la legge di Coulomb. Il modulo della forza è

$$F = k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \quad (1)$$

la forza è diretta lungo la retta congiungente q_1 e q_2 , è repulsiva per cariche dello stesso segno ed attrattiva per cariche di segno opposto.

Nel SI la costante k è espressa come $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r}$

dove ϵ_0 è la costante dielettrica del vuoto (o permittività dielettrica del vuoto) che vale $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$, ed ϵ_r è una costante specifica del mezzo in cui sono poste le cariche, detta costante dielettrica relativa. Il valore di ϵ_r per l'aria è 1.00059 e sarà approssimato ad 1 nel seguito.

In questo esperimento si vuole verificare la legge di Coulomb, analizzando la dipendenza della forza dalle quantità in gioco, e misurare la costante dielettrica ϵ_0 . Sarà pertanto necessario disporre di un apparato che permetta di misurare la forza di repulsione o attrazione tra due cariche puntiformi, misurare le cariche e la distanza a cui sono poste.

La carica di una sfera conduttrice è legata al potenziale V a cui è posta dalla relazione

$$q = CV \quad (2)$$

dove C è la capacità della sfera. Nel caso di una sfera conduttrice isolata, la capacità è data da $C=4\pi\epsilon_0 a$, dove a è il raggio della sfera.

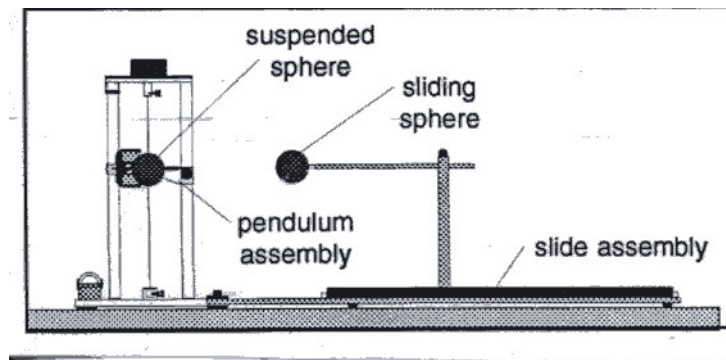
Se si considerano due sfere cariche isolate, sostituendo la (2) nella (1) si vede che la forza di Coulomb tra le due sfere cariche è proporzionale al prodotto dei potenziali V_1 e V_2 a cui sono state poste le sfere e inversamente proporzionale al quadrato della distanza tra loro

$$F \propto \frac{V_1 V_2}{r^2} \quad (3)$$

In una prima parte dell'esperimento si studierà questa dipendenza. Successivamente, dopo aver calibrato la bilancia, si misurerà il valore della forza e il valore della costante dielettrica del vuoto ϵ_0 .

DESCRIZIONE DELL'APPARATO SPERIMENTALE

Per studiare l'interazione elettrostatica fra due sfere cariche si utilizza una bilancia di torsione. Lo schema della bilancia è mostrato in figura.



Una sfera leggera (pallina da ping-pong) ricoperta di vernice conduttiva è sostenuta da un braccio rigidamente collegato ad un equipaggio mobile, contrappesato, ancorato a sua volta ad un sottile filo di torsione. La sfera può ruotare torcendo il filo. Una sfera identica è montata su un supporto a slitta, in modo che si possa posizionare a diverse distanze rispetto la prima, e rimane ferma in tale posizione. Per eseguire gli esperimenti, si caricano entrambe le sfere con carica dello stesso segno. La forza elettrostatica fra le due sfere causa l'allontanamento della sfera mobile che, essendo vincolata al filo, si allontana ruotando di un certo angolo.

Essendo la forza di Coulomb applicata perpendicolarmente alla congiungente la sfera con il filo di torsione, il modulo del suo momento vale: $\tau_{Coulomb} = F_{Coulomb} b$, dove b è il braccio della forza.

Lo sperimentatore ruota la testa di sospensione del filo in senso contrario alla rotazione della sfera, fino a riportare l'equipaggio mobile nella posizione di equilibrio iniziale.

Il modulo del momento delle forze elastiche è dato da: $\tau_{tor} = C_{tor} \theta$, dove C_{tor} è la costante di torsione del filo e θ è l'angolo di cui si è dovuto torcere il filo per riportare la sfera mobile nella posizione iniziale, misurato sul goniometro.

All'equilibrio il momento della forza elettrostatica è uguale al momento elastico sviluppato dal filo. Pertanto all'equilibrio si ha: $\tau_{Coulomb} = F_{Coulomb} b = \tau_{tor} = C_{tor} \theta$ da cui:

$$F_{Coulomb} = (C_{tor}/b) \theta \quad (4)$$

Essendo C_{tor}/b una costante, si vede che l'angolo di torsione θ risulta direttamente proporzionale alla forza e quindi dalla (3) risulta anche

$$\theta \propto \frac{V_1 V_2}{r^2}$$

Pertanto studiare la dipendenza dell'angolo dal potenziale e dalla distanza permette di studiare la dipendenza della forza di Coulomb da queste grandezze.

PREPARAZIONE DELL'ESPERIENZA

Leggete innanzitutto le “note tecniche” nell'ultimo paragrafo della scheda.

Prima di procedere a qualsiasi misura, assicurarsi che le sfere siano completamente scariche, toccandole con l'apposita sonda metallica collegata a terra.

La sfera mobile è inserita nel braccio (cannuccia di plastica bianca), ma non incollata. Fare attenzione perché durante l'uso la sfera non fuoriesca (altrimenti varia la distanza tra sfera e filo torcente).

Fare massima attenzione al filo perché non si spezzi e non si sfili: non sfilatelo MAI senza chiedere aiuto ai docenti.

Per prima cosa mettere in equilibrio e allineare l'equipaggio mobile

- Sbloccare il contrappeso triangolare allentando la vite superiore del fermo e allontanandolo. Fissare il fermo in posizione parallela alla base della bilancia in modo che la sua tacchetta funzioni da riferimento per la posizione di equilibrio della sfera mobile.
- Ruotare la manopola della testa di sospensione del filo fino a portare l'indice del goniometro sullo zero della scala graduata. Agendo sulla manopolina alla base del filo di torsione, far ruotare la sfera mobile facendo in modo che l'indice inciso sul contrappeso a paletta vada a coincidere con quello inciso sul fermo.
- Sul contrappeso sono poste due piccole spire di rame che fungono da freno per le oscillazioni della sfera: quando attraversano il campo magnetico prodotto dalle due coppie di magneti laterali, si instaurano in esse delle correnti, dette di Foucault che producono un campo magnetico di verso opposto.
- In situazione di equilibrio si deve leggere un angolo zero sul goniometro. Se così non fosse si può ruotare la vite posta alla base del filo (senza svitarla!!)
- Nel piano orizzontale la bacchetta della sfera mobile deve essere perpendicolare rispetto la bacchetta della sfera fissa, nel piano verticale le due sfere devono essere alla stessa altezza. Poste le sfere a contatto, la distanza che si legge sulla scala graduata della slitta deve corrispondere alla distanza tra i centri delle sfere, cioè al diametro della sfera che può essere misurato con un calibro. Se così non fosse, si può agire sulla sfera montata sulla slitta (ma consultare un assistente del laboratorio prima di farlo).

SVOLGIMENTO DELL'ESPERIENZA

1) FORZA IN FUNZIONE DELLA DISTANZA

Si vuole verificare la dipendenza della forza di Coulomb dall'inverso del quadrato della distanza tra le cariche. Poiché abbiamo visto che nella bilancia di torsione l'angolo di torsione θ risulta direttamente proporzionale alla forza applicata, si può studiare semplicemente la dipendenza dell'angolo di torsione dalla distanza r .

Allontanare le due sfere e caricare entrambe le sfere ad un potenziale di 6 kV mediante la sonda di carica, avendo cura di mettere a terra un terminale dell'alimentatore. Spegnerne immediatamente l'alimentatore, per evitare effetti di dispersione.

Portare la sfera mobile alla distanza (r) di 20 cm. La forza repulsiva agente fra le due sfere farà ruotare l'equipaggio mobile appeso al filo di torsione. Ruotare la manopola di azzeramento della torsione del filo fino a far coincidere nuovamente lo zero dell'equipaggio mobile con quello fisso. Leggere il valore dell'angolo, θ , di cui avete dovuto ruotare la manopola.

Ripetere la procedura per diversi valori della distanza r (*almeno cinque diverse distanze*), compresi tra circa 20 cm e 6 cm, e riportare in una tabella i valori misurati di r e θ .

Per ciascun valore di r ripetere più volte le misure, calcolando il valore medio, la deviazione standard e l'errore standard della media dell'angolo di torsione osservato a quella distanza.

*Ricordarsi, prima di caricare le sfere di riportare **sempre** la sfera montata sul supporto a slitta alla **distanza massima possibile** dalla sfera sospesa all'equipaggio mobile.*

Per determinare la relazione funzionale fra l'angolo di torsione θ e la distanza r tra le sfere, potete riportare in un grafico θ in funzione di $1/r^2$ e osservare se θ sia direttamente proporzionale a $1/r^2$.

In realtà, noterete che la dipendenza lineare non è ben verificata per piccoli valori di r . Ciò è dovuto al fatto che le sfere cariche non sono esattamente assimilabili a cariche puntiformi. Le cariche sulla sfera (elettroni) si possono muovere sulla superficie della sfera, e in assenza di forze elettrostatiche esterne la loro distribuzione sarà uniforme sulla superficie della sfera. La sfera conduttrice carica si può allora assimilare ad una carica puntiforme posta nel centro della sfera.

Tuttavia, quando le due sfere cariche vengono avvicinate, le cariche mobili si ridistribuiscono sulla superficie in modo da rendere minima l'energia elettrostatica (quindi si posizionano il più lontano possibile da quelle della sfera opposta). La distanza reale tra le cariche è quindi maggiore di quella tra i centri delle sfere, ossia la

forza di Coulomb tra le due sfere risulta minore di quella che si avrebbe fra due cariche puntiformi poste nei centri delle sfere. Questo effetto è particolarmente significativo quando la distanza tra le sfere è confrontabile con il loro raggio.

Per tenere in conto di questo effetto si deve correggere la relazione tra l'angolo di rotazione θ e la distanza moltiplicando il valore dell'angolo θ per un fattore $1/B$, con

$$B(r) = 1 - \frac{4a^3}{r^3}$$

dove a è il raggio delle sfere.

Calcolare il fattore $1/B$ corrispondente a ciascun valore di r e utilizzato, e correggete i valori degli angoli medi θ e dei relativi errori.

Interpolate i dati determinando la miglior retta che descrive la relazione tra θ (corretto) e $1/r^2$. Utilizzate il test del χ^2 per valutare la bontà dell'adattamento della retta alle misure.

2) FORZA IN FUNZIONE DELLA CARICA

Per determinare la dipendenza dalla carica della forza di Coulomb si raccolgono misure vengono ad una distanza r fissata costante tra le sfere. Si consiglia di scegliere una distanza di circa 7-10 cm. Poichè la capacità delle sfere è costante, la carica è direttamente proporzionale al potenziale. Pertanto, basta studiare la dipendenza della forza di Coulomb dal potenziale.

Caricate le sfere allo stesso potenziale, in valori crescenti fino a 6 kV. Misurate ogni volta l'angolo di torsione. Costruite un grafico per l'angolo θ , proporzionale alla forza, in funzione del potenziale $V=V_1=V_2$. Potete interpolare i dati considerando che la relazione risulta lineare tra θ e V^2 .

Tenete quindi costante il potenziale su una sfera e variatelo solo sull'altra. Riportate in grafico l'angolo di torsione in funzione del valore del potenziale che è stato variato. Verificare se la dipendenza funzionale è quella prevista.

Nota: per caricare le sfere, è opportuno ogni volta scaricarle completamente, allontanarle il più possibile l'una dall'altra, caricarle, quindi riportarle alla distanza a cui si vuole effettuare la misura.

3) MISURA DELLA COSTANTE DIELETTRICA DEL VUOTO

Le misure effettuate fino ad ora hanno permesso di verificare la dipendenza della forza di Coulomb dalle grandezze in gioco, ma non di calcolarne il valore numerico, in Newton, in quanto non conosciamo il valore della costante di proporzionalità (C_{tor}/b) fra la forza applicata alla sfera e l'angolo di torsione θ .

Quando questa costante sarà nota, allora, poiché $F_{Coulomb} = (C_{tor}/b)\theta$, sarà possibile ricavare il valore della forza di Coulomb corrispondente a ciascuna delle misure dell'angolo θ fatte.

Di conseguenza si potrà ricavare ϵ_0 , infatti, sostituendo la (2) nella (1) si ha

$$F_{Coulomb} = \frac{4\pi\epsilon_0 a^2 V_1 V_2}{r^2}$$

Per determinare la costante (C_{tor}/b) si deve calibrare la bilancia di torsione utilizzando una forza nota che agisca sulla sfera mobile al posto della forza di Coulomb. Si usa la forza di gravità.

Misura della costante di torsione del filo

Coricare delicatamente la bilancia sul fianco, dopo aver estratto la barretta di supporto laterale. Sistemare il tubo di supporto sotto la sfera, per sostenerla fino a regolazione ultimata, evitando così torsioni eccessive del filo.

Azzerare la bilancia, ruotando la manopola di regolazione della torsione, fino a portare l'indice inciso sul contrappeso a paletta in corrispondenza di quello inciso sul braccio fisso con indice. La bilancia all'equilibrio deve avere la bacchetta di sostegno della sfera mobile perfettamente orizzontale.

*Ricordarsi che quando si saranno finite le misure, si deve riportare la manopola a zero **prima** di rialzare la bilancia in posizione verticale.*

Appoggiare con delicatezza sulla sfera mobile la massa da 20 mg. Ruotare la manopola di regolazione della torsione fino a riportare la sfera nella posizione di equilibrio di partenza e leggere il valore dell'angolo di torsione. All'equilibrio si possono eguagliare i momenti della forza di gravità F_G e di quella torsione, e si ha

$$F_G b = mg b = C_{tor} \theta$$

dove b è il braccio della forza e C_{tor} la costante di torsione del filo.

Definito $K_{tor} = C_{tor}/b$, si ha

$$mg = K_{tor} \theta$$

Ripetere l'operazione aggiungendo sulla sfera conduttiva masse di valore crescente (20, 40, 50, 70, 90 mg). Riportare in grafico i valori dell'angolo di torsione θ in funzione della massa m posizionata sulla sfera. Ricavare il valore della costante di torsione K_{tor} dall'interpolazione lineare di θ in funzione di m .

Noto il valore di K_{tor} , si può quindi calcolare il valore della forza di Coulomb corrispondente a ciascun valore di θ misurato precedentemente: $F_{Coulomb} = K_{tor} \theta$.

Conoscendo le cariche sulle due sfere q_1 e q_2 e la distanza r fra esse è possibile determinare tramite la legge di Coulomb (1) il valore del fattore di proporzionalità k , e

ricavarne la costante dielettrica del vuoto ε_0 (avendo approssimato ad 1 la costante dielettrica relativa dell'aria ε_r).

Calcolare il valore di ε_0 utilizzando le misure precedenti di θ , V_1 , V_2 ed r e facendo la media aritmetica dei risultati.

Invece di utilizzare le singole misure, è anche possibile utilizzare le interpolazioni lineari già fatte (θ in funzione di $1/r^2$ e θ in funzione di V^2) ricavando ε_0 dal coefficiente angolare della retta di interpolazione.

Confrontare il valore di ε_0 trovato con quello previsto $\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$.

NOTE TECNICHE

- La sfera sul supporto mobile potrebbe sfilarsi da esso. Prima di cominciare le misure, e dopo aver scaricato la sfera, verificate che sia ben infilata nella cannuccia di plastica che la sorregge. In particolare, verificarlo quando si inclina l'apparato per calibrarlo.
- Per caricare correttamente le sfere, accendete l'alimentatore, caricate le sfere avvicinandovi ad esse in direzione frontale rispetto alla cannuccia di supporto (per evitare spostamenti laterali), quindi spegnete immediatamente l'alimentatore. L'alta tensione presente ai capi dell'alimentatore può generare correnti di dispersione, che influiscono sulla misura.
- Quando caricate le sfere, impugnate la sonda il più possibile lontano dall'elettrodo, in modo che la vicinanza della vostra mano non produca sulla sfera un effetto capacitivo, aumentando la carica su di essa. Mantenetevi poi il più lontano possibile dalle sfere mentre fate la misura, ed evitate di avvicinare alle sfere oggetti carichi o che potrebbero caricarsi per induzione.
- Impurità sulla superficie delle barrette in plastica che sostengono le sfere o sul filo di torsione della bilancia possono generare perdite di carica. Si eviti il più possibile di toccare queste parti.
- Nonostante tutte le precauzioni, le dispersioni di carica sono inevitabili. Cercate quindi di eseguire tutte le misure il più velocemente possibile, dopo aver caricato le sfere, in modo da minimizzare gli effetti dovuti alla dispersione.
- Ricaricate le sfere prima di ogni misura, dopo averle ogni volta scaricate completamente ed allontanate.