

Università degli Studi di Milano-Bicocca

SCUOLA DI SCIENZE

GUIDA PER GLI STUDENTI IMMATRICOLATI
NELL'A.A. 2018/2019

MATEMATICA

LAUREA DI PRIMO LIVELLO
LAUREA MAGISTRALE
DOTTORATO

ANNO ACCADEMICO 2018-2019

Indice generale

Introduzione.....	5
Laurea triennale (L-35).....	6
Schema riassuntivo degli insegnamenti.....	6
INSEGNAMENTI.....	7
ALGEBRA I.....	8
ALGEBRA II.....	10
ALGEBRA III.....	12
ALGEBRA LINEARE E GEOMETRIA.....	14
ALGORITMI E PROGRAMMAZIONE.....	16
ANALISI COMPLESSA.....	18
ANALISI III.....	20
ANALISI MATEMATICA I.....	22
ANALISI MATEMATICA II.....	25
ANALISI NUMERICA.....	28
CALCOLO DELLE PROBABILITÀ.....	30
CALCOLO NUMERICO.....	32
FISICA I.....	34
FISICA II.....	37
FISICA MATEMATICA.....	39
GEOMETRIA I.....	41
GEOMETRIA II.....	43
GEOMETRIA III.....	45
LABORATORIO DI MATEMATICA E INFORMATICA.....	47
SISTEMI DINAMICI E MECCANICA CLASSICA.....	49
STATISTICA MATEMATICA.....	51
TEORIA DELLA MISURA.....	54
Laurea Magistrale (LM-40).....	56
Schema riassuntivo degli insegnamenti.....	56
INSEGNAMENTI.....	58
ANALISI ARMONICA.....	59
ANALISI FUNZIONALE.....	60

ANALISI REALE ED EQUAZIONI DIFFERENZIALI.....	62
ANALISI SUPERIORE.....	64
APPROSSIMAZIONE DI EQUAZIONI DIFFERENZIALI ORDINARIE.....	66
ARGOMENTI DI GEOMETRIA E TOPOLOGIA.....	69
CALCOLO DELLE VARIAZIONI.....	70
COMBINATORICA ALGEBRICA.....	72
DIDATTICA DELLA MATEMATICA.....	74
GEOMETRIA COMPLESSA.....	75
GEOMETRIA DIFFERENZIALE.....	76
GEOMETRIA E FISICA.....	78
GEOMETRIA SIMPLETTICA.....	81
MATEMATICA ELEMENTARE.....	83
MECCANICA SUPERIORE.....	85
METODI DELLA FISICA MATEMATICA.....	87
METODI MATEMATICI PER L'ANALISI ECONOMICA – CONTROLLO OTTIMO.....	90
METODI MATEMATICI PER L'ANALISI ECONOMICA – OTTIMIZZAZIONE E ANALISI CONVESSA.....	94
METODI MATEMATICI PER LA FISICA MODERNA.....	96
METODI NUMERICI AVANZATI PER EQUAZIONI ALLE DERIVATE PARZIALI.....	98
METODI NUMERICI PER EQUAZIONI ALLE DERIVATE PARZIALI.....	100
METODI STOCASTICI PER LA FINANZA.....	102
MODELLI E METODI DI APPROSSIMAZIONE.....	104
PREPARAZIONE DI ESPERIENZE DIDATTICHE.....	106
Informazioni mancanti.....	107
PROCESSI STOCASTICI.....	108
STORIA DELLA MATEMATICA.....	110
STORIA DELLA MATEMATICA - ELEMENTI.....	113
TEORIA DEI NUMERI E CRITTOGRAFIA.....	115
TEORIA DELLE RAPPRESENTAZIONI.....	117
TEORIA GEOMETRICA DEI GRUPPI.....	119
Dottorato di ricerca.....	120
Formazione insegnanti.....	121
Informazioni utili.....	122

Valutazione della preparazione iniziale (VPI).....	122
Attività didattiche di supporto.....	122
Incentivi economici per gli studenti di Matematica.....	123
Centro Matematica.....	124
Biblioteca.....	124
Indirizzi utili.....	124

Introduzione

Quale formazione?

Il laureato in Matematica ha, per sua attitudine e formazione, la capacità di trattare problemi complessi e astratti, così come ha facilità ad apprendere concetti nuovi. Questo gli permette di inserirsi senza troppa difficoltà negli ambienti di lavoro scientifici e tecnici più disparati. Maggiori sono la preparazione e la capacità del laureato, maggiore è la possibilità di mettere a frutto la propria professionalità, ovvero quello che ha imparato durante il corso degli studi. Il matematico non ha le conoscenze tecniche, ad esempio, dell'ingegnere o dell'economista, cioè non sa costruire macchine o gestire una società finanziaria, però conosce bene la Matematica, ossia lo strumento più raffinato spesso utilizzato dall'ingegnere o dall'economista. Il ruolo naturale del matematico è quello di lavorare in équipe con tecnici di varia provenienza (ingegneri, informatici, geologi, chimici, economisti, statistici,...), occupandosi dei modelli e degli algoritmi utilizzati e studiandone di nuovi. Naturalmente, il matematico deve essere in grado di dialogare con gli altri membri della squadra. Quindi deve conoscere i problemi di cui ci si occupa e soprattutto deve conoscere gli strumenti impiegati. I nostri corsi tengono conto di questo e forniscono insegnamenti appropriati di Fisica, Informatica, Economia e Statistica. Al loro livello più alto, le attitudini consolidate e la professionalità acquisita hanno come sbocco quello della ricerca matematica: idee brillanti, e loro applicazioni inaspettate, hanno cambiato il mondo e altre potranno ulteriormente cambiarlo! Il percorso naturale per chi voglia dedicarsi alla ricerca è quello, terminata la Laurea Magistrale in Matematica, di accedere al Dottorato. Nel nostro Dipartimento è attivo un Dottorato di Ricerca Consortile in Matematica (enti consorziati: Università degli Studi di Pavia, Università degli Studi di Milano-Bicocca e Istituto Nazionale di Alta Matematica "Francesco Severi").

Quale professione?

In questi anni è continuamente cresciuta la richiesta di Laureati in Matematica per attività di tipo applicativo, che costituiscono quindi un'effettiva prospettiva di lavoro anche per chi termina gli studi con il conseguimento della Laurea in Matematica (L-35) e non prosegue con la Laurea Magistrale (LM-40). I laureati in Matematica avranno un profilo professionale atto a svolgere attività lavorative nel campo della diffusione della cultura scientifica, nonché del supporto modellistico-matematico e computazionale ad attività dell'industria, della finanza e dei servizi, e della pubblica amministrazione. In tal senso gli sbocchi professionali previsti sono quelli corrispondenti ai codici ISTAT che definiscono le professioni di matematico, statistico e professioni correlate (Codici ISTAT 21131 e 21132). Le competenze dei Laureati in Matematica possono quindi trovare impiego in uffici, studi di società pubbliche o private e, in generale, in tutte le aziende per la cui attività sia rilevante la modellizzazione di fenomeni fisici, naturali, informatici, economico-finanziari, sociali e organizzativi. Inoltre, la particolare formazione metodologica apre al laureato in Matematica la possibilità di intraprendere carriere aziendali in vari ambiti, anche diversi da quello scientifico-tecnologico. In alternativa, il laureato in Matematica (L-35) può approfondire la sua preparazione matematica con la Laurea Magistrale in Matematica (LM-40), ove acquisisce una preparazione orientata sia a intraprendere un percorso di avviamento alla ricerca matematica, pura o applicata, sia all'assunzione di ruoli di elevata responsabilità in progetti di ricerca scientifica avanzata, nella costruzione e nello sviluppo computazionale di modelli matematici di varia natura, in diversi ambiti applicativi scientifici, ambientali, sanitari, industriali, finanziari, nei servizi e nella pubblica amministrazione, nei settori della comunicazione della Matematica e della Scienza.

Le competenze dei Laureati nel corso di Laurea Magistrale in Matematica possono trovare impiego nella pubblica amministrazione o in enti di ricerca, uffici, studi di società pubbliche o private e, in generale, in tutte le aziende per la cui attività sia rilevante la modellizzazione di fenomeni fisici, naturali, informatici, economico-finanziari, sociali e organizzativi.

La rigorosa formazione metodologica offre al laureato nel corso di Laurea Magistrale in Matematica la possibilità di intraprendere carriere aziendali in ambiti anche diversi da quello scientifico-tecnologico.

Il corso prepara dunque in modo specifico alle professioni di matematico, statistico e alle professioni a queste correlate. (Codici ISTAT 21131, 21132).

Laurea triennale (L-35)

Schema riassuntivo degli insegnamenti

Primo anno di corso

Insegnamento	CFU
ALGEBRA I	8
ALGEBRA LINEARE E GEOMETRIA	8
ANALISI MATEMATICA I	12
FISICA I	12
GEOMETRIA I	8
LABORATORIO DI MATEMATICA E INFORMATICA	6
PROVA DI LINGUA STRANIERA	3

Secondo anno di corso

Insegnamento	CFU
ALGEBRA II	8
ALGORITMI E PROGRAMMAZIONE	6
ANALISI MATEMATICA II	12
CALCOLO NUMERICO	12
GEOMETRIA II	8
SISTEMI DINAMICI E MECCANICA CLASSICA	12
TEORIA DELLA MISURA	4

Terzo anno di corso

Insegnamento	CFU
CALCOLO DELLE PROBABILITÀ	12
FISICA II	8
TRE INSEGNAMENTI per un totale di 18 CFU tra quelli attivati nella tabella A, di cui 2 insegnamenti caratterizzanti nei SSD: MAT/02-MAT/03-MAT/05; 1 insegnamento caratterizzante nei SSD: MAT/06-MAT/07-MAT/08	18
CORSI A SCELTA per un totale di 18 CFU dalla tabella A o altri corsi offerti nell'Ateneo	18
ELABORAZIONE DI TESTI MATEMATICI (ICT)	1
PROVA FINALE	4

Tabella A

Insegnamento	CFU	SSD	Tipologia
ALGEBRA III	6 CFU	MAT/02	caratterizzante
ANALISI III	6 CFU	MAT/05	caratterizzante
ANALISI COMPLESSA	6 CFU	MAT/05	caratterizzante
ANALISI NUMERICA	6 CFU	MAT/08	caratterizzante
FISICA MATEMATICA	6 CFU	MAT/07	caratterizzante
GEOMETRIA III	6 CFU	MAT/03	caratterizzante
STATISTICA MATEMATICA	6 CFU	MAT/06	caratterizzante

INSEGNAMENTI

ALGEBRA I
ALGEBRA II
ALGEBRA III
ALGEBRA LINEARE E GEOMETRIA
ALGORITMI E PROGRAMMAZIONE
ANALISI COMPLESSA
ANALISI III
ANALISI MATEMATICA I
ANALISI MATEMATICA II
ANALISI NUMERICA
CALCOLO DELLE PROBABILITÀ
CALCOLO NUMERICO
FISICA I
FISICA II
FISICA MATEMATICA
GEOMETRIA I
GEOMETRIA II
GEOMETRIA III
LABORATORIO DI MATEMATICA E INFORMATICA
SISTEMI DINAMICI E MECCANICA CLASSICA
STATISTICA MATEMATICA
TEORIA DELLA MISURA

ALGEBRA I

Docente: Prof. Andrea Previtali

Obiettivi

Obiettivo del corso è introdurre gli studenti ad alcuni degli oggetti e dei metodi dell'algebra. Si studieranno le proprietà di strutture algebriche fondamentali, con enfasi su gruppi, anelli e campi. Tempo permettendo verranno forniti alcuni rudimenti su linguaggi di programmazione simbolica quali GAP, Magma e Mathematica.

Contenuti sintetici

Insiemi, relazioni, operazioni; Aritmetica intera e modulare; Elementi di teoria dei gruppi e degli anelli; Algebre polinomiali.

Programma esteso

- 1) Insiemi, relazioni, operazioni: assioma della scelta; relazioni d'ordine (Lemma di Zorn); relazioni d'equivalenza; teorema di omomorfismo per gli insiemi; congruenze.
- 2) Aritmetica dell'insieme $\mathbb{Z}$ degli interi relativi. Aritmetica modulare.
- 3) Elementi di teoria dei gruppi: sottogruppi, sottogruppo generato da un sottoinsieme; gruppi ciclici; laterali di un sottogruppo, teorema di Lagrange; congruenze in un gruppo; sottogruppi normali; morfismi di gruppo e gruppi quoziente; teoremi fondamentali sui morfismi; automorfismi; prodotti diretti e semidiretti; gruppo simmetrico e gruppo alterno, gruppi di permutazioni; azioni di gruppo (G-insiemi): rappresentazione regolare, azioni per coniugio, orbite di un'azione di gruppo (equazione delle orbite, esempi); i teoremi di Sylow.
- 4) Elementi di teoria degli anelli: domini, corpi, campi; morfismi di anello: ideali, anelli quoziente, teoria elementare dei morfismi; teorema cinese dei resti; divisibilità in un dominio; immersione di un dominio in un campo; ideali primi e ideali massimali; domini euclidei, domini a ideali principali; domini a fattorizzazione unica; interi di Gauss.
- 5) Algebre polinomiali: polinomi in una variabile su un campo: decomposizione di un polinomio in fattori irriducibili, radici di un polinomio. Test di irriducibilità. Costruzione di campi mediante polinomi irriducibili.

Prerequisiti

Nozioni standard di matematica generale impartite nella scuola secondaria.

Modalità didattica

Lezioni: 6 cfu

Esercitazioni: 2 cfu

Materiale didattico

Testo di riferimento: Sono disponibili sulla piattaforma del corso sia delle note scritte in Latex che gli appunti in videoscrittura delle singole lezioni.

Altri testi consigliati:

- Aschbacher, Finite Group Theory 2nd ed, Cambridge University Press, Cambridge, 2000.
- Bosch, Algebra, Springer Verlag, 2003.
- Childs, A Concrete Introduction to Higher Algebra 3rd ed, Undergraduate Texts in Mathematics, Springer, New York, 2009.
- Jacobson, Basic Algebra I, Freeman & Co, 1985

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Semestre: II

Modalità di verifica del profitto e valutazione

L'esame è suddiviso in tre fasi:

1. Test a scelta multipla per accertarsi che i concetti base siano stati acquisiti.
2. Se sufficiente tale test da accesso alla prova scritta consistente nella risoluzione di alcuni esercizi.
3. Se il voto nello scritto varia tra 18 e 21 o tra 28 e 30, lo studente dovrà sostenere una prova orale. Tra 22 e 27 sarà sua facoltà decidere se sostenere tale prova. In caso contrario verrà confermato il voto dello scritto. La prova orale richiede l'esposizione di asserti e dimostrazioni di teoremi, le definizioni, gli esempi/controesempi e le tecniche di calcolo.

Durante l'anno sono previsti 5 appelli: due a Febbraio e uno a Giugno, Luglio e Settembre.

La prova scritta e orale vanno sostenute nella stessa sessione.

Orario di ricevimento

Per appuntamento da fissarsi previa comunicazione con posta elettronica.

ALGEBRA II

Docente: Prof. Thomas Stefan Weigel

Obiettivi

Il corso: a) sulla base delle conoscenze sviluppate nel corso di Algebra I, approfondirà alcuni argomenti di teoria degli anelli e di teoria dei campi; b) illustrerà la teoria dei moduli finitamente generati su domini a ideali principali, con applicazioni ai gruppi abeliani e all'algebra lineare.

Contenuti sintetici

Anelli, e i loro moduli e campi

Programma esteso

Complementi di teoria degli anelli: Estensioni polinomiali. Polinomi in più variabili. Domini noetheriani. Teorema della base di Hilbert.

Estensioni di anelli e campi: Estensioni algebriche e trascendenti. Campo di spezzamento di un polinomio. Campi finiti.

Moduli su un anello e algebra lineare. Moduli liberi: basi, rango, proprietà universale. Torsione. Moduli su domini a ideali principali: moduli finitamente generati; equivalenza di matrici e riduzione a forma normale. Teorema di struttura per i moduli finitamente generati. Moduli di torsione e decomposizione primaria. Fattori invarianti, divisori elementari. Applicazioni ai gruppi abeliani e alle matrici: Teorema di struttura per i gruppi abeliani finitamente generati. Forme canoniche per le matrici: matrici companion, forma canonica razionale, forma canonica di Jordan.

Prerequisiti

Conoscenze richieste: I contenuti dei corsi *Algebra lineare e Geometria* e *Algebra I*

Modalità didattica

6 cfu di lezioni, 2 cfu di esercitazioni

Materiale didattico

S. Bosch, Algebra, Springer-Verlag, 2003.

Ulteriori testi di riferimento:

B. Hartley & T. Hawkes. Rings, modules and linear algebra, Chapman & Hall 1970

N. Jacobson, Basic Algebra I, Freeman & Co, 1985.

Periodo di erogazione dell'insegnamento

1° semestre

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Modalità d'esame: esame scritto a risposte aperte, e un esame orale su i contenuti del corso.

Orario di ricevimento

Su appuntamento

ALGEBRA III

Docente: Prof. Spiga Paolo

Obiettivi

Un soggetto centrale della teoria di campi è lo studio delle estensioni finiti di un campo, in particolare, le estensioni di Galois. Lo scopo del corso sarà di introdurre i concetti necessari per formulare il Teorema Fondamentale della Teoria di Galois e di analizzare le sue conseguenze.

Nel tempo di E. Galois tanti matematici lavorano ancora sui problemi formulati dai matematici greci nell'antichità. Un problema di questo tipo era la trisezione di un angolo con compasso e riga. Con la teoria di Galois si dimostra facilmente che questo non è possibile.

Contenuti sintetici

Estensioni di campi, la chiusura algebrica, teorema principale della teoria di Galois, applicazioni.

Programma esteso

- estensioni finiti di campi
- la chiusura algebrica
- campi di spezzamento
- estensioni normali e separabili
- estensioni di Galois, il gruppo di Galois
- il Teorema fondamentale della teoria di Galois
- estensioni ciclotomiche
- soluzioni delle uguaglianze algebriche
- costruzioni con riga e compasso

Prerequisiti

Algebra I e II

Modalità didattiche

Lezioni, 6 CFU

Materiale didattico

- M. Artin, Algebra, Bollati Boringhieri, 1997
- S. Bosch: Algebra, Springer-Verlag, 2003

Periodo di erogazione dell'insegnamento

1° semestre

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Esame orale su i contenuti del corso.

Orario di ricevimento

Su appuntamento.

ALGEBRA LINEARE E GEOMETRIA

Docenti: Prof.ssa Sonia Brivio, Prof. Diego Conti, Prof.ssa Francesca Dalla Volta

Obiettivi

Il corso è un'introduzione all'algebra lineare con applicazioni alla geometria.

Contenuti sintetici

Spazi vettoriali; studio dei sistemi lineari, e geometria affine. Applicazioni lineari, matrici; diagonalizzazione di endomorfismi. Prodotti scalari.

Programma esteso

- Calcolo matriciale.
- Sistemi di equazioni lineari.
- Sottospazi affini di $\mathbb{R}^n$ e loro rappresentazioni cartesiane e parametriche. Distanza e perpendicolarità in $\mathbb{R}^n$
- Spazi vettoriali.
- Applicazioni lineari e matrice associata.
- Determinante.
- Autovalori, autovettori, polinomio caratteristico, diagonalizzabilità, Teorema di Hamilton-Cayley
- Prodotti scalari e hermitiani; teorema di Sylvester.
- Operatori autoaggiunti, ortogonali, unitari.
- Teorema spettrale.

Prerequisiti

Una buona conoscenza della matematica della scuola superiore.

Modalità didattica

Lezioni: 48 ore (6 CFU); esercitazioni: 24 ore (2 CFU).

Materiale didattico

Testo di riferimento:

- S. Lang, Algebra Lineare, Boringhieri, III edizione.

Ulteriori testi consigliati:

- M. Abate, Geometria, McGraw Hill, 2002.
- F. Dalla Volta, M. Rigoli, Elementi di Matematica discreta e di Algebra lineare, Pearson Education, 2007.

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Primo semestre.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Scritto e/o orale

La prova scritta, valutata in trentesimi, consiste in:

- a. esercizi (a risposta aperta) che permettono ai docenti di valutare la capacità dello studente di applicare la teoria nella risoluzione di problemi;
- b. un quesito di tipo teorico, in cui si chiede allo studente ad esempio di fornire in modo completo alcune definizioni, enunciati di teoremi e/o di dare esempi e motivazioni

La prova orale è obbligatoria per chi abbia riportato una valutazione dello scritto compresa tra i 15 e i 20 trentesimi, o comunque nei casi in cui il docente lo ritenga necessario (ad esempio se viene data una risposta completamente insoddisfacente al quesito teorico). Tale prova consiste nella discussione della prova scritta e nella verifica da parte dei docenti della conoscenza e della padronanza da parte dello studente di definizioni, teoremi e dimostrazioni in programma.

Sono inoltre previste due prove in itinere, (la prima tra fine novembre e 10 dicembre, la seconda alla fine del corso), il cui superamento esonera lo studente dal dover sostenere la prova scritta.

Orario di ricevimento

Su appuntamento.

ALGORITMI E PROGRAMMAZIONE

Docente: Prof. Fabio Sartori

Obiettivi

Scopo di questo insegnamento è rendere lo studente in grado di progettare un sistema software a oggetti, integrando diversi tipi di strategie di problem solving.

Contenuti sintetici

Il corso si prefigge l'obiettivo di insegnare la programmazione ad oggetti e cenni di progettazione del software. Alla fine del corso lo studente dovrà essere in grado di modellare un problema secondo il paradigma a oggetti e di tradurlo in un programma scritto in un linguaggio object-oriented. Il linguaggio di riferimento è Java.

Programma esteso

- Introduzione ai concetti fondamentali del paradigma a oggetti (incapsulamento, ereditarietà, polimorfismo) e al linguaggio UML (Unified Modeling Language)
- Cenni al ciclo di vita del software.
- Java come linguaggio e come piattaforma.
- Il paradigma a oggetti base nel contesto Java: classi e oggetti, attributi e metodi.
- Il paradigma a oggetti avanzato nel contesto Java: ereditarietà e polimorfismo.
- Eccezioni, ArrayList, Generics e Collection Framework

Prerequisiti

Programmazione strutturata (corso di Laboratorio di Matematica e Informatica)

Modalità didattica

- Lezione frontale, 4 cfu
- Esercitazione frontale, 1 cfu
- Laboratorio frontale, 1 cfu

Materiale didattico

Tutte le informazioni sul corso, le slide presentate a lezione e le esercitazioni da svolgere in laboratorio verranno fornite tramite la piattaforma elearning di ateneo all'indirizzo elearning.unimib.it.

Testo di riferimento:

- W. Savitch: "Programmazione di base e avanzata con Java", a cura di Daniela Micucci, 2° edizione, Pearson

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Secondo semestre

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Modalità dell'esame

Prova scritta e prova orale facoltativa (a richiesta dello studente). Valutazione con voto in trentesimi 18-30/30.

La prova scritta è divisa in due parti: nella prima si valutano, attraverso una serie di domande a risposta chiusa, le conoscenze dei fondamenti teorici della programmazione a oggetti; nella seconda, si valuta, attraverso l'implementazione di un semplice sistema software, la capacità di realizzare in pratica un programma a oggetti in grado di rappresentare correttamente un semplice dominio applicativo. La media aritmetica (eventualmente pesata) dei voti conseguiti nelle due parti definisce il voto proposto allo studente, che, se sufficiente, ha la facoltà di accettarlo o modificarlo attraverso lo svolgimento di un orale integrativo (eventualmente peggiorandolo nel caso la prova orale non sia soddisfacente). Il docente si riserva la facoltà di richiedere un supplemento di indagine, attraverso una prova orale obbligatoria, nei casi in cui la prova scritta, pur essendo valutata sufficiente, presenti delle criticità.

Nel corso dell'anno sono previsti 5 appelli d'esame nei seguenti periodi: uno nel mese di giugno, uno a luglio, uno a settembre, uno a novembre e uno a gennaio. Durante il periodo del corso si tengono due prove scritte parziali che, in caso di esito complessivo positivo, permetteranno di verbalizzare il voto o sostenere la prova orale integrativa nel mese di giugno.

Orario di ricevimento

Giovedì, dalle 11 alle 12 o su appuntamento.

ANALISI COMPLESSA

Docente: Prof. Stefano Meda

Obiettivi

Il corso ha lo scopo di mettere gli studenti in grado di utilizzare con profitto i potenti metodi dell'analisi complessa in applicazioni teoriche e pratiche.

Contenuti sintetici

Si tratta di un corso di base sulle funzioni di una variabile complessa. Contiene, tra l'altro, nozioni base relative alle funzioni olomorfe, al teorema di Cauchy e sue applicazioni, la teoria delle singolarità isolate, degli zeri di funzioni olomorfe.

Programma esteso

Parte 1. Preliminari all'analisi complessa. Funzioni olomorfe. Regioni. Funzioni olomorfe: definizione ed esempi. Funzioni intere. Funzioni a valori complessi visti come mappe. Funzioni olomorfe e funzioni differenziabili da $\mathbb{R}^2$ in sé. Condizioni di Cauchy–Riemann. Serie di potenze. Formula di Hadamard per il raggio di convergenza di una serie di potenze. Serie di e^z , $\sin z$ e $\cos z$. Le serie di potenze definiscono funzioni olomorfe all'interno del loro cerchio di convergenza. Integrazione lungo curve. Curve parametriche, curve parametriche lisce, curve parametriche regolari a pezzi, curve parametriche equivalenti. Curve lisce, curve regolari a pezzi. Orientazione. Integrazione lungo curve e sue proprietà. Primitiva di una funzione e proprietà dell'integrale di funzioni che ammettono primitive. Funzioni con derivata nulla in una regione sono costanti.

Parte 2. Il teorema di Cauchy e applicazioni. Il lemma di Goursat. Il lemma di Goursat per triangoli. Analoghi per rettangoli. Esistenza di primitive locali e il teorema di Cauchy per un disco. Esistenza di primitive di una funzione olomorfa in un disco. Teorema di Cauchy in un disco. Contorni giocattolo e teorema di Cauchy relativo. Calcolo di alcuni integrali. Esempi di calcolo di integrali utilizzando il teorema di Cauchy. Formula integrale di Cauchy. Formula integrale di Cauchy per un disco. Analoghi per contorni giocattolo. Formula di Cauchy per le derivate. Disuguaglianze di Cauchy. Le funzioni olomorfe sono localmente somma di serie di potenze. Teorema di Liouville. Teorema fondamentale dell'algebra. Principio di identità delle funzioni olomorfe e prolungamento analitico. Ulteriori applicazioni. Il teorema di Morera. Convergenza uniforme sui compatti di successioni di funzioni olomorfe. Funzioni olomorfe definite mediante integrali. Il principio di simmetria (Teorema 5.5) e il principio di riflessione di Schwarz. Il problema dell'approssimazione mediante polinomi e il teorema di Runge.

Parte 3. Funzioni meromorfe e il logaritmo. Zeri e poli. Forma di una funzione olomorfa in un intorno di un suo zero. molteplicità di uno zero, zeri semplici. Polo di una funzione olomorfa. Forma di una funzione olomorfa in un intorno di un suo polo. Ordine del polo, parte principale e residuo. Formula per il residuo di un polo di ordine n . Formula dei residui. Il teorema dei residui. Esempi di applicazione del teorema dei residui. Singolarità e funzioni meromorfe. Singolarità rimovibili. Il teorema di Riemann sulle singolarità rimovibili. Caratterizzazione dei poli. Singolarità essenziali. Comportamento di una funzione in un intorno di una singolarità essenziale: il teorema di Casorati–Weierstrass. Funzioni meromorfe in una regione. Singolarità all'infinito. Caratterizzazione delle funzioni meromorfe nel piano complesso esteso. Il principio

dell'argomento e applicazioni. Il principio dell'argomento. Il teorema di Rouché. Teorema della mappa aperta. Teorema del massimo modulo. Omotopie e domini semplicemente connessi. Integrazione di funzioni olomorfe su curve omotope. Domini semplicemente connessi. Esistenza di primitive di funzioni olomorfe e teorema di Cauchy in domini semplicemente connessi. Il logaritmo complesso. Esistenza del logaritmo in una regione semplicemente connessa. Determinazione principale del logaritmo. Serie di potenze del logaritmo. Esistenza del logaritmo di una funzione che non si annulla in una regione semplicemente connessa.

Parte 4. Funzioni intere. La formula di Jensen. Teorema di Jensen. Funzioni di ordine finito. Ordine di una funzione intera. Relazione tra ordine di una funzione intera e suoi zeri. Prodotti infiniti. Definizione di convergenza di un prodotto infinito. Condizione sufficiente di convergenza. Convergenza di prodotti di funzioni olomorfe. La formula prodotto della funzione seno. Prodotti infiniti di Weierstrass. Esistenza di una funzione intera con zeri prescritti. Il teorema di fattorizzazione di Hadamard. Fattorizzazione di funzioni intere di ordine finito.

Prerequisiti

Analisi I, Analisi II, Algebra lineare

Modalità didattica

Lezioni frontali, con uso di lavagna

Materiale didattico

Stein and Shakarchi, "Complex analysis", Princeton University Press.

Periodo di erogazione dell'insegnamento

I semestre

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Scritta, con domande di carattere teorico ed esercizi da risolvere.

Orario di ricevimento

Per appuntamento.

ANALISI III

Docente: Prof.ssa Bianca Di Blasio

Obiettivi

Il corso ha l'obiettivo di fornire agli studenti le basi per lo studio di problemi di analisi matematica generale.

Contenuti sintetici

Spazi di Banach. Spazi L^p . Spazi di Hilbert. Serie di Fourier. Teorema di Baire. Teorema della Mappa Aperta. Teorema di Banach-Steinhaus. Teorema di Hahn Banach. Spazio duale. Convergenza debole. Cenni alla trasformata di Fourier.

Programma esteso

Definizione ed esempi di spazi di Banach. Definizione di $L^p(X, \mu)$, μ misura positiva. Disuguaglianze di Holder e di Minkowski. Completezza di $L^p(X, \mu)$. Inclusioni di spazi $L^p(X, \mu)$, μ finita. Inclusioni di spazi $L^p(Z)$. Relazioni tra convergenze in norma p , in misura e puntuale. Desintà di $C_c(\mathbb{R}^n)$ e dello spazio di Schwartz in $L^p(\mathbb{R}^n)$. Dualità degli spazi L^p (solo enunciato).

Spazi di Hilbert. Definizione di prodotto interno. Disuguaglianza di Cauchy-Schwarz. Definizione di spazio di Hilbert. Punti di minima distanza da un chiuso convesso. Teorema delle proiezioni. Disuguaglianza di Bessel. Sistemi ortonormali completi. Formula di Parseval. Ortogonalizzazione di Gram-Schmidt. Serie di Fourier per funzioni in $L^1(T)$, T toro.

Nucleo di Dirichlet.

Convergenza in L^2 .

Convergenza puntuale.

Alcune funzioni speciali. Operatori lineari tra spazi vettoriali normati. Spazio duale. Teorema di Baire. Teorema di Banach – Steinhaus.

Divergenza delle serie di Fourier.

Teorema della mappa aperta e del grafico chiuso.

Non suriettività della trasformata di Fourier da $L^1(T)$ in $C_0(Z)$. Teorema di Hahn – Banach.

Convergenza debole.

Definizione e prime proprietà della trasformata di Fourier.

Prerequisiti

Corsi di base dei primi due anni del corso di laurea in Matematica.

Modalità didattica

Lezioni frontali alla lavagna con gesso.

Materiale didattico

W. Rudin "Real and Complex Analysis"

H. Brezis "Analyse fonctionnelle. Théorie et applications"

Note del docente

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Primo semestre

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Esame scritto e orale.

L'esame scritto consiste in esercizi di calcolo ed esercizi teorici volti a verificare la comprensione dei contenuti del corso. Gli esercizi proposti sono in linea con quelli svolti durante le lezioni.

L'esame orale consiste in una discussione dello scritto e in domande di carattere teorico (definizioni e teoremi con dimostrazione).

Orario di ricevimento

lunedì dalle 14.30 alle 15.30

ANALISI MATEMATICA I

Docenti: Prof.ssa Veronica Felli, Prof. Graziano Guerra, Prof. Simone Secchi

Obiettivi

L'insegnamento si prefigge come obiettivi l'introduzione dei concetti di base dell'Analisi Matematica moderna per funzioni di una variabile reale e lo sviluppo rigoroso della relativa teoria. Lo scopo del corso è quello di condurre lo studente all'acquisizione e alla padronanza dei contenuti, alla capacità di elaborarne i concetti fondamentali in maniera critica, di risolvere problemi e di applicare i metodi appresi a contesti diversi.

Contenuti sintetici

Numeri reali e complessi. Funzioni reali di variabile reale: limiti, continuità, calcolo differenziale, calcolo integrale. Successioni e serie numeriche.

Programma esteso

1. **I numeri naturali.** Assiomi di Peano e il principio di induzione matematica. Simboli di sommatoria, produttoria e fattoriale, coefficienti binomiali, sviluppo della potenza n -esima del binomio (formula del binomio di Newton).
2. **I numeri reali.** Campi, campi ordinati e i numeri razionali. Completezza e assioma di continuità. Incompletezza dei numeri razionali. Definizione assiomatica dei numeri reali. Cenni alle sezioni di Dedekind. I numeri naturali come sottoinsieme dei numeri reali. Proprietà archimedeo. Estremo superiore/inferiore e loro proprietà. Esistenza dell'estremo superiore/inferiore. Esistenza e unicità delle radici n -esime. Rappresentazione binaria e rappresentazione decimale. Parte intera e modulo di un numero reale. Definizione di potenza con esponente naturale, intero, razionale e reale.
3. **I numeri complessi.** Definizione, forma algebrica, modulo, complesso coniugato, parte reale e parte immaginaria, disuguaglianza triangolare. Forma trigonometrica ed esponenziale di un numero complesso, prodotto e potenza in forma trigonometrica/esponenziale. Funzione esponenziale ed esponenziale complesso. Radici di un numero complesso. Teorema fondamentale dell'algebra (solo enunciato).
4. **Topologia della retta reale.** Definizione di distanza sulla retta reale, intorni, punti interni, esterni e di frontiera. Insiemi aperti e chiusi. Punti di accumulazione e isolati. Densità dei numeri razionali nei numeri reali. Teorema di Bolzano–Weierstrass.
5. **Funzioni.** Definizione, dominio, codominio, immagine e controimmagine. Funzioni iniettive, suriettive e biunivoche. Funzione composta, funzione inversa, restrizione. Insiemi numerabili. Numerabilità dei numeri razionali e non numerabilità dei numeri reali. Funzioni reali di variabile reale e loro grafico. Funzioni monotone, estremo superiore e inferiore, massimo e minimo, punti di massimo e di minimo. Funzioni elementari e loro grafici (richiami sulle potenze, esponenziali, logaritmi, funzioni trigonometriche e le loro inverse, valore assoluto, parte intera, parte frazionaria, segno).
6. **Limiti.** Definizione di limite, esempi e proprietà: unicità del limite, teorema della permanenza del segno, teorema del confronto (dei due carabinieri). Limite della somma, del prodotto, del rapporto e

della funzione composta. Forme indeterminate. Limiti notevoli. Limiti destri e sinistri. Teorema di esistenza del limite per funzioni monotone. Asintotico, simboli di o piccolo e O grande. Infiniti, infinitesimi e loro confronto.

7. **Successioni in campo reale.** Successioni e limiti di successioni. Limitatezza delle successioni convergenti. Sottosuccessioni. Ogni successione limitata ha una sottosuccessione convergente. Insiemi compatti. Compattezza degli insiemi chiusi e limitati (Heine-Borel). Successioni monotone e definizione del numero e (costante di Nepero). Criterio di Cauchy, limite inferiore, limite superiore e loro proprietà.
8. **Continuità.** Definizione di funzione continua. Continuità della funzione composta. Teorema della permanenza del segno. Teorema degli zeri. Teorema dei valori intermedi. Continuità della funzione inversa. Continuità delle funzioni elementari: potenze, esponenziali, logaritmi, funzioni trigonometriche e funzioni trigonometriche inverse. Teorema ponte. Teorema di Weierstrass. Continuità uniforme. Continuità uniforme di funzioni continue su compatti (Heine-Cantor). Punti di discontinuità. Funzioni Lipschitziane.
9. **Serie.** Definizione. Serie convergenti, divergenti e indeterminate. Serie geometrica e serie telescopiche. Condizione necessaria per la convergenza. Serie assolutamente convergenti e criterio della convergenza assoluta. Serie a termini positivi: criterio del confronto e del confronto asintotico, criterio della radice e criterio del rapporto. Serie a termini di segno alterno: criterio di Leibniz.
10. **Calcolo differenziale.** Retta tangente al grafico di una funzione. Derivabilità. Derivata destra e sinistra. Punti angolosi, punti a tangente verticale e cuspidi. Continuità delle funzioni derivabili. Regole di derivazione: somma, prodotto, quoziente e derivata della funzione composta. Derivata della funzione inversa. Derivata delle funzioni elementari. Punti di massimo e di minimo, relativi e assoluti. Teoremi di Fermat e di Rolle. Teorema di Lagrange e suoi corollari: le funzioni a derivata nulla su intervalli sono costanti, lipschitzianità delle funzioni a derivata limitata, relazioni tra monotonia di una funzione e segno della sua derivata. Teorema di Cauchy. Teorema di De l'Hôpital. Teorema del limite della derivata. Convessità/concavità di una funzione. Relazione tra il segno della derivata seconda e concavità/convessità di una funzione. Posizione del grafico rispetto alle sue rette tangenti. Punti di flesso. Formule di Taylor e di Maclaurin con resto in forma di Peano ed esempi. Formula di Taylor con resto in forma di Lagrange.
11. **Calcolo integrale.** Funzioni a scala (o costanti a tratti o semplici) e integrale di funzioni a scala. Proprietà dell'integrale delle funzioni a scala. Integrale inferiore e integrale superiore su un intervallo limitato. Definizione di integrabilità secondo Riemann. Condizione necessaria e sufficiente per l'integrabilità. Linearità e monotonia (confronto) dell'integrale di Riemann. Integrabilità della parte positiva/negativa e del modulo di una funzione integrabile. Integrabilità della restrizione di una funzione integrabile, integrale su intervalli orientati e additività rispetto al dominio. Integrabilità delle funzioni con un numero finito di punti di discontinuità e delle funzioni monotone. Teorema della media integrale. La funzione integrale. Teorema fondamentale del calcolo. Primitive, integrale indefinito. Integrazione per parti e per sostituzione. Integrazione di funzioni razionali fratte. Integrali impropri.

Prerequisiti

Algebra, geometria e trigonometria elementari.

Modalità didattica

Lezioni (8 cfu), Esercitazioni (4 cfu).

Corso erogato in lingua italiana

Materiale didattico

Testo di riferimento: E. Giusti. Analisi Matematica I. Bollati Boringhieri.

Altri testi consigliati:

- G. De Marco: Analisi Uno, Zanichelli Decibel.
- C. D. Pagani, S. Salsa: Analisi matematica 1, Zanichelli.

Eserciziari consigliati:

- E. Giusti: Esercizi e complementi di analisi matematica, volume 1, Bollati Boringhieri.
- G. De Marco, C. Mariconda: Esercizi di calcolo in una variabile, Zanichelli Decibel.
- S. Salsa, A. Squellati: Esercizi di analisi matematica 1, Zanichelli.
- E. Acerbi, L. Modica, S. Spagnolo: Problemi scelti di analisi matematica. Vol. 1, Liguori.

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Primo anno, primo semestre.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Prova scritta e prova teorica/orale. Valutazione con voto in trentesimi 18-30/30.

Nella prova scritta si valuta la conoscenza dei contenuti del corso e la capacità di applicarli alla risoluzione di problemi. Nella prova teorica/orale si richiede la capacità di esporre gli enunciati e le dimostrazioni dei teoremi, le definizioni, gli esempi/controesempi e le tecniche di calcolo introdotte.

Nel corso dell'anno sono previsti 5 appelli d'esame nei seguenti periodi: due nel mese di febbraio, uno a giugno, uno a luglio e uno a settembre. Ogni appello d'esame prevede prima una prova scritta e poi, in caso di superamento della prova scritta, una prova teorica/orale a pochi giorni di distanza. Durante il periodo delle lezioni si terranno due prove scritte parziali che, in caso di esito complessivo positivo, permetteranno di sostenere direttamente la prova orale nel mese di febbraio.

Orario di ricevimento

Su appuntamento.

ANALISI MATEMATICA II

Docente: Prof.ssa Maria Gabriella Kuhn

Obiettivi

Corso base sul calcolo differenziale in più variabili, equazioni differenziali ordinarie, rudimenti di calcolo integrale in più variabili.

Contenuti sintetici

Spazi metrici e spazi normati: esempi. Successioni e serie di funzioni. Calcolo differenziale per funzioni di più variabili: derivate direzionali, differenziale, matrice Hessiana, estremi liberi. Integrali multipli secondo Riemann e relative formule di riduzione: teorema di Fubini. Formula di cambiamento di variabili: coordinate polari, sferiche e cilindriche. Equazioni differenziali ordinarie: teoremi di esistenza, unicità e dipendenza continua dai dati. Funzioni definite implicitamente; massimi e minimi vincolati.

Programma esteso

1. Calcolo differenziale in più variabili

1. Derivate direzionali. Funzioni differenziabili. Legame tra le derivate direzionali nel caso di funzioni differenziabili. Legami tra continuità e derivabilità e differenziabilità. Derivate di ordine successivo. Derivate di funzioni composte.
2. Massimi e minimi in insiemi aperti: condizione necessaria per funzioni differenziabili e curve di livello.
3. Matrici definite/semidefinite positive e relativi criteri Matrice Hessiana. Formula di Taylor arrestata al secondo ordine. Funzioni convesse e relativo criterio per il riconoscimento dei loro estremanti.
4. Riconoscimento dei massimi e minimi mediante la matrice Hessiana.

2. Calcolo integrale in più variabili

1. Integrale di Riemann di una funzione di più variabili a valori reali.
2. Insiemi misurabili secondo Peano-Jordan: condizione necessaria e sufficiente per la misurabilità nel caso di insiemi limitati. Esempi di insiemi misurabili e non.
3. Metodo di riduzione (Teorema di Fubini) per gli integrali multipli. Baricentro di un insieme misurabile bidimensionale. Volume dei solidi.
4. Cambio di variabili negli integrali doppi e tripli (*): coordinate polari, sferiche e cilindriche. Volume dei solidi di rotazione: Teorema di Guldino.
5. Integrali impropri.

3. Curve e superfici

1. Curve regolari/ regolari a tratti/ chiuse /semplici in $\mathbb{R}^n$. Lunghezza di una curva: definizioni equivalenti e indipendenza dalla parametrizzazione (non è richiesta la dimostrazione del Teorema 15.4 del libro di Giusti). Ascissa curvilinea.
2. Teorema delle funzioni implicite (Dini) nel caso bidimensionale. Superfici in forma cartesiana; condizioni sufficienti affinché una superficie sia localmente un grafico. Prodotto vettoriale e teorema di Dini nel caso di una funzione da $\mathbb{R}^3$ in $\mathbb{R}^2$ (senza dimostrazione)

3. Massimi e minimi in insiemi compatti: moltiplicatori di Lagrange (dimostrazione solo nel caso di un vincolo in $\mathbb{R}^2$).
4. Successioni e serie di funzioni
 1. Spazi vettoriali normati: esempi ($C[a,b]$, $B[a,b]$, $C^n[a,b]$). Spazi di Banach.
 2. Teorema delle contrazioni.
 3. Convergenza puntuale e uniforme per successioni/serie di funzioni a valori reali. Criterio di Weierstrass per le serie di funzioni. Convergenza uniforme e limitatezza/continuità della funzione limite. Convergenza puntuale/ uniforme per funzioni derivabili/integrabili e relativi teoremi di passaggio al limite.
 4. Serie di potenze: raggio di convergenza. Serie di Taylor. Approssimazione di integrali mediante l'uso di serie di potenze.
5. Equazioni differenziali
 1. Problema di Cauchy per equazioni del primo ordine. Teorema di esistenza e unicità locale. Prolungamento delle soluzioni. Intervallo massimale di definizione e relative proprietà (*). Condizione di sublinearità. Teorema di esistenza e unicità globale (non è richiesta la dimostrazione nel caso sublineare).
 2. Equazioni di ordine n : equivalenza con un sistema del primo ordine. Sistemi lineari del primo ordine. Struttura dello spazio delle soluzioni di un sistema omogeneo del primo ordine. Soluzioni nel caso non omogeneo. Metodo di variazione delle costanti arbitrarie nel caso di un'equazione di ordine n .
 3. Matrice esponenziale: definizione e proprietà . Calcolo della matrice esponenziale nel caso in cui la matrice sia diagonalizzabile nel campo reale. E' richiesto il calcolo negli altri casi solo per matrici 3×3 .
 4. Metodi di soluzione per alcune equazioni e sistemi particolari.

Prerequisiti

Analisi I, Algebra lineare e Geometria I

Modalità didattica

Lezioni (8cfu)+ esercitazioni (4cfu) +tutoraggio. Lezioni in Italiano

Materiale didattico

Testo di riferimento: Enrico Giusti: Analisi Matematica II ed. Bollati Boringhieri.

Testi di consultazione:

A. Bacciotti; F. Ricci: Lezioni di Analisi Matematica 2 Ed. Levrotto & Bella /Torino

C.Pagani; S.Salsa: Analisi Matematica 2 Ed. Zanichelli

Enrico Giusti: Analisi Matematica 2 vecchia edizione Bollati Boringhieri

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Primo Semestre.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Prova scritta e prova orale.

Nella prova scritta si richiede di dimostrare di saper applicare i contenuti teorici del corso alla risoluzione di problemi. Nella prova orale si richiede la capacità di esporre gli enunciati e le dimostrazioni dei teoremi, le definizioni, gli esempi/controesempi e le tecniche di calcolo introdotte.

Nel corso dell'anno sono previsti 5 appelli d'esame nei seguenti periodi: due nel mese di febbraio, uno a giugno, uno a luglio e uno a settembre. Ogni appello d'esame prevede prima una prova scritta e poi, in caso di superamento della prova scritta, una prova teorica/orale a pochi giorni di distanza. Durante il periodo delle lezioni si terranno due prove scritte parziali che, in caso di esito complessivo positivo, permetteranno di sostenere direttamente la prova orale nel mese di febbraio.

Orario di ricevimento

Per appuntamento.

ANALISI NUMERICA

Docente: Prof. Lourenco Beirao Da Veiga

Obiettivi

Acquisire forti basi teoriche e capacità pratiche/implementative nell'ambito delle tematiche del corso (ottimizzazione e discretizzazione di equazioni ordinarie).

Contenuti sintetici

La parte principale del corso tratta di problemi di ottimizzazione in $\mathbb{R}^n$, la cui risoluzione è un passaggio fondamentale in molti problemi di matematica applicata (in modo diretto o sovente attraverso la loro discretizzazione con metodi numerici). Si tratteranno il problema della ricerca di punti fissi e zeri, ricerca di minimi liberi e ricerca di minimi vincolati. Il corso avrà un supporto teorico rigoroso per l'analisi dei metodi considerati.

Inoltre, parte del corso sarà svolta in laboratorio informatico (MATLAB) con sviluppo di codici da parte degli studenti. Nella parte finale del corso verranno invece presentati i fondamenti per la discretizzazione di equazioni differenziali ordinarie.

Programma esteso

Tutti gli argomenti svolti in aula avranno anche una parte di sviluppo dei codici in laboratorio informatico (MATLAB). Alcuni laboratori consisteranno nell'approssimazione di problemi al continuo e dunque comporteranno anche un passaggio di "discretizzazione". Metodi iterativi di punto fisso, proprietà di convergenza locale e globale. Ricerca degli zeri, metodi quasi-Newton con diversi esempi, convergenza locale. Ricerca di minimi, metodi line search con diversi esempi, proprietà varie di convergenza, applicazione al caso della ricerca degli zeri. Ricerca di minimi vincolati, gradiente proiettato, condizioni Kuhn-Tucker, lagrangiana, metodo di Uzawa. Equazioni differenziali ordinarie, metodi a un passo con diversi esempi, teoria di convergenza e di stabilità asintotica.

Prerequisiti

Sono sufficienti le normali conoscenze della laurea triennale in matematica.

Modalità didattica

Lezioni in aula (alla lavagna) e lezioni in laboratorio informatico.

Materiale didattico

- C.T. Kelley, "Iterative methods for linear and nonlinear equations", SIAM
- J. Nocedal, S.J. Wright, "Numerical Optimization", Springer
- P.G. Ciarlet, "Introduction to numerical linear algebra and optimizations", Cambridge Texts in Applied Math
- Dispense della parte su Eq. Diff. Ord.

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Secondo semestre.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Esame orale sugli argomenti teorici del corso, oltre alla verifica di tre progetti a scelta tra quelli svolti in laboratorio durante l'anno.

Orario di ricevimento

Flessibile, previo appuntamento via email.

CALCOLO DELLE PROBABILITÀ

Docente: Prof. Francesco Caravenna

Obiettivi

Fornire gli strumenti e i concetti di base del calcolo delle probabilità, illustrandone alcune applicazioni.

Contenuti sintetici

Spazi di probabilità, variabili aleatorie, elementi di catene di Markov.

Programma esteso

- Spazi di probabilità. Probabilità condizionale e indipendenza.
- Variabili aleatorie, indipendenza, valor medio. Distribuzioni notevoli.
- Esempi rilevanti di modelli probabilistici.
- Convergenza di successioni di variabili aleatorie.
- Teoremi limite: legge dei grandi numeri, teorema limite centrale.
- Introduzione alle catene di Markov.

Prerequisiti

Analisi, teoria della misura, algebra lineare.

Modalità didattica

Lezioni (10 cfu) ed esercitazioni (2 cfu).

Corso erogato in lingua italiana.

Materiale didattico

- F. Caravenna, P. Dai Pra, *Probabilità. Un'introduzione attraverso modelli e applicazioni*, Springer-Verlag Italia, Milano (2013).
- D. Williams, *Probability with Martingales*, Cambridge University Press (1991).

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Terzo anno, primo semestre.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Esame scritto e orale. Voto 18-30/30.

Nella prova scritta viene valutata la capacità di risolvere esercizi. È necessario superare la prova scritta per accedere alla prova orale, in cui viene valutata la conoscenza di una selezione di dimostrazioni e, soprattutto, la conoscenza operativa delle nozioni del corso, anche mediante esempi.

Ci saranno 5 appelli d'esame (due a febbraio, quindi uno a luglio, uno a settembre, uno a gennaio). A metà e alla fine del corso sono previste due prove parziali scritte che, se superate, permettono di saltare la prova scritta e accedere direttamente alla prova orale.

Orario di ricevimento

Viene fissato all'inizio del corso e riportato sulla pagina e-learning.

CALCOLO NUMERICO

Docente: Prof. Alessandro Russo

Obiettivi

L'obiettivo di questo insegnamento è di presentare gli argomenti di base del Calcolo Numerico che devono far parte del bagaglio culturale di qualunque laureato in matematica.

Contenuti sintetici

Gli argomenti trattati sono:

- Aritmetica Floating Point dei calcolatori
- Metodi Numerici per l'Algebra Lineare
- Approssimazione di zeri di funzioni reali
- Interpolazione polinomiale
- Metodo dei minimi quadrati
- Formule di quadratura per l'approssimazione degli integrali definiti

Programma esteso

- **Aritmetica floating point:** Rappresentazione dei numeri reali, Numeri rappresentabili in un calcolatore, Approssimazione dei numeri reali su un calcolatore, Operazioni tra numeri floating point, Il rounding to even, Calcolo delle funzioni elementari;
- **L'algoritmo di eliminazione di Gauss e la decomposizione $PA=LU$:** Sistemi lineari, Algoritmo di eliminazione di Gauss, La decomposizione $PA=LU$;
- **Richiami di algebra lineare:** Prodotti scalari e norme, Norme su $\mathbb{R}^n$, Norme di matrici;
- **Stabilità dell'algoritmo di Gauss:** Analisi delle perturbazioni di un sistema lineare, Applicazione all'algoritmo di Gauss;
- **Decomposizione di Cholesky:** Matrici simmetriche e definite positive, Decomposizione di Cholesky, Applicazione alla soluzione di un sistema lineare;
- **Metodi iterativi per i sistemi lineari:** Motivazioni, Metodi iterativi per sistemi di equazioni lineari, Criteri di arresto;
- **Autovalori:** Cerchi di Gershgorin, Dipendenza degli autovalori dalle perturbazioni di A , Metodo delle potenze;
- **Zeri di Funzione:** Il metodo di bisezione, Il metodo di Newton e sue varianti, Valutazione sperimentale dell'ordine di convergenza, Il metodo di Brent, Cosa fa MATLAB;
- **Interpolazione polinomiale:** Il teorema di Weierstrass, Interpolazione, Analisi degli algoritmi di interpolazione, Condizionamento dell'interpolazione, Interpolazione di funzioni;
- **Funzioni spline**
- **Minimi quadrati e fattorizzazione QR:** Sistemi sovradeterminati, Interpretazione geometrica, Decomposizione QR, Regressione lineare, Uso della decomposizione $A=QR$ per risolvere un sistema lineare;
- **Formule di quadratura:** Formule di quadratura di tipo interpolatorio, Formula del trapezio, Formula di Simpson, Formule di quadratura di Newton-Cotes, Metodi di quadratura adattivi.

Prerequisiti

Gli insegnamenti di *Analisi 1* e di *Algebra Lineare e Geometria*.

Modalità didattica

Lezioni (8 CFU), esercitazioni alla lavagna e al calcolatore (4 CFU).

Corso erogato in lingua italiana.

Materiale didattico

Note a cura del docente disponibili sul sito del corso.

Periodo di erogazione dell'insegnamento

1° semestre.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Prova pratica al calcolatore e prova teorica/orale. Valutazione con voto in trentesimi 18-30/30.

Nella prova pratica al calcolatore si valuta la conoscenza degli algoritmi sviluppati durante il corso richiedendo la scrittura di alcuni programmi in MATLAB per la risoluzione di semplici problemi numerici. Nella prova teorica/orale si richiede la capacità di esporre gli enunciati e le dimostrazioni dei teoremi, le definizioni, gli esempi/controesempi e le tecniche di calcolo introdotte.

Orario di ricevimento

Su appuntamento.

FISICA I

Docente: Prof.ssa Laura D'Alfonso, Prof. Alessio Ghezzi, Prof. Marco Paganoni

Obiettivi

Fornisce le basi della meccanica classica del punto materiale e dei sistemi di punti, dei mezzi continui e dei fluidi; introduce i concetti di simmetria e invarianza, i principi di relatività e le leggi di conservazione; fornisce le basi della termodinamica.

Contenuti sintetici

La misura; grandezze scalari e vettoriali; la descrizione del moto e i moti relativi; l'interpretazione dinamica dei moti e le forze; lavoro ed energia; conservazione dell'energia; energia potenziale, equilibrio del punto materiale e moto attorno al punto di equilibrio (oscillazioni armoniche); sistemi di punti; urti; cinematica e dinamica rotazionale; il corpo rigido; il problema dei due corpi; la gravitazione; i mezzi continui, perturbazioni e onde meccaniche; sistemi termodinamici, variabili di stato, scambi di energia; principi della termodinamica; entropia; teoria cinetica dei gas e interpretazione statistica di grandezze macroscopiche; [Solo per il corso di laurea in Fisica: meccanica dei fluidi; la relatività ristretta.]

Programma esteso

Il corso è suddiviso in tre turni paralleli, data la numerosità degli studenti. I tre corsi paralleli seguono lo stesso programma di massima, ma l'ordine dell'esposizione degli argomenti può essere leggermente diversa a seconda della sensibilità dei docenti.

Gli studenti sono pregati di far riferimento al programma esteso di ciascuno turno, disponibile nel rispettivo spazio e-learning.

Gli argomenti riportati nel programma esteso sono oggetto della prova d'esame.

Prerequisiti

nessuno

Modalità didattiche

Lezioni frontali e esercitazioni

Materiale didattico

Testi generali consigliati

1. Mazzoldi, Nigro, Voci, Fisica 1, EdiSES (Meccanica e termodinamica)
Testo abbastanza schietto - Iderente alla maggior parte delle lezioni
2. Halliday, Resnick, Krane, Fisica 1, Ambrosiana
Un po' verboso, ma valido per meccanica
3. Feynman et al., The Feynman Lectures on Physics, vol. 1
Ottimo e chiaro, verboso, ma mai noioso.

Esposizione degli argomenti un po' differente dall'ordine scelto in questo corso.

Testi con esercizi risolti

1. Del Papa, Giordani, Giugliarelli, Problemi di Fisica con soluzione, Ambrosiana
Attenzione: la definizione di rendimento usata in questo testo (nonostante sia diffusa in molti testi, soprattutto delle scuole secondarie) non è quella più opportuna. Ad esempio, genera contraddizioni nell'analisi dei cicli monotermini.
2. M. Villa, A. Uguzzoni, Esercizi di Fisica (Meccanica), Ambrosiana
3. G. Tonzig - Esercizi di Fisica del Calore
4. Rees, Physica by example, Cambridge

Testi consigliati per argomenti selezionati

1. E. Fermi, Termodinamica, Boringhieri
[i testi precedenti coprono la termodinamica in modo soddisfacente, ma questo libretto è una lettura piacevole]
2. R. Resnik, Introduzione alla relatività ristretta, Casa Editrice Ambrosiana
[Il testo di Feynman et al. (vedi sopra) copre la relatività ristretta in modo chiaro, spesso illuminante, ma meno sistematico]

Registro delle lezioni e note del docente

Il registro delle lezioni e note manoscritte degli argomenti trattati sono (o possono essere) rese disponibili dai singoli docenti secondo le modalità definite da ciascuno.

Problemi

Alcuni docenti assegnano problemi specifici secondo modalità definite nei singoli turni.

Esistono dei turni di tutoraggio per la risoluzione dei problemi assegnati o di esempi di prove scritte d'esame assegnate negli anni precedenti.

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Ottobre - Novembre: meccanica del punto (4 CFU)

Dicembre - Gennaio: sistemi di punti (4 CFU)

Marzo - Aprile: Onde meccaniche e termodinamica (4 CFU)

Maggio - Giugno: Meccanica dei fluidi e relatività speciale (4 CFU) - SOLO PER STUDENTI IN FISICA

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Prova scritta e prova orale. La prova scritta può essere sostituita da quattro prove in itinere, due a semestre secondo un calendario comunicato ad inizio semestre.

In questo caso la prova scritta si intende superata se risulteranno positive (sufficienti) 3/4 delle prove [tre prove in itinere per chi segue solo 12 crediti (matematici) con soglia di ammissione a 2/3.]. Un'assenza conterà come una prova non sufficiente.

La prova orale può essere sostenuta in qualsiasi appello, entro l'anno accademico, dopo aver superato la prova scritta. Non è necessario sostenere la prova orale nello stesso appello dello scritto. Gli orali vengono

posti in calendario con comunicazione tramite piattaforma e-learning e bacheca online. L'iscrizione all'appello è responsabilità degli studenti.

Orario di ricevimento

Gli orari di ricevimento sono definiti dai docenti di ciascun turno secondo indicazioni reperibili nei rispettivi spazi e-learning.

FISICA II

Docente: Prof. Alessandro Tomasiello

Obiettivi

Equazioni di Maxwell, Relatività

Contenuti sintetici

Elettrostatica; leggi di Coulomb e di Gauss. Correnti elettriche; legge di Ohm.

Relatività speciale. Magnetostatica: equazione di Biot-Savart, legge di Ampère.

Induzione magnetica; legge di Faraday. Circuiti LRC.

Equazioni di Maxwell. Onde elettromagnetiche. Vettore di Poynting. Notazione relativisticamente covariante per l'elettromagnetismo.

Programma esteso

- Elettrostatica. Legge di Coulomb; campo e potenziale elettrico. Legge di Gauss. Equazione di Poisson e Laplaciano. Energia del campo elettrico. Rotore del campo elettrico. Funzioni armoniche. Conduttori. Condensatori. Calcolo esterno.
- Cariche in moto. Corrente elettrica; legge di Ohm. Circuiti RC.
- Relatività ristretta. Trasformazioni di Lorentz, quadri-vettrici.
- Magnetostatica. Inevitabilità del campo magnetico; sua divergenza e rotore. Potenziale vettore.
- Induzione magnetica. Circuiti in moto in campo magnetico; legge di Faraday. Induttanza. Energia del campo magnetico. Circuiti LRC. Applicazioni: linee di alta tensione, radio.
- Equazioni di Maxwell. Correnti dipendenti dal tempo. Onde elettromagnetiche. Vettore di Poynting. Notazione relativisticamente covariante per il campo elettromagnetico e per le equazioni di Maxwell. Calcolo esterno e spaziotempo.

Prerequisiti

Fisica I, Analisi I, Analisi II.

Modalità didattica

Lezioni frontali (6CFU), esercitazioni (2CFU)

Materiale didattico

Dispense disponibili presso <https://www.dropbox.com/s/s2kvegmy9t0xc5t/EM.pdf?dl=0>

D. J. Griffiths, Introduction to electrodynamics. Prentice Hall, 1999.

E. M. Purcell and D. J. Morin, Electricity and magnetism. Cambridge University Press, 2013.

Periodo di erogazione dell'insegnamento

primo semestre.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Scritto e orale. Scritto: quattro esercizi, tre ore. Ammissione all'orale con 14/30. Orale: domande aperte sui contenuti del corso.

Orario di ricevimento

su appuntamento.

FISICA MATEMATICA

Docente: Prof. Giovanni Ortenzi

Obiettivi

Apprendere i metodi alla base delle soluzioni delle equazioni differenziali alle derivate parziali della Fisica Matematica.

Contenuti sintetici

Introduzione alle classiche equazioni a derivate parziali della fisica matematica e ai modelli fisici da esse rappresentati: equazione di Laplace, equazione del calore, equazione delle onde. Metodi di soluzione.

Programma esteso

- Introduzione alle equazioni alle derivate parziali.
 - Equazioni di Maxwell, equazione del trasporto ed equazioni di Eulero.
- Equazione del trasporto
 - Caratteristiche e soluzione del problema ai dati iniziali
- Equazione delle onde
 - Deduzione da modelli fisici (D'Alembert e Lagrange)
 - Caratteristiche e cono causale.
 - Dipendenza dalle dimensioni dello spazio: principio di Huygens e soluzione di Kirchhoff
 - Invarianza di Lorentz
 - Effetti di sorgenti e bordi (Neumann e Dirichlet)
 - Buona positura
- Equazione del calore (diffusione)
 - Deduzione da modelli fisici (legge di Fick e derivazione probabilistica alla Einstein)
 - Soluzioni autosimilari
 - Soluzione fondamentale e soluzione del problema ai dati iniziali
 - Principio del massimo debole
 - Effetti di sorgenti e bordi (Neumann e Dirichlet)
 - Buona positura
- Confronto tra equazione delle onde e del calore.
 - Nozione di relazione di dispersione.
 - Cenni all'equazione di Schroedinger.
- Equazione di Laplace
 - Soluzioni radiali
 - Prima e seconda identità di Green
 - Proprietà della media per funzioni armoniche
 - Principio del massimo forte per funzioni armoniche
 - Principio di Dirichlet
 - Condizioni al bordo di Neumann (condizioni di compatibilità) e Dirichlet
 - Equazione di Poisson: formula di rappresentazione e soluzione generale

- Funzioni di Green
- Metodo delle cariche immagine
- Distribuzioni
 - Definizione e proprietà fondamentali
 - Delta di Dirac e funzioni di Green
 - Metodo della trasformata di Fourier per calcolo di propagatori
 - Soluzioni deboli
- Equazione di Burgers-Hopf
 - Caratteristiche e problema ai dati iniziali.
 - Shock e loro regolarizzazione.

Prerequisiti

Fondamenti dell'analisi classica (I & II). Elementi della geometria degli spazi euclidei finito dimensionali.
Fondamenti di Fisica (I & II)

Modalità didattica

Lezioni frontali ed esercitazioni.

Materiale didattico

Testo di riferimento:

W. Strauss Partial differential equations, Wiley&Sons

Testi consigliati:

S.Salsa Partial differential equations in action, Springer

L.C. Evans, Partial differential equations, AMS

Periodo di erogazione dell'insegnamento

2° semestre

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Esame orale: soluzione di esercizi, enunciati e dimostrazioni di teoremi, esempi importanti, derivazione fisica di equazioni, soluzione di esercizi proposti durante il corso.

Cinque appelli (gennaio-febbraio , giugno, luglio, settembre)

Orario di ricevimento

Su appuntamento.

GEOMETRIA I

Docente: Prof. Alberto Della Vedova

Obiettivi

Gli obiettivi sono adeguate conoscenze nell'area della geometria e topologia elementare, adeguate competenze nel calcolo e nella formalizzazione di problemi di tipo geometrico e topologico, anche di tipo formale.

Contenuti sintetici

Il corso fornisce una introduzione elementare alla geometria e alla topologia. Dalla topologia della retta reale a cenni sulla geometria degli spazi euclidei, affini e proiettivi.

Programma esteso

Spazi metrici e continuità: topologia degli spazi metrici. Chiusura, punti di accumulazione. Spazi topologici. Base di una topologia. Topologia indotta. Funzioni continue e omeomorfismi. Topologia prodotto. Relazioni di equivalenza. Spazi di identificazione e topologie quoziente. Spazi di Hausdorff. Compattezza. Compattezza in spazi metrici ed euclidei. Spazi metrici completi. Spazi connessi e connessi per archi. Esempi di gruppi topologici e di gruppi di trasformazioni. Geometria degli spazi affini. Sottospazi affini, formula di Grassmann. Struttura affine di uno spazio vettoriale. Mappe affini. Incidenza e parallelismo. Spazi affini euclidei. Gruppo ortogonale. Gruppi di trasformazioni classici e sottogruppi finiti. Spazi proiettivi. Proiettività e riferimenti proiettivi, coordinate omogenee. Completamento proiettivo di uno spazio affine, punti impropri, carte affini su uno spazio proiettivo.

Prerequisiti

Continuità e limiti per funzioni reali, algebra lineare e geometria elementare.

Modalità didattica

Lezioni, esercitazioni, homework.

Materiale didattico

LIBRO DI RIFERIMENTO:

- Sernesi, Geometria, vol. I-II, Bollati-Boringhieri, 1989, 1994.

Altri testi:

- M. Nacinovich, Elementi di geometria analitica, Serie di matematica e fisica, Napoli Liguori Editore, 1996.
- [Draft of lecture notes](#) (password-protected).

Periodo di erogazione dell'insegnamento

2S

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Gli esami sono scritto e orale, strutturati in più prove, come segue.

1) Prova teorica (test a risposta multipla): n domande a risposta multipla. La valutazione avviene assegnando i seguenti punteggi: +3 per una risposta giusta, -1 per una risposta sbagliata, 0 per una domanda lasciata senza risposta. Per essere ammessi all'orale occorre ottenere un punteggio di almeno $1.5n$ (cioè 50%).

2) Prova scritta, in cui si devono risolvere alcuni esercizi (come quelli svolti nelle esercitazioni) in 120 minuti, giustificando per bene tutti i passaggi. Per essere ammessi all'orale è necessario ottenere un punteggio di almeno 50%. La prova teorica e la prova scritta si svolgono nello stesso giorno, una di seguito all'altra.

3) Esame orale. Per l'ammissione all'orale è necessario avere ottenuto un punteggio di almeno 50% nella prova scritta e di 50% nel test a risposta multipla.

Validità degli scritti : La prova teorica+scritta rimane valida nel mese corrente e in quello successivo (non contando il mese di agosto).

Per ulteriori informazioni sulle prove parziali e sui metodi di valutazione, si veda la pagina <http://www.matapp.unimib.it/~ferrario/geo1-2018/>

Orario di ricevimento

Su appuntamento, oppure lunedì dalle 15:30

GEOMETRIA II

Docente: Prof. Roberto Paoletti

Obiettivi

Lo scopo del corso è introdurre la teoria delle forme differenziali e della loro integrazione nel contesto degli spazi euclidei, come premessa della generalizzazione alle varietà differenziali.

Contenuti sintetici

Algebra multilineare alternante; forme differenziali sullo spazio euclideo e loro operazioni; Lemma di Poincaré; applicazioni alla fisica; integrazione; cambiamento di variabili; grado di una mappa liscia; Teoremi di Gauss-Green e Stokes; teoria di De Rham (brevi cenni).

Programma esteso

Algebra esterna di uno spazio vettoriale e sue operazioni; prodotto esterno e contrazioni; campi vettoriali e forme differenziali; differenziale esterno; forme chiuse e forme esatte; numero di avvolgimento e applicazioni; gradiente, rotore, divergenza; forme differenziali e mappe lisce: tirato-indietro; integrazione; formula del cambiamento di variabili; Lemma di Poincaré; Teoremi di Gauss-Green e Stokes; grado di una mappa liscia propria tra aperti di uno spazio euclideo e tecniche di calcolo. Applicazioni: il Teorema Fondamentale dell'Algebra e il Teorema del Punto Fisso di Brower.

Prerequisiti

Il contenuto dei corsi di Geometria I, di Analisi I e (in parte) II, di Algebra Lineare e Geometria.

Modalità didattica

Lezioni frontali: 6 cfu; esercitazioni: 2 cfu.

Materiale didattico

Testo di riferimento: appunti del docente su e-learning

Lecture consigliate:

- M. Do Carmo, Differential forms and applications, Springer Verlag 1996;
- V. Guillemin, A. Pollack, Differential Topology 1974;
- W. Fulton, Differential Topology, a first course, Springer Verlag 1995.

Periodo di erogazione dell'insegnamento

II semestre

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Verifiche su teoria ed esercizi. Nella prova pratica, verrà esaminata la capacità dello studente di mettere all'opera le competenze acquisite attraverso la risoluzione di esercizi; nella prova teorica verranno chiesti

enunciati di teoremi, dimostrazioni, esempi, controesempi.

Orario di ricevimento

Su appuntamento

GEOMETRIA III

Docente: Prof. Roberto Paoletti

Obiettivi

- Introdurre il concetto di gruppo fondamentale di uno spazio topologico e apprendere alcune tecniche per determinarlo.
- Introdurre il concetto di varietà differenziale e studiare oggetti geometrici elementari quali i campi vettoriali e le forme differenziali.

Contenuti sintetici

Gruppo fondamentale e rivestimenti di uno spazio topologico e loro proprietà. Varietà differenziali astratte: carte, atlanti, spazio tangente, fibrato tangente, calcolo differenziale sulle varietà. Immersioni, sommersioni, sottovarietà. Campi di vettori, flussi, parentesi di Lie. Forme differenziali, teorema di Stokes. Coomologia di de Rham.

Programma esteso

- Gruppo fondamentale di uno spazio topologico puntato. Definizione ed esempi elementari. Omomorfismo indotto da funzioni continue. Dipendenza dal punto base. Spazi connessi per archi. Gruppo fondamentale della sfera. Omotopia di applicazioni e morfismi indotti sul gruppo fondamentale. Invarianza omotopica del gruppo fondamentale. Presentazione di gruppi e prodotto libero. Teorema di Seifert - Van Kampen. Applicazioni. Definizione di rivestimento. Proprietà e legami con il gruppo fondamentale.
- Varietà topologiche e varietà differenziali. Definizione ed esempi. Applicazioni differenziabili tra varietà. Diffeomorfismi. Spazio tangente. Differenziale di una applicazione differenziabile. Vettori tangenti ad una curva. Immersioni, embedding, sommersioni. Sottovarietà regolari. Fibrato tangente e campi vettoriali. Curve integrali e flussi di campi vettoriali. Enunciato del Teorema di Poincaré-Hopf. Commutatore di campi vettoriali. Struttura di algebra di Lie sullo spazio dei campi vettoriali. Derivata di Lie di un campo vettoriale. Teorema di commutatività dei flussi. Spazio cotangente e fibrato cotangente. Campi di covettori. Accoppiamento di vettori e covettori. Forme multilineari e prodotto esterno. Forme differenziali. Algebra esterna di una varietà differenziale. Derivata esterna di forme differenziali e sue proprietà. Forme differenziali chiuse ed esatte. Coomologia di de Rham. Lemma di Poincaré. Teorema di de Rham. Paracompattezza. Partizioni dell'unità. Integrazione di forme differenziali su varietà. Varietà con bordo e teorema di Stokes. Esempi e applicazioni.

Prerequisiti

Topologia generale. Algebra lineare. Calcolo differenziale e integrale per funzioni di più variabili. Equazioni differenziali ordinarie.

Modalità didattica

Lezione frontale alla lavagna.

Materiale didattico

Testi di riferimento

- per la prima parte: W. Fulton - Algebraic Topology. A first course - Springer, 1995
- per la seconda parte: W. M. Boothby - An introduction to differentiable manifolds and Riemannian Geometry - Academic Press, 1986

Altri testi consigliati

- C. Kosniowski - Introduzione alla topologia algebrica - Zanichelli, 1988
- F. W. Warner - Foundations of differentiable manifolds and Lie groups - Springer, 1983

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Secondo semestre.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

La verifica del profitto si basa su due prove scritte, relative alla prima e alla seconda parte del corso rispettivamente.

In ciascuna prova verranno proposti esercizi e quesiti teorici (enunciati, dimostrazioni, esempi, controesempi,...).

Orario di ricevimento

Su appuntamento.

LABORATORIO DI MATEMATICA E INFORMATICA

Docente: Prof. Fabio Sartori

Obiettivi

Scopo di questo insegnamento è introdurre le nozioni base inerenti le architetture dei sistemi informatici e di rendere lo studente in grado di identificare algoritmi risolutivi a semplici problemi e di codificarli in linguaggio di programmazione Java.

Contenuti sintetici

Architettura di Von Neumann. Componenti e funzionalità di un sistema operativo. Cenni alle reti di calcolatori. Linguaggi di Programmazione. Programmazione strutturata in Java.

Programma esteso

Programma: Architettura dei sistemi informatici

- Cenni di architettura dei calcolatori e codifica dell'informazione
- Cenni di sistemi operativi
- Cenni di reti di telecomunicazioni

Programmazione strutturata in Java

- Gerarchia dei linguaggi di programmazione, compilatori e interpreti
- La Java Virtual Machine
- Algoritmi e programmi
- Tipi di dati primitivi.
- Strutture di controllo selettive e iterative
- Array di tipi primitivi
- Metodi, definizione ed invocazione
- Ricorsione

Prerequisiti

Nessuno

Modalità didattica

- Lezione frontale, 4 cfu
- Laboratorio frontale 2 cfu

Materiale didattico

Tutte le informazioni sul corso, le slide presentate a lezione e le esercitazioni da svolgere in laboratorio verranno fornite tramite la piattaforma elearning di ateneo all'indirizzo elearning.unimib.it.

Testo di riferimento:

W. Savitch: "Programmazione di base e avanzata con Java", a cura di Daniela Micucci, 2° edizione,

Pearson

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Secondo semestre

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Modalità dell'esame

Prova scritta e prova orale facoltativa (a richiesta dello studente). Valutazione con voto in trentesimi 18-30/30.

La prova scritta è divisa in due parti: nella prima si valutano, attraverso una serie di domande a risposta chiusa, le conoscenze dei fondamenti teorici della programmazione strutturata; nella seconda, si valuta, attraverso l'implementazione di un semplice programma software, la capacità di realizzare in pratica un programma in grado di risolvere correttamente un semplice problema applicativo. La media aritmetica (eventualmente pesata) dei voti conseguiti nelle due parti definisce il voto proposto allo studente, che, se sufficiente, ha la facoltà di accettarlo o modificarlo attraverso lo svolgimento di un orale integrativo (eventualmente peggiorandolo nel caso la prova orale non sia soddisfacente). Il docente si riserva la facoltà di richiedere un supplemento di indagine, attraverso una prova orale obbligatoria, nei casi in cui la prova scritta, pur essendo valutata sufficiente, presenti delle criticità.

Nel corso dell'anno sono previsti 5 appelli d'esame nei seguenti periodi: uno nel mese di giugno, uno a luglio, uno a settembre, uno a novembre e uno a gennaio. Durante il periodo del corso si tengono due prove scritte parziali che, in caso di esito complessivo positivo, permetteranno di verbalizzare il voto o sostenere la prova orale integrativa nel mese di giugno.

Orario di ricevimento

Giovedì, dalle 11 alle 12 o su appuntamento

SISTEMI DINAMICI E MECCANICA CLASSICA

Docente: Prof. Paolo Lorenzoni

Obiettivi

Presentare sia le idee fondamentali della Meccanica Classica, dalla formulazione di Galileo e Newton a quella di Lagrange, Hamilton e Jacobi, che le tecniche matematiche necessarie alla loro comprensione.

Contenuti sintetici

Richiami di meccanica newtoniana. Equazioni differenziali e loro studio qualitativo. Il principio di D'Alembert e la meccanica di Lagrange. La meccanica Hamiltoniana.

Programma esteso

1. I sistemi dinamici come modellizzazione dei fenomeni fisici. Cenni della teoria delle equazioni differenziali. Punti di equilibrio e loro stabilità. Linearizzazione nei punti di equilibrio.
2. Sistemi di riferimento e relatività galileiana. I principi di Newton e la meccanica dei corpi puntiformi. Moti centrali e problema di Keplero.
3. Vincoli, gradi di libertà e coordinate libere. Il principio di D'Alembert e la meccanica di Lagrange. Il principio di minima azione.
4. Punti di equilibrio e piccole oscillazioni.
5. Simmetrie e leggi di conservazione: il teorema di Noether.
6. Corpi rigidi. L'operatore di inerzia. Equazioni cardinali. Casi notevoli: equazioni di Eulero e trottola di Lagrange.
7. La meccanica di Hamilton. Equazioni di Hamilton, parentesi di Poisson, trasformazioni canoniche ed equazione di Hamilton-Jacobi.

Prerequisiti

Analisi I, Algebra Lineare e Geometria, Fisica I.

Modalità didattiche

- Lezione frontale, 8 CFU
- Esercitazione, 4 CFU

Materiale didattico

Il corso si basa su delle dispense fornite dal docente.

Si consigliano anche i testi:

1. L.D. Landau, E. M. Lifshits, Corso di Fisica Teorica, vol. I, "Meccanica".
2. V.I Arnold, "Metodi matematici della Meccanica Classica".

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Secondo semestre.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Prova scritta e orale. La prova scritta consiste nello svolgimento di tre esercizi (un sistema dinamico nel piano, un esercizio di Meccanica Lagrangiana ed un esercizio di Meccanica Hamiltoniana). L'ammissione all'orale richiede un punteggio complessivo nella prova scritta non inferiore a 15 punti.

La prova orale deve essere sostenuta nella stessa sessione d'esame in cui è stata sostenuta la prova scritta o in quella successiva.

Orario di ricevimento

Su appuntamento.

STATISTICA MATEMATICA

Docente: Prof.ssa Daniela Bertacchi

Obiettivi

Acquisizione degli strumenti di base della statistica inferenziale, al fine di fornire, attraverso la conoscenza di un campione di osservazioni, stime su parametri incogniti di modelli casuali.

Contenuti sintetici

Modelli statistici. Statistica inferenziale: stimatori, intervalli di confidenza, test d'ipotesi.

Programma esteso

Introduzione alla statistica

1. Popolazione obiettivo, campione casuale. Problema del campionamento. Statistica. Densità dipendenti da parametri incogniti.

Stime puntuali di parametri

1. Stimatore, stimatore non distorto, errore quadratico medio, consistenza in media quadratica, condizione necessaria e sufficiente per la consistenza in media quadratica di una successione di stimatori.
2. Stimatori per i momenti di una VA: momenti campionari. Media campionaria.
3. Stimatore non distorto della varianza: varianza campionaria.
4. Metodo dei momenti per la costruzione di stimatori.
5. Funzione di verosimiglianza. Stimatore di massima verosimiglianza.
6. Stimatore UMVUE; limite inferiore della varianza (disuguaglianza di Cramér-Rao).
7. Proprietà di invarianza degli stimatori di massima verosimiglianza. Proprietà asintotiche degli stimatori di massima verosimiglianza.
8. Campionamento da v.a. Normali: legge della media campionaria. Legge del quadrato di una Normale(0,1): legge chi quadro a 1 grado di libertà. Legge della somma dei quadrati di normali standard indipendenti: legge chi quadro a k gradi di libertà. Legge della varianza campionaria di un campione normale. Legge t di Student.

Stime intervallari

1. Intervalli di confidenza: definizione, livello di confidenza.
2. Intervalli per la media di popolazione normale (varianza nota o incognita).
3. Intervalli per la varianza di popolazione normale (media nota o incognita).
4. Quantità pivotale e suo utilizzo per il calcolo di intervalli di confidenza.
5. Intervalli di confidenza per grandi campioni (in particolare per frequenze ovvero parametri di Bernoulli).
6. Quantità pivotale per campioni provenienti da legge assolutamente continua.

Test d'ipotesi

1. Test per un'ipotesi statistica; test non casualizzato e regione critica. Livello di significatività, p-value. Test uniformemente più potente di livello fissato.
2. Test per una media di popolazione normale (varianza nota oppure ignota).
3. Test per la varianza di una popolazione normale (media nota o ignota).
4. Test per differenza di medie per popolazioni normali.
5. Confronto fra intervalli e test.
6. Test su una frequenza e su due frequenze (campione numeroso).
7. Test del rapporto di verosimiglianza semplice e generalizzato. Teorema di Neyman-Pearson.
8. Test chi quadrato di Pearson per l'adattamento (con o senza parametri stimati).
9. Test chi quadrato di Pearson per l'indipendenza.

Regressione lineare

1. Regressione lineare semplice e multipla: definizione, interpretazione, test.

Prerequisiti

Analisi matematica I e II, in particolare calcolo integrale.

Probabilità di base: leggi di variabili aleatorie discrete e continue. Valore atteso e varianza. Legge di funzioni di variabili aleatorie. Indipendenza. Convergenza di successioni di variabili aleatorie.

Modalità didattica

Lezioni ed esercizi in aula.

Materiale didattico

Libro di testo:

Introduzione alla statistica di A.M.Mood, F.A.Graybill, D.C.Boes, 1991, McGraw-Hill Italia, ISBN: 9788838606618

Altro materiale: slide delle lezioni su elearning.unimib.it

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Secondo semestre.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Esame scritto con domande a scelta multipla e a risposta aperta, più esercizi scritti. L'orale è a richiesta del docente e/o dello studente.

Le domande a scelta multipla e a risposta aperta vertono sui concetti teorici descritti nel corso, ivi comprese le richieste di enunciare una definizione o enunciare e dimostrare teoremi. Gli esercizi scritti sono applicazione dei concetti teorici e di tipologie analoghe agli esercizi visti in aula a lezione.

Ci sono due prove intermedie, che suddividono il programma del corso in due parti. Gli studenti frequentanti possono scegliere di sostenere queste due prove al posto dell'esame finale. Il voto medio delle due prove sostituisce in tal caso il voto dell'esame scritto. Le due prove sono usualmente in aprile e giugno.

Nel corso dell'anno sono previsti 5 appelli d'esame, solitamente nei mesi di giugno, luglio, settembre, novembre e gennaio (oppure febbraio).

Orario di ricevimento

Su appuntamento.

TEORIA DELLA MISURA

Docente: Prof. Luigi Fontana

Obiettivi

Gli studenti devono comprendere gli aspetti teorici e le applicazioni analitiche di base della teoria della misura e dell'integrazione. In particolare devono impadronirsi anche in modo operativo dei teoremi di convergenza.

Contenuti sintetici

- Problemi dell'integrale di Riemann rispetto al passaggio al limite.
- Algebre, sigma-algebre e misure. Funzioni misurabili.
- Misure esterne, premisure, teorema di estensione. Misure di Borel e Lebesgue.
- Integrazione astratta. Teoremi di convergenza
- Integrazione in più variabili. Teorema di Fubini-Tonelli. Cambio di variabili.
- Completezza di L^1 .

Programma esteso

1. Integrale di Riemann (richiami). Sue limitazioni e i problemi con il passaggio al limite. Necessità di un integrale più adatto alle operazioni di limite. Una strategia e un ostacolo, l'insieme di Vitali.
2. Teoria della misura astratta. Algebre, sigma-algebre e misure. Proprietà di base ed esempi. Misure complete. La sigma-algebra di Borel. Sigma-algebra prodotto. Funzioni misurabili. Funzioni semplici. Misurabilità del limite puntuale di una successione di funzioni misurabili. Funzioni misurabili come limite puntuale di funzioni semplici.
3. Come costruire le misure "importanti". Misure esterne. Una procedura standard per costruire misure esterne. Condizione e teorema di Caratheodory. Premisure e teorema di estensione. Misure di Borel e di Lebesgue.
4. Integrazione astratta. Definizione di integrale per le funzioni non negative. Teorema di convergenza monotona, Lemma di Fatou. Integrazione delle funzioni a valori complessi. Teorema di convergenza dominata.
5. Integrazione in più variabili. Teorema di Fubini-Tonelli. Cambio di variabili.
6. Completezza di L^1 .

Prerequisiti

I corsi di Analisi I e II. È utile una buona conoscenza della topologia generale e una certa familiarità con l'algebra.

Modalità didattica

Lezioni frontali.

Materiale didattico

Appunti del docente, temi d'esame e materiale didattico degli anni precedenti.

Principale testo di riferimento: Folland, Real Analysis, Wiley

Altri testi:

- Ambrosio - Da Prato - Mennucci, Introduction to Measure Theory and Integration, Edizioni della Normale.
- Rudin, Real and Complex Analysis,
- Stein - Shakarchi, Real Analysis, Measure Theory, Integration and Hilbert spaces, Princeton

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Secondo semestre. Marzo-Giugno 2018.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

L'esame consiste di uno scritto di esercizi e di un orale di teoria. E' necessario superare lo scritto per essere ammessi all'orale. Durante la prova orale potrà anche essere discusso lo scritto.

Per superare l'esame lo studente dovrà conoscere e saper usare i teoremi di convergenza, avere un quadro sufficientemente chiaro e preciso della teoria astratta della misura e dell'integrazione e delle misure di Borel e Lebesgue in una e più dimensioni. Il voto sarà tanto più alto quanto meglio lo studente saprà enunciare e dimostrare i teoremi più importanti.

Orario di ricevimento

Per appuntamento, preferibilmente il giovedì dalle 14.00 alle 16.00

Laurea Magistrale (LM-40)

Schema riassuntivo degli insegnamenti*

Primo anno di corso

Insegnamento	CFU
Insegnamenti caratterizzanti 6 corsi nella tabella A di cui: - almeno due corsi di formazione teorica avanzata (MAT/02-MAT/03-MAT/05) - almeno un corso di formazione modellistico applicativa (MAT/06-MAT/07-MAT/08)	48 CFU
Insegnamenti affini e integrativi 2 corsi nella tabella B (MAT/02-MAT/03-MAT/04-MAT/05-MAT/06-MAT/07-MAT/08-FIS/08-SECS-S/06)	16 CFU

Secondo anno di corso

Insegnamento	CFU
Attività formative a libera scelta 2 corsi nelle tabelle A o B o altri corsi dell'Ateneo, o anche impartiti in altri Atenei e per i quali è prevista una specifica convenzione, purché conformi alla struttura e alle finalità del Corso di Laurea	16 CFU
Elaborazione di Testi Matematici (ICT)	1 CFU
Prova Finale	39 CFU

Tabella A – insegnamenti caratterizzanti

Insegnamento	Ambito	CFU
ANALISI ARMONICA	Formazione teorica avanzata	8
ANALISI FUNZIONALE	Formazione teorica avanzata	8
ANALISI REALE ED EQUAZIONI DIFFERENZIALI	Formazione teorica avanzata	8
ANALISI SUPERIORE	Formazione teorica avanzata	8
APPROSSIMAZIONE DI EQUAZIONI DIFFERENZIALI ORDINARIE	Formazione modellistico applicativa	8
COMBINATORICA ALGEBRICA	Formazione teorica avanzata	8
GEOMETRIA DIFFERENZIALE	Formazione teorica avanzata	8
GEOMETRIA E FISICA	Formazione modellistico applicativa	8
GEOMETRIA SIMPLETTICA**	Formazione teorica avanzata	8
MECCANICA SUPERIORE	Formazione modellistico applicativa	8
METODI DELLA FISICA MATEMATICA	Formazione modellistico applicativa	8
METODI NUMERICI PER EQUAZIONI ALLE DERIVATE PARZIALI	Formazione modellistico applicativa	8
METODI STOCASTICI PER LA FINANZA	Formazione modellistico applicativa	8
MODELLI E METODI DI APPROSSIMAZIONE	Formazione modellistico applicativa	8
PROCESSI STOCASTICI	Formazione modellistico applicativa	8
TEORIA DEI NUMERI E CRITTOGRAFIA	Formazione teorica avanzata	8
TEORIA DELLE RAPPRESENTAZIONI	Formazione teorica avanzata	8
GEOMETRIA COMPLESSA***	Formazione teorica avanzata	8

Tabella B – Insegnamenti affini e integrativi

Insegnamento	CFU
ARGOMENTI DI GEOMETRIA E TOPOLOGIA	8
CALCOLO DELLE VARIAZIONI	8
METODI NUMERICI AVANZATI PER EQUAZIONI ALLE DERIVATE PARZIALI	8
DIDATTICA DELLA MATEMATICA	8
MATEMATICA ELEMENTARE	8
METODI MATEMATICI PER LA FISICA MODERNA	8
METODI MATEMATICI PER L'ANALISI ECONOMICA – CONTROLLO OTTIMO	8
METODI MATEMATICI PER L'ANALISI ECONOMICA – OTTIMIZZAZIONE E ANALISI CONVESSA	8
PREPARAZIONE DI ESPERIENZE DIDATTICHE	8
STORIA DELLA MATEMATICA	8
STORIA DELLA MATEMATICA - ELEMENTI	4
TEORIA GEOMETRICA DEI GRUPPI	8

Tabella C – Insegnamenti a scelta consigliati

Insegnamento	CFU
METODI DEL CALCOLO SCIENTIFICO (CdLM in Informatica)	6

TABELLA D - INSEGNAMENTI A SCELTA DELLA LAUREA MAGISTRALE IN INGEGNERIA MATEMATICA DEL POLITECNICO DI MILANO

Insegnamento	CFU
ADVANCED PROGRAMMING FOR SCIENTIFIC COMPUTING	10
ALGORITHMS AND PARALLEL COMPUTING	10
APPLIED STATISTICS	10
BAYNESIAN STATISTICS	10
BIOMATHEMATICAL MODELING	8
COMPUTATIONAL FINANCE	10
COMPUTATIONAL FLUID DYNAMICS	10
COMPUTATIONAL MODELING IN ELECTRONICS AND BIOMATHEMATICS	8
DISCRETE DYNAMICAL MODELS	8
FINANCIAL ENGINEERING	10
FLUIDS LABS	10
GAME THEORY	8
MATHEMATICAL AND PHYSICAL MODELING IN ENGINEERING	10
MATHEMATICAL FINANCE II	10
OPTIMIZATION	8
REAL AND FUNCTIONAL ANALYSIS	8
STOCHASTIC DIFFERENTIAL EQUATION	8

* Gli insegnamenti saranno tenuti in inglese previo accordo con gli studenti, e comunque nel caso la presenza di studenti stranieri lo rendesse necessario.

** Offerto al primo anno

*** Offerto al secondo anno

INSEGNAMENTI

ANALISI ARMONICA
ANALISI FUNZIONALE
ANALISI REALE ED EQUAZIONI DIFFERENZIALI
ANALISI SUPERIORE
APPROSSIMAZIONE DI EQUAZIONI DIFFERENZIALI ORDINARIE
ARGOMENTI DI GEOMETRIA E TOPOLOGIA
CALCOLO DELLE VARIAZIONI
COMBINATORICA ALGEBRICA
DIDATTICA DELLA MATEMATICA
GEOMETRIA COMPLESSA
GEOMETRIA DIFFERENZIALE
GEOMETRIA E FISICA
GEOMETRIA SIMPLETTICA
MATEMATICA ELEMENTARE
MECCANICA SUPERIORE
METODI DELLA FISICA MATEMATICA
METODI MATEMATICI PER L'ANALISI ECONOMICA – CONTROLLO OTTIMO
METODI MATEMATICI PER L'ANALISI ECONOMICA – OTTIMIZZAZIONE E ANALISI CONVESSA
METODI MATEMATICI PER LA FISICA MODERNA
METODI NUMERICI AVANZATI PER EQUAZIONI ALLE DERIVATE PARZIALI
METODI NUMERICI PER EQUAZIONI ALLE DERIVATE PARZIALI
METODI STOCASTICI PER LA FINANZA
MODELLI E METODI DI APPROSSIMAZIONE
PREPARAZIONE DI ESPERIENZE DIDATTICHE
PROCESSI STOCASTICI
STORIA DELLA MATEMATICA
STORIA DELLA MATEMATICA - ELEMENTI
TEORIA DEI NUMERI E CRITTOGRAFIA
TEORIA DELLE RAPPRESENTAZIONI
TEORIA GEOMETRICA DEI GRUPPI

ANALISI ARMONICA

Docente: Prof. Stefano Meda

Obiettivi

Il corso fornisce un'introduzione all'analisi armonica classica, con applicazioni alla teoria del segnale.

Contenuti sintetici

Fondamenti di Analisi di Fourier in una variabile. Applicazioni all'analisi del segnale e, in particolare, alla musica. Ulteriori seminari a cura del prof. L. Colzani illustreranno l'approccio originale degli Autori di alcuni dei risultati fondamentali presentati nel corso.

Programma esteso

- Sistemi ortonormali.
- Serie di Fourier. Convergenza.
- La trasformata di Fourier.
- L'equazione delle onde e la propagazione del suono.
- La trasformata di Fourier discreta e la FFT.
- Il teorema di campionamento di Shannon.

Prerequisiti

Analisi I-II, algebra lineare, spazio L^2 e teoria elementare degli spazi di Hilbert.

Modalità didattica

Lezioni frontali con uso di lavagna.

Materiale didattico

- Stein Shakarchi, Fourier Analysis, Princeton University Press
- Steiglitz, A Digital Signal Processing Primer, Princeton University Press

Periodo di erogazione dell'insegnamento

II semestre.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Prova scritta, con domande di carattere teorico ed esercizi.

Orario di ricevimento

Su appuntamento.

ANALISI FUNZIONALE

Docente: Prof. Paolo Maurizio Soardi

Obiettivi

Dare agli studenti una conoscenza completa dei capitoli fondamentali dell'analisi funzionale.

Contenuti sintetici

Spazi localmente compatti di Hausdorff. Spazi di funzioni continue. Spazi L^p . Compattezza in L^p e in C^0 . Topologia deboli e debole stella. Teoremi di rappresentazione di Riesz.

Programma esteso

Richiami di teoria astratta dell'integrazione, richiami di argomenti sugli spazi L^p (in particolare completezza). Spazi di funzioni continue in spazi di Hausdorff localmente compatti. Lemma di Urysohn e Teorema di Lusin. Densità delle funzioni continue a supporto compatto in L^p . Separabilità di alcuni spazi di funzioni continue. Separabilità di L^p . Compattezza e non compattezza in spazi di Banach. Il teorema di Ascoli-Arzelà in $C(X)$ e sua estensione; il Teorema di Riesz-Kolmogorov in L^p . Funzionali lineari e topologia debole su uno spazio normato. Funzionali subadditivi positivamente omogenei. Forma generale del Teorema di Hahn-Banach. Convessità e separazione mediante iperpiani. Il Teorema di Mazur. Topologia debole stella. Duale e biduali. Topologia prodotto e Teorema di Tichonov. Il Teorema di Alaoglu. Spazi riflessivi. Uniforme convessità. Teorema di Kakutani. Compattezza per successioni nella topologia debole stella. Teorema di Eberlein-Smulian. Definizione e proprietà elementari degli spazi vettoriali topologici localmente convessi. Il teorema di Krein-Milman. Il Teorema di Stone Weierstrass (dimostrazione di DeBranges). Misure a valori reali e complessi. Teorema di Radon-Nykodim. Il Teorema di rappresentazione di Riesz in L^p e in $C^0(X)$.

Prerequisiti

Elementi di Teoria dell'integrazione astratta, elementi di teoria degli spazi L^p , elementi di topologia generale. Conoscenze di base sugli spazi di Banach e gli spazi di Hilbert.

Modalità didattica

Lezioni frontali tenute dal docente con discussioni nell'ambito delle lezioni sugli argomenti svolti.

Materiale didattico

Referenze bibliografiche

- H. Brezis, Functional Analysis.
- H. Royden, Real Analysis.
- W. Rudin, Real and Complex Analysis
- P. Lax, Functional Analysis

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Secondo semestre.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

L'esame è unicamente orale e consiste di un colloquio con valutazione, e si articola in una serie di quesiti orali atti a verificare la conoscenza e la padronanza da parte dello studente dei teoremi con relative dimostrazioni svolte nel corso.

Orario di ricevimento

Il docente è disponibile dopo ogni lezione per chiarimenti e spiegazioni. Gli studenti possono anche prendere un appuntamento col docente per ulteriori spiegazioni chiarimenti.

ANALISI REALE ED EQUAZIONI DIFFERENZIALI

Docente: Prof. Graziano Guerra, Prof. Simone Secchi

Obiettivi

L'insegnamento si prefigge come obiettivo un'introduzione alle equazioni alle derivate parziali, con particolare attenzione rivolta alle equazioni differenziali lineari e alle leggi di conservazione. A tale scopo verranno forniti alcuni strumenti fondamentali dell'analisi funzionale.

Contenuti sintetici

Topologie deboli in spazi infinito dimensionale; spazi L^p e di Sobolev; teorema di Hille-Yoshida; equazioni alle derivate parziali lineari e leggi di conservazione.

Programma esteso

1. Teoremi di Hahn-Banach.
2. Introduzione alle topologie deboli e deboli*.
3. Richiami sugli spazi di funzioni continue.
4. Richiami sugli spazi L^p e loro spazi duali. Separabilità e riflessività degli spazi L^p .
5. Introduzione agli spazi di Sobolev.
6. Teorema di Hille-Yoshida.
7. Alcune equazioni alle derivate parziali lineari.
8. Funzioni a variazioni limitata con cenni al caso multidimensionale.
9. Metodo delle caratteristiche.
10. Leggi di conservazione non lineari.

Prerequisiti

Contenuti di Analisi 1 e Analisi 2 e dell'Algebra Lineare.

Modalità didattica

Lezioni frontali: 8 cfu

Corso erogato in lingua italiana con possibilità di erogazione in lingua inglese in caso di richiesta/presenza di studenti stranieri.

Materiale didattico

- A. Bressan. *Hyperbolic systems of conservation laws: the one-dimensional Cauchy problem*. Vol. 20. Oxford University Press on Demand, 2000.
- A. Bressan. *Lecture Notes on Functional Analysis*. American Mathematical Society, 1900.
- H. Brezis. *Functional analysis, Sobolev spaces and partial differential equations*. Springer Science & Business Media, 2010.
- L.C. Evans. *Partial differential equations*, American Mathematical Society.

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Primo semestre.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Esame scritto. All'esame viene richiesto di svolgere due temi su tre proposti. L'esposizione dovrà essere precisa, dettagliata, esauriente e coerente con il tema richiesto e dovrà contenere alcune tra le dimostrazioni più significative.

Orario di ricevimento

Su appuntamento.

ANALISI SUPERIORE

Docente: Prof. Stefano Meda

Obiettivi

Fornire un'introduzione a metodi analitici di base, utilizzando il problema di Dirichlet del laplaciano quale filo conduttore.

Contenuti sintetici

Nozioni basilari sulla convoluzione e la trasformata di Fourier, il problema di Dirichlet nella palla unitaria e nel semispazio, distribuzioni, regolarità di distribuzioni, soluzione del problema di Dirichlet attraverso metodi hilbertiani.

Programma esteso

Capitolo 0.

Nozioni preliminari. Convoluzione. Ipersuperficie di classe C^k in $\mathbb{R}^n$. Teorema della divergenza. Operatori limitati. Estensione di operatori densamente definiti. Misure complesse.

Capitolo 1.

Il problema di Dirichlet classico. Funzioni armoniche. Teoremi del valor medio per funzioni armoniche. Caratterizzazione di funzioni armoniche mediante la media. Principio del massimo per funzioni armoniche e unicità del problema di Dirichlet. Potenziale newtoniano. Formula di rappresentazione di Green e sue conseguenze. Funzione di Green e sue proprietà. Nucleo di Poisson. Funzione di Green e nucleo di Poisson per il semispazio. Ulteriori proprietà delle funzioni armoniche: stima delle derivate, principio di riflessione di Schwarz e Teorema di Liouville. Risoluzione del problema di Dirichlet classico sul semispazio. La funzione di Green per la sfera. Il relativo nucleo di Poisson. Soluzione del problema di Dirichlet per la sfera per $n \geq 3$. Soluzione del problema di Dirichlet per il disco in dimensione due, via serie di Fourier.

Capitolo 2.

Dati L^p sul semispazio e convergenza al bordo. Integrale di Poisson di misure e di funzioni L^p . Convergenza debole $*$. L'integrale di Poisson risolve il problema di Dirichlet sul semispazio con condizioni al bordo in senso L^p o debole $*$. Operatori di tipo debole (1,1). Il teorema di interpolazione di Marcinkiewicz. La funzione massimale di Hardy–Littlewood. Un lemma di ricoprimento. Proprietà di limitatezza della funzione massimale di Hardy–Littlewood. Il teorema di differenziazione di Lebesgue. Convergenza non tangenziale degli integrali di Poisson. Stime del nucleo di Poisson, funzioni massimali radiale e non tangenziale di Poisson e relativo risultato di convergenza puntuale.

Capitolo 3.

Funzioni generalizzate e loro derivate. Funzioni e misure come funzionali lineari. Distribuzioni. Ogni funzione localmente integrabile è una distribuzione. Derivate di distribuzioni. Esempi. Definizione di derivata debole (Definizione 3.3.4) e confronto con la derivata distribuzionale. Gli spazi di Sobolev $H^m(\Omega)$ e loro proprietà fondamentali.

Capitolo 4.

Ulteriori proprietà delle distribuzioni e regolarità Convoluzione, moltiplicazione. Distribuzioni nulle su un aperto e loro proprietà, convoluzione di due distribuzioni. Soluzioni distribuzionali di equazioni a coefficienti costanti. Soluzioni fondamentali. Esempi. Soluzione fondamentale del laplaciano e soluzioni distribuzionali dell'equazione di Poisson. Parametriche e parametriche a supporto compatto. Regolarità e Lemma di Weyl.

Capitolo 5.

Metodi di spazi di Hilbert. L'operatore traccia di $H^1(\Omega)$. Lo spazio $H_0^1(\Omega)$. Disuguaglianza di Poincaré. Integrale di Dirichlet. Caratterizzazione delle funzioni di $H_0^1(\Omega)$ tramite l'operatore di traccia. Il duale $H^{-1}(\Omega)$ di $H_0^1(\Omega)$. Il laplaciano è un isomorfismo tra $H_0^1(\Omega)$ e $H^{-1}(\Omega)$. Caratterizzazione del duale di $H_0^1(\Omega)$. Nuova formulazione del problema di Dirichlet. Risolubilità del problema di Dirichlet generalizzato. Controesempio di Weierstrass. Operatori ellittici più generali.

Prerequisiti

Calcolo in più variabili, algebra lineare, fondamenti di spazi di Hilbert e di spazi L^p

Modalità didattica

Lezioni frontali con lavagna

Materiale didattico

Dispense disponibili sul sito del docente

Periodo di erogazione dell'insegnamento

I semestre

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Prova scritta, con domande di carattere teorico ed esercizi

Orario di ricevimento

Su appuntamento

APPROSSIMAZIONE DI EQUAZIONI DIFFERENZIALI ORDINARIE

Docente: Prof. Blanca Ayuso de Dios

Obiettivi

Gli obiettivi principali del corso sono fornire

- conoscenze dei metodi numerici per la integrazione dei sistemi di Equazioni differenziali ordinarie;
- capacita per costruire (disegnare) ed analizzare i diversi metodi numerici per la integrazione dei sistemi di Equazioni differenziali ordinarie;
- capacita per scegliere il metodo numerico più adeguato per problemi concreti;
- capacita per implementare in modo efficiente i diversi metodi numerici;
- capacita per interpretare e analizzare i risultati numerici.

Contenuti sintetici

Il corso si propone di presentare uno studio teorico (e pratico) dei diversi metodi per approssimare equazioni differenziali ordinarie e sistemi dinamici. Gli argomenti trattati comprendono: buona posizione dei problemi di valore iniziale, analisi del metodo di Eulero, metodi di Runge-Kutta, metodi per problemi stiff e integratori geometrici. Gli argomenti verranno coperti dal punto di vista matematico, studiando come costruire e analizzare i metodi numerici per ODEs, esplorando le sue proprietà e validando gli algoritmi in problemi concreti.

Programma esteso

1 - Introduzione al corso.

- Richiami della teoria delle equazione (e dei sistemi di equazioni) differenziali ordinari (ODEs). Condizioni di esistenza e unicità. Buona posizione.
- Richiami della teoria di integrazione numerica (regole di quadratura).

2 - Metodi ad un passo. Metodo di Eulero. Teoria di Convergenza: Consistenza e Stabilità. Metodi Runge-Kutta (RK). Condizioni di ordine e teoria di convergenza. Extrapolazione di Richardson. Metodi di RK embedded.

3 - Stabilità (lineare) e problemi Stiff. Metodi di RK impliciti. Stabilità dei metodi. Implementazione. Metodo BDF (Backward Differential Formula).

4 - Metodi di Collocazione. Analisi di convergenza dei metodi RK impliciti. Metodi partizionati e metodi di tipo Splitting. Trotter-Lie e Strang splittings.

5 - Integratori Geometrici: studio qualitativo delle soluzioni. Conservazione numerica di invarianti. Integratori simmetrici. Integratori symplectic.

In caso che ci fosse del tempo e interesse da parte degli studenti, ci occuperemmo inoltre di:

- Cenni a SDEs (Equazioni differenziali stocastiche) & Cenni alla costruzione di integratori numerici per SDEs,

oppure

- Applicazione e uso dei punti contenuti del corso per la costruzione di metodi numerici per PDEs dipendenti dal tempo (Hyperbolic-type, Parabolic-type e leggi di conservazione).

Prerequisiti

Si assumono buone conoscenze di Analisi e di Algebra Lineare, buone conoscenze dell'analisi delle equazioni differenziali ordinarie, buona conoscenza dell'analisi numerico di base e conoscenze di base su MATLAB.

Modalità didattica

Lezioni frontali, esercizi e laboratorio computazionale. MATLAB verrà usato per gli esempi, esercizi, e progetti nel laboratorio.

Materiale didattico

Durante il corso saranno messi a disposizione degli studenti, diverso materiale per approfondire alcuni argomenti e per aiutare nella comprensione della materia. Il corso prevede un'attività di laboratorio che ne costituisce parte integrante in cui si utilizzerà il software MATLAB.

Bibliografia (diversi capitoli selezionati di in ogni libro)

-E. Hairer and S. P. Norsett and G. Wanner, "Solving Ordinary Differential Equations I", Springer, Berlin, 1993.

-E. Hairer and G. Wanner, "Solving Ordinary Differential Equations II", Springer, Berlin, 1996.

-E. Hairer, C. Lubich and G. Wanner, "Geometric Numerical Integration", second edition, Springer, Berlin, 2006.

-B. Leimkuhler and S. Reich, "Simulating Hamiltonian Dynamics", Cambridge University Press, 2005.

Altri Libri di riferimento:

-U. Ascher, Numerical Methods for Evolutionary Differential Equations, SIAM, 2008

-Uri M. Ascher and Linda R. Petzold, "Computer Methods for Ordinary Differential Equations and Differential-Algebraic Equations", 1998

-P. Deufhard and F. Bornemann, Scientific Computing with Ordinary Differential Equations, Springer 2002

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Primo semestre

Modalità di verifica del profitto e valutazione

L'esame consiste di due parti:

-la correzione di un elaborato che riassume un piccolo progetto a scelta e

-una piccola prova finale (orale o scritta) individuale dopo iscrizione ad un appello.

Il progetto potrà essere scelto da un elenco, che verrà messo a disposizione verso la fine del corso e ha validità fino al primo appello della successiva edizione del corso. È permesso svolgere il progetto in collaborazione con al più due-tre altre persone. Va consegnato in formato pdf e descrive i risultati ottenuti in al più 10-12 pagine; si raccomanda di scriverlo autonomamente. Deve essere consegnato, insieme ai nominativi del gruppo, tre-quattro giorni lavorativi prima della data concordata per la prova finale e una parte del esame verterà sul contenuto dell'elaborato. Non si può ripetere l'esame con lo stesso progetto.

Inoltre, durante il corso si proporranno diversi esercizi (molti da svolgersi col computer) che potranno essere sviluppati in gruppi di massimo 2-3 studenti. Sarà possibile (facoltativo!) consegnare gli esercizi-progetti svolti, fra quelle proposti, prima dell'esame (in date pre-stabilite) con lo scopo di alzare (o aiutare ad alzare) il voto finale.

Orario di ricevimento

su appuntamento, da richiedersi via e-mail.

ARGOMENTI DI GEOMETRIA E TOPOLOGIA

Docente: Prof. Davide Luigi Ferrario

Obiettivi

L'obiettivo del corso è di affrontare alcuni argomenti classici nella topologia algebrica dei complessi simpliciali, introducendo teorie di omologia, coomologia e alcuni aspetti della teoria di omotopia, con alcune applicazioni recenti.

Contenuti sintetici

Complessi simpliciali, omologia e coomologia dei poliedri, varietà triangolabili, gruppi di omotopia, applicazioni all'analisi di dati e ai sistemi dinamici.

Programma esteso

Richiami su spazi topologici, connessione e compattezza. Spazi topologici euclidei, e spazi di funzioni. Cenni sulle categorie e i diagrammi di push-out. Complessi simpliciali euclidei e astratti. Introduzione all'algebra omologica. Omologia con coefficienti. Categoria dei poliedri. Omologia dei poliedri. Prodotti di poliedri. Coomologia di poliedri. L'anello in coomologia, il prodotto cap. Varietà triangolabili. Superfici e classificazione. Dualità di Poincaré. Gruppo fondamentale di poliedri. Gruppo fondamentale e omologia. Gruppi di omotopia. Teoria di ostruzione. Applicazioni: omologia computazionale, omologia persistente, analisi di dati e sistemi dinamici.

Prerequisiti

Corsi di base di geometria e algebra della Laurea Triennale.

Modalità didattica

Lezioni frontali

Materiale didattico

Ferrario, Piccinini, "Simplicial structures in topology". CMS Books in Mathematics, Springer, New York, 2011. xvi+243 pp. ISBN: 978-1-4419-7235-4

Periodo di erogazione dell'insegnamento

1S

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Esame orale, sul contenuto del corso, approfondimenti, rielaborazione ed esposizione personale. La data e il contenuto dell'esposizione parte dell'esame vanno concordati prima con il docente.

Orario di ricevimento

Su appuntamento, oppure di lunedì, 15:30.

CALCOLO DELLE VARIAZIONI

Docenti: Prof.ssa Veronica Felli, Prof. Mauro Garavello

Obiettivi

Raggiungere una conoscenza avanzata sui metodi e risultati del calcolo delle variazioni.

Contenuti sintetici

- Il problema dell'esistenza di una soluzione. Il metodo diretto. Le superfici minime nel caso non-parametrico.
- Le condizioni necessarie.
- La regolarità delle soluzioni.
- Collegamenti con il problema del controllo ottimo.

Programma esteso

- Problemi di minimo senza soluzioni.
- Il fenomeno di Lavrentiev. L'esempio di Manià.
- Topologia debole. Il Lemma di De la Vallé Poussin. Il Lemma di mazur.
- Il metodo diretto. Esistenza di soluzioni per funzionali dipendenti da x e dal gradiente.
- Il teorema di Lusin; il teorema di Severini-Egorov. Il teorema di Scorza Dragoni.
- Esistenza di soluzioni nel caso generale.
- Equazione di Eulero-Lagrange. Validità nel caso di crescita p .
- Validità nel caso di crescita generale.
- Mancanza di Differenziabilità.
- Il teorema di rappresentazione di Riesz generalizzato. Applicazione del teorema di Hahn-Banach per la dimostrazione dell'equazione di Eulero-Lagrange senza differenziabilità.
- Problema dell'area minima, esistenza e non-esistenza.
- Teoremi di confronto. Sovrasoluzioni. Proprietà della funzione distanza dal bordo. Costruzione di una sovrasoluzione per il problema dell'area minima.
- Spazi di Sobolev; esistenza di derivate deboli e proprietà del rapporto incrementale.
- Regolarità delle soluzioni, esistenza delle derivate seconde deboli Il caso di crescita quadratica.
- Regolarità per crescita p con $p > 2$.
- Problemi di controllo
- Il principio del massimo di Pontriagin, dimostrazione nel caso del problema di Bolza con condizioni finali libere.
- Confronto tra il principio di massimo e l'equazione di Eulero-Lagrange generalizzata.
- Il problema del tempo minimo. Esempi di soluzioni.

Prerequisiti

Basi di Analisi matematica e di analisi funzionale lineare.

Modalità didattica

Lezioni frontali.

Materiale didattico

Note dell'insegnante.

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Secondo semestre.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Esame orale. Si richiedono le dimostrazioni dei teoremi presentati a lezione.

Orario di ricevimento

A richiesta.

COMBINATORICA ALGEBRICA

Docente: Prof. Andrea Previtali

Obiettivi

Acquisizione degli strumenti per la trasmissione di informazione su canali con rumore, al fine di analizzare procedure di scambio ottimali nella rilevazione e correzione di errori.

Contenuti sintetici

Teoria dell'Informazione, trasmissione messaggi, probabilità di errore, entropia, Teorema di Shannon, canale simmetrico, codici correttori di errore, alfabeti, campi finiti, codici lineari, codici di Hamming, ciclici, di Reed-Solomon e Muller, polinomio enumeratore, Teoremi di MacWilliams. Teoria invarianti gruppi finiti.

Programma esteso

Trasmissioni con rumore, alfabeto, parole di lunghezza fissata, codici a blocchi; canale simmetrico m-ario con probabilità p , codici di ripetizione, codice binario di Hamming (7,4,3); distanza di Hamming, lunghezza, dimensione e distanza minima di un codice, sphere packing bound, Gilbert-Varshamov bound, codici perfetti, cenni ai codici di Golay e di Hamming; Codici lineari, peso minimo, estensione di codici; Matrice generatrice di un codice, forma sistematica e standard, codici duali, matrici di controllo, distanza minima di un codice lineare; Cenni all'aritmetica dei campi finiti; Esistenza di codici autoduali, spazi simplettici e ortogonali; Decodifica di codici lineari, coset leaders, sindromi; Spazi proiettivi, decomposizione in spazi affini, codici di Hamming, codici 1-perfetti, unicità monomiale, traslati di codici lineari; Duali di codici di Hamming, codici a peso costante, teorema di Bonisoli; Gruppo degli automorfismi dei codici di Hamming; Struttura campi finiti, elementi primitivi; Polinomi ciclotomici su campi finiti; Fattorizzazione di x^n-1 , polinomi minimi, struttura automorfismi campo finito, cenni teoria di Galois; classi ciclotomiche, gradi fattori irriducibili x^n-1 , formula d'inversione di Moebius; Definizione di codici ciclici, Teorema di Prange; Duale codice ciclico, polinomi generatori; Generazione di codici ciclici, codici di Golay come codici ciclici, BCH bound; Teorema di MacWilliams sull'estensione di mappe lineari preservanti pesi a trasformazioni globali monomiali; Polinomi enumeratori, teorema di MacWilliams, esempi $C=0$, $C=Rep$ e loro duali, caratteri di un gruppo; Esempi di anelli con caratteri non degeneri, leggi di ortogonalità; Teorema di Lloyd sui codici perfetti; Introduzione alla teoria degli invarianti dei gruppi finiti, Teoremi di Noether e di Molien, serie di Hilbert-Poincaré, gruppi generati da pseudo-riflessioni, anelli di Cohen-Macaulay, Teorema di Chevalley-Shephard-Todd.

Prerequisiti

Algebra Lineare, Teoria dei Gruppi, Teoria dei Campi Finiti, Nozioni elementari di termodinamica e probabilità.

Modalità didattica

Lezioni: 8 CFU

Materiale didattico

Testo di Riferimento: Hall, Notes on Coding Theory, 2005 e appunti videoscritti delle singole lezioni sono reperibili su questa piattaforma.

Altri Testi:

- Huffman and Pless, Fundamentals of error-correcting codes, 2010
- MacWilliams and Sloane, The Theory of Error-Correcting Codes, 1977
- Smith, Polynomial invariants of finite groups, 1995

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Primo semestre.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Esame orale e risoluzione di esercizi con l'ausilio del programma di manipolazione simbolica Magma.

Orario di ricevimento

Su appuntamento.

DIDATTICA DELLA MATEMATICA

Docente: Prof. Davide Ferrario

Obiettivi

Costruire strumenti teorici e riflessioni critiche relative ai metodi e alle teorie relative all'apprendimento e insegnamento della matematica. Essere in grado di acquisire e sperimentare autonomamente metodologie, tecnologie e materiali sviluppati e sperimentati negli anni nella ricerca in didattica della matematica.

Contenuti sintetici

Introduzione ai metodi, ai contenuti, allo sviluppo storico e ai quadri teorici utili per l'insegnamento della matematica a livello di scuola secondaria.

Programma esteso

Metodologie per l'insegnamento matematica: come determinare e affrontare i nodi concettuali ai vari livelli di apprendimento; analizzare anche gli aspetti epistemologici della matematica in chiave didattica. Progettazione di attività e valutazione di conoscenze e competenze: i legami della tradizione consolidata di didattica della matematica per competenze con i risultati delle ricerche nelle didattiche e pedagogie. Progettazione e uso di attività laboratoriali e nuove tecnologie. Analisi delle pratiche didattiche per l'apprendimento della matematica mediate dall'uso delle tecnologie. Metodi e tecniche per la comunicazione della matematica.

Prerequisiti

Buone e approfondite conoscenze dei metodi e dei contenuti della matematica di base, specie quella oggetto di insegnamento nella scuola secondaria.

Modalità didattica

Informazioni mancanti

Materiale didattico

DIDATTICA DELLA MATEMATICA, di Roberto Natalini, Anna Baccaglini-Frank, Pietro Di Martino, Giuseppe Rosolini, (Mondadori 2018).

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Secondo semestre

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Orale e valutazione di progetti.

Orario di ricevimento

Informazioni mancanti

GEOMETRIA COMPLESSA

Docente: Prof. Diego Conti

Obiettivi

Il corso si propone di introdurre alcuni dei concetti e delle tecniche di base della geometria complessa, sia locali (anello dei germi delle funzioni olomorfe e sua struttura algebrica, scoppimento di un punto, potenziale di Kähler) che globali (corrispondenza tra divisori e fibrati in rette, curvatura di un fibrato olomorfo hermitiano, immersioni proiettive e proprietà coomologiche).

Contenuti sintetici

Funzioni di più variabili complesse, varietà complesse, fibrati, metriche di Kähler.

Programma esteso

- Funzioni olomorfe e algebra lineare hermitiana.
- Polinomi di Weierstrass e teorema degli zeri.
- Varietà complesse, fibrati vettoriali olomorfi, scoppimenti.
- Fasci e coomologia.
- Connessioni; coomologia di Dolbeault.
- Divisori e fibrati in rette; sezioni globali olomorfe e morfismi proiettivi.
- Spazio proiettivo complesso; successione di Eulero, metrica di Fubini-Study.
- Metriche di Kähler e teorema di Kodaira.

Prerequisiti

Spazi vettoriali, anelli, spazi topologici, calcolo differenziale e integrale, varietà differenziabili, funzioni di una variabile complessa.

Modalità didattica

Lezioni: 8 CFU

Materiale didattico

D. Huybrechts, Complex Geometry. An Introduction, Springer 2005

Periodo di erogazione dell'insegnamento

II semestre

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Esame orale con domande su definizioni, enunciati e dimostrazioni.

Orario di ricevimento

Su appuntamento

GEOMETRIA DIFFERENZIALE

Docente: Prof. Diego Conti

Obiettivi

Il corso si propone di familiarizzare lo studente con i concetti e le tecniche di base della geometria differenziale, partendo dal concetto fondante di connessione di Levi-Civita come generalizzazione dal contesto ‘piatto’ a quello ‘curvo’ della derivata ordinaria di un campo vettoriale.

Contenuti sintetici

Varietà differenziali, metriche riemanniane, connessioni, invarianti di curvatura, ipersuperfici e gruppi di Lie, sommersioni riemanniane, trasporto parallelo e geodetiche.

Programma esteso

Brevi cenni preliminari sulle varietà differenziali; metriche riemanniane; Teorema fondamentale e della Geometria Riemanniana connessione di Levi Civita; tensore di curvatura; curvatura sezionale, di Ricci e scalare; classi di esempi: gruppi di Lie, ipersuperfici, metriche a simmetria rotazionale; operatore forma; equazioni di Gauss e Codazzi-Mainardi; Teorema Egregium; Teorema di Hadamard; sommersioni riemanniane, formula di ‘O'Neill e Gray, mappa di Hopf; trasporto parallelo lungo una curva; geodetiche, esistenza e unicità; esempi; mappa esponenziale e sue proprietà; coordinate normali; isometrie.

Prerequisiti

Le competenze di geometria, analisi e algebra offerte dal percorso comune sono in linea di principio adeguate per affrontare il corso con profitto; realisticamente, tuttavia, chi non ha acquisito le conoscenze di base sulle varietà differenziali contenute per esempio nel corso di Geometria III del nostro corso di laurea triennale dovrà fare in parallelo del lavoro preliminare in autonomia, perché la discussione dei prerequisiti sarà limitata a un breve richiamo.

Modalità didattica

Lezioni frontali 8 cfu.

Materiale didattico

P. Petersen, Riemannian Geometry, Springer Verlag 2006

Periodo di erogazione dell'insegnamento

I semestre

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Due prove scritte, ognuna dedicata a una parte del programma, su esercizi e teoria con successiva discussione.

Orario di ricevimento

Su appuntamento.

GEOMETRIA E FISICA

Docente: Prof. Franco Magri

Obiettivi

Il corso si propone di fornire gli strumenti matematici e di presentare l'apparato concettuale che servono a comprendere la formulazione moderna dell' elettromagnetismo di Maxwell e la teoria del campo gravitazionale di Einstein.

Contenuti sintetici

Gli argomenti trattati sono:

1. L'elettromagnetismo di Maxwell
2. La teoria della gravitazione di Einstein
3. I buchi neri

Le equazioni di Maxwell sono state scritte da Maxwell nel 1867, nella forma di un sistema di equazioni differenziali vettoriali sui campi E e B . L' avvento della relatività ristretta e del punto di vista spaziotemporale ha permesso di comprendere la struttura profonda di queste equazioni e ne ha cambiato drasticamente la forma. Oggi le equazioni di Maxwell si scrivono nella forma abbreviata

$$dF=0, dM= Q ,$$

ricorrendo ad un nuovo e più potente formalismo matematico. Scopo della prima parte del corso è di spiegare il significato dell' interpretazione moderna della teoria di Maxwell.

Le equazioni del campo gravitazionale prodotto da un pianeta e le equazioni di moto di un satellite soggetto all' attrazione del pianeta sono state scritte da Einstein nel 1915. Il significato delle equazioni di Einstein è stato condensato da J.A. Wheeler nel seguente aforisma: “ Il pianeta dice allo spaziotempo come incurvarsi; lo spaziotempo dice al satellite come muoversi” . Questo aforisma sottolinea il punto centrale della teoria di Einstein, secondo cui il campo gravitazionale si manifesta come curvatura dello spaziotempo. Scopo della seconda parte del corso è presentare le equazioni di Einstein e dare un senso preciso all' aforisma di Wheeler.

Uno dei fenomeni più sorprendenti previsto dalla teoria gravitazionale einsteiniana è il formarsi di “ buchi neri “, cioè di regioni dello spaziotempo delimitate da un “ orizzonte degli eventi” che impedisce ad ogni segnale di abbandonare il buco nero e di raggiungere un osservatore posto all' esterno dello stesso. Scopo della terza parte del corso è di presentare due particolari esempi di campi gravitazionali einsteiniani , la metrica di Schwarzschild e la metrica di Kerr, e di discutere la geometria del buco nero associato ad almeno uno di tali campi.

Infine, tempo permettendo, il corso potrebbe concludersi con un cenno all' evoluzione più recente dell' idea centrale di Einstein, secondo cui le forze si manifestano come curvatura . Questa idea è il punto di partenza delle teorie di gauge, che rappresentano il tentativo moderno di unificare le interazioni fondamentali.

Programma esteso

Newton:

La legge di gravitazione universale dai Principia

Lo spaziotempo newtoniano

Minkowski:

Osservatori radar ed effetto Doppler longitudinale

K-calcolo e trasformazioni di Lorentz

Strutture geometriche dello spaziotempo di Minkowski

La Fisica nello spaziotempo di Minkowski:

Quadrivettori e dinamica della particella relativistica

Forme ed elettromagnetismo di Maxwell

Einstein:

La gravitazione e le sue peculiarità

Osservatori in caduta libera

Il principio della geodetica

Accelerazioni di marea e curvatura dello spaziotempo

Gauss e Riemann:

La nozione di curvatura per le superfici immerse

Gauss ed il Theorema Egregium

Le varietà di Riemann

Connessione, curvatura, parallelismo e geodetiche.

La Fisica nello spaziotempo di Einstein:

Le equazioni di campo di Einstein nel vuoto

La soluzione di Schwarzschild

Le equazioni di moto dei satelliti nel campo di Schwarzschild

Buchi neri

Prerequisiti

Sono richieste le conoscenze di base di geometria delle superfici immerse in uno spazio euclideo, di elettromagnetismo classico e di relatività ristretta. Alcune di queste nozioni saranno brevemente richiamate durante il corso.

Modalità didattica

Lezioni: 7 cfu, Esercitazioni: 1 cfu

Materiale didattico

Bibliografia :

1. R.Geroch, Relativity from A to B

E' una piacevolissima introduzione alla geometria dello spaziotempo e alla sua interpretazione fisica.

2. G.Ellis,R.Williams, Flat and curved spacetimes

Principalmente il capitolo 3, dedicato alla geometria dello spaziotempo di Minkowski (indagata col

metodo del K-calcolo di Bondi) e il capitolo 5 , dedicato alla relazione tra gravitazione e curvatura dello spaziotempo.

3. W. Kuhnel, Differential Geometry (Curves-Surfaces-Manifolds)

Principalmente: i paragrafi 3A e 3B per la teoria delle curvature principali; i paragrafi 4A, 4B, 4C per la teoria di Gauss delle superfici immerse; i paragrafi 5A, 5B, 5C, 5D per le varietà riemanniane.

Le lezioni saranno a disposizione sulla pagina personale del docente.

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Primo semestre.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Informazioni mancanti

Modalità dell'esame

L' esame e' orale. Lo studente sceglie due temi tra i sei punti del programma (un tema nei primi tre punti ed un tema nei rimanenti tre punti). Esporrà questi due temi nell' ordine e con le modalità che preferisce. Nel corso della discussione deve dimostrare di possedere i collegamenti con gli altri punti del programma.

Orario di ricevimento

Verrà immediatamente fissato un appuntamento su richiesta da parte dello studente, via email.

GEOMETRIA SIMPLETTICA

Docente: Prof. Roberto Paoletti

Obiettivi

Lo scopo del corso è introdurre i concetti di base della Geometria Simplettica, a partire dagli aspetti locali per poi rivolgere l'attenzione alle proprietà più globali e, tempo permettendo, al tema della riduzione simplettica. Ci si propone in particolare di chiarire la natura geometrica di diversi concetti di grande importanza che vengono introdotti in vari contesti, quali mappa momento, funzioni generatrici, trasformazioni canoniche, equazione e teoria di Hamilton-Jacobi, eccetera.

Contenuti sintetici

La Geometria Simplettica è l'area della Matematica che sottende alla formulazione hamiltoniana della meccanica classica; è nella sua cornice che concetti come campo vettoriale hamiltoniano, flusso di fase, trasformazione canonica eccetera trovano un'interpretazione naturale e sistematica. Gli spazi delle fasi della meccanica hamiltoniana sono infatti i fibrati cotangenti di qualche spazio delle configurazioni di un sistema fisico, i quali possiedono una struttura simplettica naturale. Tuttavia, la classe delle varietà simplettiche è in realtà molto più ampia e comprende, per esempio, tutte le varietà proiettive complesse (non singolari). La Geometria (e la Topologia) Simplettica è un campo fondamentale e in intensa espansione; inoltre essa ha grande importanza anche per altre aree della Matematica. Concetti come, per esempio, mappa momento, riduzione simplettica, sottovarietà Lagrangiana sono pervasivi in Geometria e Fisica Matematica. Anche la Geometria Differenziale può essere interpretata alla luce della Geometria Simplettica, in quanto il flusso geodetico è un caso particolare di flusso Hamiltoniano. La Geometria Simplettica gioca inoltre un ruolo molto importante in Analisi Matematica, in particolare per quanto riguarda lo studio degli operatori integrali di Fourier e l'Analisi Semiclassica. In Algebra, lo studio delle rappresentazioni irriducibili di un gruppo di Lie compatto è strettamente legato alla struttura simplettica naturalmente indotta sulle sue orbite coaggiunte (le orbite dell'azione del gruppo sulla sua coalgebra di Lie).

Programma esteso

- Algebra lineare simplettica.
- Struttura simplettica di un fibrato cotangente, equazioni di Hamilton, parentesi di Poisson.
- Varietà simplettiche, loro sottovarietà notevoli e rispettivi intorni.
- Isotopie e teoremi di Darboux e di Moser.
- Funzioni generatrici, equazione di Hamilton-Jacobi, sua soluzione geometrica.
- Mappe momento e loro proprietà; riduzione simplettica.
- Strutture complesse e quasi-complesse compatibili, varietà di Kähler e varietà quasi-Kähler.
- Orbite coaggiunte e loro struttura simplettica intrinseca.

Prerequisiti

Le nozioni di base sulle varietà differenziale, come introdotte per esempio nel corso di Geometria III. Verrà fatto comunque un breve riepilogo.

Modalità didattica

Informazioni mancanti

Materiale didattico

V. Guillemin, S. Sternberg, Symplectic Techniques in Physics, Cambridge University Press

D. McDuff, D. Salamon, Introduction to Symplectic Topology, Clarendon Press, Oxford

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Primo semestre

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Prove scritte. su esercizi e dimostrazione, con discussione delle stesse.

Note:

Viene offerta la possibilità di sostenere un parziale all'incirca a metà del corso e un secondo parziale subito dopo il termine del corso; i parziali saranno una combinazione di teoria e pratica. Chi supera entrambi i parziali ha completato l'esame.

Orario di ricevimento

Informazioni mancanti

MATEMATICA ELEMENTARE

Docente: Prof. Leonardo Colzani

Obiettivi

Presentare un certo numero di risultati classici ed elementari relativi alla Teoria dei Numeri ed alla Geometria, con attenzione agli aspetti storici e didattici, e ai collegamenti con altri argomenti della Matematica.

Contenuti sintetici

Il corso è diviso in due parti, che si possono riassumere in Aritmetica e Geometria.

- Prima parte: Punti interi. Poliedri. Somme di Riemann.
- Seconda parte: Geometria elementare.

Programma esteso

- Prima parte:
 - Paradosso di Simpson.
 - Numeri primi, funzioni aritmetiche e punti interi.
 - Punti interi in poliedri, il problema delle monete di Frobenius.
 - Successione di Farey.
 - Convessità e approssimazione diofantea.
 - Successioni uniformemente distribuite e numeri normali.
 - Integrali e somme di Riemann.
- Seconda parte:
 - Gli Elementi di Euclide.
 - I Fondamenti della Geometria di Hilbert.
 - Costruzioni con riga e compasso.
 - Poliedri.
 - Il quinto postulato e le geometrie non euclidee.

Prerequisiti

La matematica dei primi due anni della laurea triennale.

Modalità didattica

Lezione.

Materiale didattico

Appunti distribuiti a lezione.

Travaglini, G. (2014). Number Theory, Fourier Analysis and Geometric Discrepancy. Cambridge : Cambridge University Press.

Periodo di erogazione dell'insegnamento

II semestre.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Esame orale: la studentessa / lo studente dovrà mostrare di avere compreso i contenuti del programma e dovrà tenere un seminario.

Orario di ricevimento

Per appuntamento.

E-Mail: giancarlo.travaglini@unimib.it

E-Mail: leonardo.colzani@unimib.it

MECCANICA SUPERIORE

Docente: Prof. Diego Davide Noja

Obiettivi

Dare allo studente un primo orientamento alle idee e metodi della Meccanica Quantistica, e in particolare alla sua formulazione rigorosa. Verrà anche messo in evidenza il confronto con la Meccanica Classica.

Contenuti sintetici

Il corso costituisce una introduzione alla Meccanica Quantistica adeguata a studenti di Matematica di livello magistrale. L'aspirazione è quella di fornire una esposizione sintetica e matematicamente rigorosa degli elementi della Teoria Quantistica e di alcune delle sue più rilevanti conseguenze. Dopo una breve introduzione storica, la trattazione sarà sistematica. Preliminarmente verrà anche discussa la struttura matematica e concettuale della Meccanica Classica.

Programma esteso

Programma:

Il vari punti del programma corrispondono alla suddivisione in argomenti, ma il tempo ad essi dedicato può essere molto differente. Gli argomenti segnati con un asterisco saranno svolti solo se il tempo a disposizione lo consentirà.

- La struttura matematica della Meccanica Classica
- I sistemi integrabili e il teorema di Arnold-Liouville
- Sistemi a molti corpi e Meccanica Statistica Classica
- La fenomenologia quantistica e la nascita della Meccanica Quantistica
- Introduzione a stati, evoluzione ed osservabili. Il principio di Heisenberg
- L'equazione di Schroedinger. Particella libera, oscillatore armonico, scattering e tunneling
- L'equazione di Schroedinger. Atomo di idrogeno e potenziali radiali
- Teoria degli operatori. Il problema della dinamica in Meccanica Quantistica
- Struttura Matematica della Meccanica Quantistica. Assiomi e interpretazione
- Confronto con la struttura matematica della Meccanica Classica
- Simmetria e gruppi in Meccanica Quantistica: Momento angolare e spin
- Stabilità della materia in Meccanica Quantistica*
- Problemi di interpretazione: paradosso di Einstein-Podolski-Rosen e disuguaglianze di Bell*

Prerequisiti

Si richiede esclusivamente familiarità con gli strumenti matematici appresi durante la laurea triennale, in particolare nei corsi di Analisi. In particolare sarà utile, ma non necessaria, una familiarità con la definizione e le proprietà elementari degli spazi di Hilbert e la definizione e prime proprietà della trasformata di Fourier.

Modalità didattica

Lezioni ed esercitazioni frontali. Il docente consegnerà periodicamente serie di esercizi che gli studenti

potranno svolgere individualmente fuori dall'orario di lezione e che potranno successivamente venire discussi in aula.

Materiale didattico

Non vi è un unico testo di riferimento e di volta in volta verranno segnalate dal docente le fonti più pertinenti. Su alcune parti del corso il docente fornirà note di lezione.

Bibliografia:

- Basdevant J-L.: Lectures on Quantum Mechanics, Springer (2007)
- Caldirola P.: Prosperi A.M., Cirelli, R.: Introduzione alla Fisica Teorica, Utet, (1982)
- Dirac P.A.M.: Principles of Quantum Mechanics 4th revised ed. OUP (1982)
- Faddeev, L.D.: Yakubovsky O.A.: Lectures on Quantum Mechanics for Mathematics Students, Student Mathematical Library, AMS (2009)
- Galindo A., Pascual P.: Quantum Mechanics I & II, TMP, Springer, (1990)
- Hall, B.C.: Quantum Theory for Mathematicians, GTM, Springer (2013)
- Hannabuss K.: An Introduction to Quantum Theory, OUP (1997)
- Onofri E. Destri C.: Istituzioni di Fisica Teorica, Carocci, (1996)
- Thaller B.: Visual Quantum Mechanics Springer (2000)
- Thaller B.: Advanced Visual Quantum Mechanics, Springer (2005)
- Teschl, G.: Mathematical methods in Quantum Mechanics with application to Schroedinger operators, II ed. AMS (2014)
- Teta, A.: A Mathematical primer on Quantum Mechanics, Springer (2018)
- Thirring W.: Quantum Mathematical Physics, Springer 2nd Ed. (2001)

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Primo semestre.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

L'esame sarà orale e l'obiettivo consisterà nel valutare se lo studente

1. abbia appreso i concetti e le tecniche matematiche introdotte durante il corso e vi si orienti con sufficiente disinvoltura;
2. sia in grado di impostare correttamente alcuni semplici problemi e di avviarne la soluzione, in particolare sulla base della soluzione dei fogli di esercizi lasciati durante lo svolgimento del corso.

Orario di ricevimento

Su appuntamento.

METODI DELLA FISICA MATEMATICA

Docente: Prof. Gregorio Falqui

Obiettivi

Il corso è una introduzione alle idee, ai principi generali, alle equazioni e ad alcuni problemi particolari e modelli dell'Elasticità e della Fluidodinamica. In altre parole, il corso è rivolto alla presentazione dei fondamenti matematici e fisici della meccanica dei corpi continui, con una particolare enfasi sulla fluidodinamica. Un capitolo importante è rivolto allo studio della teoria delle onde (lineari e non lineari, dispersive e non dispersive).

Contenuti sintetici

- Teoria delle deformazioni per i corpi continui.
- Il tensore di deformazione ed il tensore degli sforzi. Il gradiente di velocità.
- Teoremi di trasporto e loro formulazione nella geometria delle forme differenziali nello spazio euclideo tridimensionale..
- Le equazioni di conservazione della massa, l'equazione di Cauchy, l'equazione dell'energia e la disuguaglianza entropica.
- I fluidi e le equazioni di Eulero.
- Teorema di Bernoulli ed applicazioni.
- Le equazioni di Hemholtz.
- Teoria dell'ala.
- Onde sonore.
- Onde di gravità: sistemi aria-acqua e fluidi stratificati.
- Onde in "shallow water": le equazioni di KdV, Burgers e Airy
- Le equazioni di Navier-Stokes e le loro prime applicazioni.
- Trasformazioni di scala e numero di Reynolds. Lo strato limite.

Programma esteso

Il corso inizia con lo studio della deformazione e del moto di un corpo continuo attraverso l'introduzione delle nozioni di gradiente di deformazione e di gradiente di velocità. Questa parte del corso introduce ed utilizza metodi di *“geometria differenziale nello spazio euclideo tridimensionale”*.

I teoremi di trasporto di quantità scalari e vettoriali vengono discussi e dimostrati, come parte saliente della cinematica dei corpi continui.

Quindi si passa alla dinamica con lo studio delle azioni che si esercitano sui corpi deformabili. Il centro del discorso è la teoria di Cauchy degli sforzi. Si trattano le equazioni di conservazione della massa, e di bilancio della quantità di moto, del momento angolare e dell'energia. Si discutono poi le nozioni di energia interna e di entropia e si rivedono il primo ed il secondo principio della Termodinamica.

Si passa alla caratterizzazione delle proprietà meccaniche (e termiche) dei solidi, dei liquidi e dei gas mediante le equazioni costitutive e le equazioni di stato. Si considerano i modelli dei corpi solidi elastici e dei fluidi newtoniani, comprimibili ed incompressibili ed eventualmente viscosi.

Poi si studiano più approfonditamente le equazioni della fluidodinamica, partendo dal modello delle equazioni di Eulero, e derivando alcuni modelli che permettono di descrivere rilevanti fenomeni fisici.

Si parte dallo studio di soluzioni statiche, per poi aprire un'ampia "pagina" dedicata alle equazioni di Eulero per i cosiddetti fluidi ideali, ed alle sue conseguenze ed applicazioni, come l'equazione di Bernoulli, le leggi di Helmholtz sull'evoluzione della vorticità e la conservazione della circolazione.

In seguito vengono discussi i seguenti punti:

- Fluidi comprimibili e onde sonore.
- Il regime di incomprimibilità (ovvero i fluidi incomprimibili)
- Flussi irrotazionali nel piano: la funzione di flusso e il potenziale complesso.
- Flusso attorno ad ostacoli (Teoria dell'ala).
- Onde di gravità in un fluido incomprimibile ("water waves").
- Onde di gravità in fluidi stratificati (onde interne negli oceani).
- Cenni all'equazione di Korteweg – de-Vries per le onde in "shallow water": nonlinearità, dispersione e soluzioni solitoniche.
- Dinamica dei gas ed equazioni quasi-lineari: teoria delle caratteristiche e onde di shock.

Il corso prosegue con lo studio delle proprietà dei fluidi viscosi, descritti dall'equazione di Navier Stokes.

Vengono discussi e/o introdotti i seguenti concetti:

- Il trasporto di quantità di moto tramite "azioni di taglio".
- La non-conservazione dell'energia "meccanica" in Navier-Stokes.
- La diffusione della vorticità.
- Autosimilarità e numero di Reynolds.
- Lo strato limite e le equazioni di Prandtl.

Prerequisiti

Il corso non richiede la frequenza ad alcun altro corso della laurea Magistrale. Sono necessarie le nozioni dei corsi di Analisi I e II, Algebra lineare e Geometria, Fisica I e II e Sistemi Dinamici e Meccanica Classica della laurea triennale. Possono essere utili ai fini del corso quelle presentate nei corsi di Analisi Complessa e Fisica Matematica del terzo anno.

Modalità didattica

Lezioni (6CFU).

Esercitazioni (2CFU).

Materiale didattico

Testi di riferimento

1. P. Chadwick, Continuum Mechanics: Concise Theory and Applications. Dover Publications, 1999.
2. M. Gurtin, E. Fried, L. Anand, The Mechanics and Thermodynamics of Continua. Cambridge University Press, 2010
3. G. Falkovich, Fluid Mechanics (a short course for physicists). Cambridge University Press, 2011.

Gli appunti delle lezioni sono pubblicati sulla pagina e-learning del corso.

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Secondo semestre.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Esame orale. La prima parte consiste nella presentazione di un breve elaborato preparato dallo studente su un argomento scelto tra quelli di una lista fornita dal docente che comprende (anche) temi complementari a quelli presentati a lezione.

Orario di ricevimento

Su appuntamento da richiedersi via e-mail.

METODI MATEMATICI PER L'ANALISI ECONOMICA - CONTROLLO OTTIMO

Docente: Prof. Andrea Giovanni Calogero

Obiettivi

Lo scopo del corso è quello di fornire gli strumenti essenziali per lo studio dell'ottimizzazione dinamica, di mostrare alcune classiche applicazioni economiche e alla teoria dei giochi differenziali.

Contenuti sintetici

Problemi di controllo ottimo con il metodo variazionale: teoria e modelli economici. Problemi di controllo ottimo con la programmazione dinamica: teoria e modelli economici. Introduzione ai giochi differenziali.

Programma esteso

1. INTRODUZIONE AL CONTROLLO OTTIMO

a. Alcuni problemi introduttivi

In barca con Pontryagin, un modello di consumo ottimo, *"the lady in the lake"*.

b. Formulazione di un problema di controllo ottimo

Definizioni di controlli, dinamica, traiettorie, insieme di controllo, target set. Funzioni assolutamente continue. Soluzione di una equazione differenziale ordinaria con funzioni misurabili: definizione e teorema di esistenza e unicità. Controlli ammissibili. Importanza del caso della dinamica lineare. Insieme dei punti raggiungibili.

2. IL CONTROLLO OTTIMO CON METODO VARIAZIONALE

a. Il problema più semplice di controllo ottimo

Il teorema di Pontryagin (DIM nel caso di insieme di controllo $U=\mathbb{R}$, DIM anche del lemma tecnico): definizione di Hamiltoniana e conseguenze del principio del Massimo. Controllo estremo, moltiplicatore associato. Controllo normale e anormale: un esempio di controllo ottimo anormale. Proprietà dell'Hamiltoniana lungo il cammino ottimo (DIM). Problemi autonomi: proprietà dell'Hamiltoniana lungo il cammino ottimo. Condizioni sufficienti di ottimalità: la condizione di Mangasarian (DIM). Funzioni concave, sopravgradiente, sopravgradiente di funzioni differenziabili, cenni al Teorema di Rockafellar: la condizione sufficiente di Arrow (DIM).

Condizioni di transversalità per i problemi con punti iniziali/finali fissati. Sui problemi di minimo. *A two sector model with investment and consumption goods*

b. Il problema più semplice di calcolo delle variazioni

Il teorema di Eulero (DIM come caso particolare del teorema di Pontryagin). Condizioni di transversalità per i problemi con punti iniziali/finali fissati. Condizioni sufficienti per il problema più semplice usando concavità/convessità. *Curva di lunghezza minima*.

c. Controlli singolari e bang-bang

Definizioni di controlli bang-bang, istanti di commutazione e controlli singolari. *La costruzione di una*

strada di montagna a costo minimo.

d. Problema più generali di controllo ottimo

Problemi di Mayer, di Bolza e Lagrange: loro equivalenza (DIM). Problemi a tempo finale fisso: condizione necessaria e condizione sufficiente per il problema di Bolza, problemi autonomi. Problemi a tempo finale libero: nozione di tempo di uscita, condizione necessaria per il problema di Bolza, problemi autonomi.

Problemi di time optimal: condizione necessaria. *In barca con Pontryagin.* Problemi di time optimal singolari: *the Dubin car*

Problemi ad orizzonte infinito: controesempio di Halkin; condizione sufficiente (DIM). Hamiltoniana corrente e moltiplicatore corrente e loro condizioni necessarie (DIM) e sufficienti. *Modelli di crescita economica: preferenze, funzioni di utilità: un modello di consumo ottimo con utilità logaritmica.*

e. Problemi di esistenza e controllabilità

Esempi di classe di controlli vuota o di classe di controlli non vuota e senza controllo ottimo (controesempio di Bolza). Disuguaglianza di Gronwall (DIM). Teorema di esistenza del controllo ottimo per i problemi di Bolza: il caso con insieme di controllo chiuso e il caso con insieme controllo compatto.

3. CONTROLLO OTTIMO CON IL METODO DELLA PROGRAMMAZIONE DINAMICA

a. La funzione valore e le sue proprietà per il problema più semplice di controllo ottimo.

Definizione della funzione valore. Il principio di ottimalità di Bellman (DIM). Le proprietà della funzione valore: la condizione (necessaria) finale sulla funzione valore (DIM), l'equazione di Bellmann-Hamilton-Jacobi (BHJ) per funzioni valori differenziabili (DIM). L'Hamiltoniana della Programmazione Dinamica. Condizioni sufficienti di ottimalità (DIM). L'equazione di BHJ lungo la traiettoria ottima. Sui problemi di minimo.

Soluzione del problema di strategia aziendale di produzione/vendita. Problemi Affini-Quadratici e Lineari-Quadratici-omogenei: loro funzione valore. Equazioni differenziali di Ricatti. La funzione valore del problema a tempo finale fisso e valore finale libero (sotto opportune ipotesi), è Lipschitz (DIM per problemi autonomi). Cenni al teorema di Rademacher: la funzione valore ammette derivate q.o. Definizione di soluzione viscosa per l'equazione di BHJ; la funzione valore come unica soluzione viscosa per l'equazione di BHJ; un esempio di problema di controllo ottimo la cui funzione valore è soluzione viscosa per l'equazione di BHJ.

b. Problemi più generali di controllo ottimo.

Condizioni necessarie e sufficienti per problemi di controllo ottimo più generali. *Modello di produzione e gestione del magazzino.* Problemi autonomi, ad orizzonte illimitato: la sua funzione valore corrente e la relativa equazione di BHJ (DIM). *Un modello di consumo ottimo con utilità HARA. Cenni al modello stocastico di Merton*

c. Legami tra i metodi variazionali e la Programmazione Dinamica.

Interpretazione del moltiplicatore come prezzo ombra (DIM).

4. GIOCHI DIFFERENZIALI

a. Nozioni introduttive

Formulazione di un gioco differenziale a 2 giocatori. Giochi simmetrici, giochi completamente cooperativi, giochi a somma zero. Concetti di soluzioni: equilibrio di Nash, equilibrio di Stackelberg. Tipi di strategie: a ciclo aperto e feedback.

b. Soluzioni di equilibrio di Nash

*Strategie open loop. Uso dell'approccio variazionale: condizioni necessarie e sufficienti per avere un equilibrio di Nash open-loop. *Il modello lavoratori-capitalisti di Lancaster.*

**Strategie feedback. Perché la tecnica variazione non è particolarmente utile (DIM). Definizione di funzione valore su un equilibrio di Nash feedback. Condizioni necessarie e sufficienti con l'uso della programmazione dinamica per un equilibrio di Nash feedback. Le funzioni valore per problemi giochi differenziali Affini-Quadratici a due giocatori. La funzioni valore corrente per giochi a orizzonte infinito e scontati. *Un problema di produzione per due aziende in competizione.*

c. Soluzioni di equilibrio di Stackelberg

Giocatore leader e giocatore gregario, insieme di miglior risposta. Ricerca di soluzioni open-loop con l'approccio variazionale. *Padre e figlio al lago.*

d. Giochi a somma zero

Equilibrio di Nash come punto di sella. Insieme dei controlli e insieme delle strategie non anticipative: esempio della strategia non anticipativa costante. Definizione di funzione valore inferiore V^- , funzione valore superiore V^+ e loro relazione; un esempio di gioco con $V^+ > V^-$. Definizione di funzione valore V . Hamiltoniana inferiore della Programmazione Dinamica H_{PD}^- (superiore H_{PD}^+): $H_{PD}^- \leq H_{PD}^+$ (DIM); un esempio di gioco con $H_{PD}^- < H_{PD}^+$. Condizione di Isaacs (o di minimax) e definizione di Hamiltoniana della Programmazione Dinamica H_{PD} . Risultati con funzioni valore regolari. Equazione di Isaacs inferiore e superiore: V^+ (V^-) è soluzione dell'equazione di Isaacs superiore (inferiore). Una dimostrazione geometrica che V soddisfa l'equazione di Isaacs (DIM). Equazioni di Isaacs per V e condizioni sufficienti con la PD per un equilibrio di Nash con strategia feedback. Condizioni necessarie e sufficienti con approccio variazionale con strategia open-loop. Risultati per funzioni valore in generale. V^- (V^+) è Lipschitz (sotto opportune ipotesi). V^- (V^+) è l'unica soluzione viscosa dell'equazione di Isaacs inferiore (superiore). La condizione di Isaacs implica $V^+ = V^- = V$. *War of attrition and attack*

e. Giochi di cattura ed evasione

Formulazione di un gioco di cattura-evasione, target set, exit time. La funzione valore e l'equazione di Isaacs per problemi autonomi (DIM). *Lady in the lake.*

Prerequisiti

Le conoscenze acquisite nei corsi della laurea triennale sono una base sufficiente.

Modalità didattica

Lezioni frontali con esercitazioni.

Material e didattico

- [C1] A. Calogero “*Notes on optimal control theory*”, disponibile gratuitamente in rete.
- [C2] A. Calogero “*A very short tour on differential games*”, disponibile gratuitamente in rete.
- [C3] A. Calogero “*Exercises of dynamic optimization*”, disponibile gratuitamente in rete.

Ulteriore materiale didattico:

- [BO] T. Başar, G.O. Olsder “*Dynamic noncooperative game theory*”, SIAM Classic in Applied Mathematics, 1998
- [B] A. Bressan “*Noncooperative differential games. A Tutorial*”, Milan Journal of Mathematics, vol 79, pag 357-427, 2011.
- [E] L.C. Evans “*An introduction to mathematical optimal control theory*”, disponibile gratuitamente in rete.
- [FR] W.H. Fleming, R.W. Rishel “*Deterministic and stochastic optimal control*”, Springer-Verlag, 1975
- [KS] M.I. Kamien, N.L. Schwartz “*Dynamic optimization*” Elsevier, second edition, 2006
- [SS] A. Seierstad, K Sydsæter “*Optimal control theory with economics applications*” Elsevier Science, 1987

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Primo semestre

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Prova scritta ed orale.

Orario di ricevimento

Su appuntamento con il docente.

METODI MATEMATICI PER L'ANALISI ECONOMICA - OTTIMIZZAZIONE E ANALISI CONVESSA

Docente: Prof. Rita Pini

Obiettivi

Scopo del corso è quello di fornire gli strumenti essenziali per lo studio di problemi di ottimizzazione finito-dimensionali che derivano da applicazioni economiche.

Contenuti sintetici

Ottimizzazione finito-dimensionale, elementi di analisi convessa, teoria della dualità, introduzione alla teoria dei giochi.

Programma esteso

Introduzione all'ottimizzazione statica. Richiami di calcolo differenziale per funzioni di più variabili reali.

Ottimizzazione globale. Teorema di Weierstrass e sue estensioni.

Ottimizzazione locale.

Principio variazionale di Ekeland.

Teoremi dell'alternativa.

Convessità di insiemi.

Funzioni convesse. Proprietà di regolarità.

Sottogradienti e sottodifferenziali.

Minimizzazione di funzioni convesse.

Programmazione non lineare. Teorema di Fritz John.

Lagrangiana e lagrangiana debole associate. Qualificazione dei vincoli.

Moltiplicatore e funzione valore.

Programmazione lineare.

Teoria della dualità lagrangiana.

Introduzione alla Teoria dei Giochi. Giochi strategici.

Equilibrio di Nash. Teorema di punto fisso di Kakutani, condizione sufficiente per l'esistenza dell'equilibrio di un gioco strategico.

Giochi a due a somma zero. Estensioni miste per giochi finiti.

Prerequisiti

Le conoscenze di base e i principali risultati di algebra lineare e analisi in ambito finito-dimensionale.

Modalità didattica

Lezione frontale

Materiale didattico

O. Guler, Foundations of Optimization, Springer, 2010

D.P. Bertsekas, Convex Analysis and Optimization, Athena Scientific, Belmont, Mass., 2003

J. Gonzalez-Diaz, I. Garcia-Jurado, M.G. Fiestras-Janeiro, An Introductory Course on Mathematical Game Theory, American Mathematical Society

Periodo di erogazione dell'insegnamento

II semestre

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Modalità d'esame:

Scritto e/o orale

Prova scritta: consiste in

a) esercizi che permettono al docente di valutare la capacità dello studente di applicare la teoria nella risoluzione di problemi;

b) un quesito di tipo teorico, in cui si chiede allo studente, ad esempio, di fornire in modo completo alcune definizioni, enunciati di teoremi, dando qualche esempio.

Prova orale: possono sostenere la prova orale solo gli studenti che hanno ottenuto nello scritto una votazione non inferiore a 27. Gli studenti che hanno riportato una votazione superiore a 27 trentesimi e decidono di non sostenere l'esame orale, possono registrare il voto di 27 trentesimi. A coloro che hanno riportato una votazione sufficiente viene registrato il voto: è diritto dello studente non accettare il voto, ma tale decisione deve essere comunicata al docente entro la data indicata ogni volta in coda agli esiti.

Orario di ricevimento

per appuntamento

METODI MATEMATICI PER LA FISICA MODERNA

Docente: Prof. Renzo Ricca

Obiettivi

Acquisire le nozioni di base per un approccio geometrico e topologico alle teorie classiche di campo, con particolare attenzione alla teoria della vorticità classica, della magnetoidrodinamica ideale e di strutture fluide complesse.

Contenuti sintetici

I Parte. Flussi fluidi e diffeomorfismi, teoremi di conservazione, equazioni di Eulero, leggi di conservazione di Helmholtz, equazioni di Navier-Stokes, magnetoidrodinamica ideale, elicità magnetica.

II Parte. Identità di Green, equazione non-lineare di Schrödinger, soluzione della LIA a nodo toroidale, equazione di Gross-Pitaevskii, difetti topologici, elicità e numeri di legame, misure di complessità topologica.

Programma esteso

Il programma si articola su una prima parte di carattere generale e su una seconda parte dedicata ad argomenti specifici di carattere più avanzato.

I Parte. Flussi fluidi e diffeomorfismi, teorema cinetico del trasporto, teoremi di conservazione, decomposizione del moto fluido, equazioni di Eulero, equazione del trasporto della vorticità, leggi di conservazione di Helmholtz, legge di Biot-Savart, legge di induzione localizzata (LIA), equazioni di Navier-Stokes, dissipazione di energia, soluzione stazionaria di Burgers, equazioni di Maxwell, magnetoidrodinamica ideale, elicità magnetica, analogie perfetta e non con i flussi di Eulero.

II Parte. Identità di Green, correzione di Kelvin per domini moltiplicemente connessi, trasformazione di Hasimoto, equazione non-lineare di Schrödinger, equazioni intrinseche di Da Rios-Betchov, soluzione solitonica, soluzioni a nodo toroidale della LIA, interpretazione fluidodinamica dell'equazione di Gross-Pitaevskii, difetti topologici, elicità e numeri di legame, avvolgimento, contorsione, invarianti polinomiali di nodi, misure di complessità topologica.

Prerequisiti

Elementi di geometria differenziale, elementi di meccanica dei sistemi continui, geometria e fisica.

Modalità didattica

Lezioni frontali del materiale del corso presentato alla lavagna.

Materiale didattico

Note delle lezioni distribuite dal docente.

Periodo di erogazione dell'insegnamento

II semestre.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Elaborato scritto da completare in 2 ore sulla base di 4 domande, ognuna delle quali riferentesi ad un argomento specifico presentato durante il corso. Durante la prova scritta non è permesso l'uso di alcun materiale d'ausilio. Le soluzioni devono riprodurre il materiale presentato durante il corso, incluse prove dettagliate dei teoremi e asserti dimostrati, completi di calcoli espliciti. Non è prevista alcuna prova orale.

Orario di ricevimento

Da concordarsi col docente.

METODI NUMERICI AVANZATI PER EQUAZIONI ALLE DERIVATE PARZIALI

Docente: Prof. Laurence Beirao Da Veiga

Obiettivi

Acquisire conoscenze avanzate del metodo degli elementi finiti, sia in termini di fondamenti teorici che di implementazione al calcolatore.

Contenuti sintetici

Il corso tratta l'approssimazione di problemi alle derivate parziali col metodo degli elementi finiti, e può essere considerato uno stadio successivo e più avanzato rispetto al corso "Approssimazione di Equazioni Differenziali" dello stesso corso di laurea. In particolare, si tratterà il problema del calore non-stazionario (con dipendenza anche dal tempo) e problemi con una formulazione detta mista, che giocano un ruolo fondamentale in molte applicazioni (come in fluidodinamica o in problemi di diffusione in mezzi porosi). Parte del corso sarà svolta in laboratorio informatico (MATLAB).

Programma esteso

Breve ripasso dei concetti e delle nozioni fondamentali del metodo agli elementi finiti, nonché dei risultati principali nel caso di problemi ellittici stazionari. Il problema modello del calore non-stazionario, discretizzazione in spazio con elementi finiti, discretizzazione in tempo (con differenze finite), analisi teorica del metodo, implementazione al calcolatore. Analisi a posteriori dell'errore per il problema della diffusione stazionario, analisi teorica, implementazione al calcolatore, algoritmo adattivo. Problemi in forma mista. Il problema di Stokes come esempio modello, discretizzazione e problematiche, teoria generale dei metodi misti, alcuni elementi specifici per Stokes e loro analisi, generalizzazioni, implementazione al calcolatore. Il problema della diffusione in forma mista, discretizzazione, analisi teorica, alcuni elementi specifici, generalizzazioni, implementazione. Possibili ulteriori argomenti potranno essere trattati a fine corso.

Prerequisiti

Oltre alle normali conoscenze della laurea triennale in matematica, è richiesto di avere seguito il Corso "Approssimazione di Equazioni Differenziali" e di possedere (ad esempio avendo seguito il Corso "Analisi Superiore") nozioni di base di Analisi Funzionale.

Modalità didattica

Lezioni alla lavagna e in laboratorio informatico.

Materiale didattico

- D. Braess, "Finite Elements: theory, fast solvers, and applications in solid mechanics", Cambridge University Press (alternativa: P.Ciarlet "The finite element method for elliptic problems" oppure S.Brenner e R.Scott, "The mathematical theory of finite element methods")
- D. Boffi, F. Brezzi, M. Fortin, "Mixed finite element methods and applications", Springer
- V. Thomee, "Galerkin Finite Element Methods for Parabolic Problems", Springer

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Primo semestre.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Esame orale sugli argomenti del corso, oltre a un progetto di Laboratorio Matlab che verrà assegnato in precedenza e andrà portato all'orale.

Orario di ricevimento

Su appuntamento via email.

METODI NUMERICI PER EQUAZIONI ALLE DERIVATE PARZIALI

Docente: Prof. Alessandro Russo

Obiettivi

L'obiettivo di questo insegnamento è di presentare la teoria rigorosa del Metodo degli Elementi Finiti per l'approssimazione delle equazioni differenziali ellittiche del secondo ordine e di implementare il metodo in MATLAB per un problema semplice.

Contenuti sintetici

Richiami sugli spazi di Sobolev; Lemma di Lax-Milgram; metodo di Galerkin; Lemma di Cea; Elementi Finiti lineari; Elementi Finiti di Lagrange di ordine k ; stime dell'errore in norma energia; Lemma di Bramble-Hilbert; argomento di dualità di Aubin-Nitsche.

Programma esteso

- **Concetti di base.** Presentazione nel caso semplice monodimensionale delle idee e delle tecniche che verranno sviluppate nel corso.
- **Spazi di Sobolev.** Sono l'ambiente funzionale naturale per studiare matematicamente il metodo degli elementi finiti.
- **Formulazione variazionale di problemi ai limiti ellittici.** Inquadramento funzionale astratto delle equazioni alle derivate parziali che saranno studiate nel corso.
- **Costruzione di spazi di elementi finiti.** Saranno presentati gli elementi finiti più importanti.
- **Teoria dell'approssimazione polinomiale negli spazi di Sobolev.** Questa è la parte centrale del corso, dove si studia come gli elementi finiti (che sono essenzialmente funzioni continue e polinomiali a tratti) approssimano le funzioni degli spazi di Sobolev.
- **Problemi variazionali in dimensione n .** Applicazione della teoria sviluppata ad alcuni casi concreti di equazioni differenziali alle derivate parziali.

Prerequisiti

Gli insegnamenti di matematica di base del corso di Laurea Triennale in Matematica. E'consigliabile aver seguito il corso *Analisi Funzionale* del 1° semestre della Laurea Magistrale.

Modalità didattica

Lezioni (6 CFU), esercitazioni alla lavagna e al calcolatore (2 CFU).

Materiale didattico

S. C. Brenner e L. R. Scott: The Mathematical Theory of Finite Element Methods, Springer 2008

Periodo di erogazione dell'insegnamento

2° semestre

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Alla fine del corso verrà assegnato un problema numerico da risolvere in MATLAB utilizzando i codici sviluppati durante le esercitazioni. La prova d'esame consiste nella discussione del problema e poi in una prova orale dove si richiede la capacità di esporre gli enunciati e le dimostrazioni dei teoremi, le definizioni, gli esempi/controesempi e le tecniche di calcolo introdotte.

Orario di ricevimento

Su appuntamento.

METODI STOCASTICI PER LA FINANZA

Docente: Prof. Gianmario Tessitore

Obiettivi

Il corso si propone di introdurre la teoria dei processi stocastici a tempo continuo e delle equazioni differenziali stocastiche con particolare attenzione alle loro applicazioni in finanza matematica.

Contenuti sintetici

- Introduzione ai processi stocastici a tempo continuo
- I processi di Levy e il moto Browniano
- L'integrale stocastico di Ito
- Equazioni differenziali stocastiche
- L'operatore differenziale di Kolmogorov associato
- La PDE di Kolmogorov e la formula di Feynman-Kac
- Cenni sui mercati finanziari a tempo continuo
- La PDE di Balck e Scholes e il prezzo di opzioni europee

Programma esteso

- Introduzione ai processi stocastici a tempo continuo (proprietà delle filtrazioni, processi adattati e processi progressivamente misurabili, tempi d'arresto)
- I processi di Levy e il moto Browniano (varie definizioni, legge 0-1 di Blumenthal, proprietà di markov forte, principio di riflessione)
- Integrale stocastico di Ito (esistenza, proprietà e formula di Ito)
- Equazioni differenziali stocastiche (esistenza forte e debole, unicità in legge e pathwise, esistenza del flusso nel caso Lipschitz)
- L'operatore differenziale di Kolmogorov associato
- La PDE di Kolmogorov e la formula di Feynman-Kac
- Cenni sui mercati finanziari a tempo continuo (mercato BS con volatilità stocastica)
- La PDE di Balck e Scholes e il prezzo di opzioni europee

Prerequisiti

Teoria delle martingale a tempo discreto e prime nozioni di analisi funzionale.

Modalità didattica

Lezioni frontali.

Materiale didattico

- Dispense dei docenti
- *Brownian Motion, Martingales, And Stochastic Calculus*, di Jean-François Le Gall edito da Springer.

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Primo semestre.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Esame orale. Nella prova orale si richiede la capacità di esporre gli enunciati e le dimostrazioni dei teoremi, le definizioni, gli esempi/controesempi introdotti.

Orario di ricevimento

Venerdì 13:30-15:30.

MODELLI E METODI DI APPROSSIMAZIONE

Docente: Prof. Milvia Francesca Rossini

Obiettivi

Introdurre e studiare uno dei problemi fondamentali della teoria dell'approssimazione e in generale della modellazione di dati: il problema dell'approssimazione di dati sparsi (scattered data) ovvero di dati $(x_i, y_i), i = 1, \dots, N$ dove le locazioni $x_i \in \Omega \subset R^d$ non sono disposte su una griglia regolare. Per questo motivo i metodi che verranno studiati sono detti *mesh-free methods*.

Contenuti sintetici

Verrà considerato il problema dell' interpolazione multivariata di dati sparsi. Dopo la formulazione del problema verrà introdotto il concetto di base radiale, strumento fondamentale in questo ambito, studiate le loro proprietà e forniti esempi delle basi più utilizzate (gaussiane , multiquadriche, potenze troncate, thin-plate spline..). Poiché la dimensione N del campione può essere molto grande, saranno proposti algoritmi per il calcolo efficiente dell'interpolante.

Verranno inoltre presentati i metodi di partizione dell'unità che permettono di decomporre problemi di grandi dimensioni in sotto-problemi di dimensioni più piccole e allo stesso tempo assicurare che l'accuratezza ottenuta per le approssimazioni locali sia trasportata all'approssimazione globale. Infine si affronterà l'approssimazione di dati sparsi usando il criterio dei minimi quadrati.

Programma esteso

Approssimazione di dati sparsi in R^d

Il problema dell'interpolazione di dati sparsi

Basi radiali

Interpolazione con basi radiali

Basi radiali definite positive (esempi)

Interpolazione di dati sparsi con precisione polinomiale

Basi radiali condizionatamente definite positive (esempi)

Stima dell'errore di interpolazione

Stabilità e condizionamento dell'interpolazione con basi radiali

Algoritmi

Metodi di partizione dell'unità

Approssimazione ai minimi quadrati con basi radiali

Prerequisiti

Corsi di base della laurea triennale

Modalità didattica

- Lezioni frontali con esercitazioni in laboratorio

Materiale didattico

Gregory E. Fasshauer: Meshfree Approximation Methods with Matlab, World Scientific

Periodo di erogazione dell'insegnamento

- Secondo semestre

Modalità di verifica del profitto e valutazione

- Orale con discussione di un progetto assegnato durante il corso

Orario di ricevimento

Su appuntamento

PREPARAZIONE DI ESPERIENZE DIDATTICHE

Docente:

Obiettivi

- approfondimento di alcuni argomenti di fisica classica della laurea triennale
- introduzione ai primi concetti di fisica moderna
- sviluppo di esperienze didattiche per l'apprendimento di fisica classica e moderna
- applicazione pratica di concetti appresi a livello teorico
- acquisizione di dimestichezza con la gestione e la progettazione di attività laboratoriali

Contenuti sintetici

I contenuti del corso si suddividono in tre parti principali:

1. Misura delle costanti fondamentali della fisica classica G , e/m , c .
2. Introduzione alla fisica moderna attraverso l'analisi dell'effetto fotoelettrico e della radiazione di corpo nero: misura della costante fondamentale di Planck h .
3. Introduzione a concetti di relatività generale e fisica delle particelle tramite esempi basati su fenomeni legati alla fisica classica.

Sulla base di questi contenuti, si alterneranno lezioni frontali allo sviluppo e progettazione condivisa di esperienze di laboratorio.

Programma esteso

Il corso inizierà con dei richiami di teoria degli errori, interpolazione lineare e analisi statistica dei dati. Successivamente, si svilupperanno i tre macroargomenti su cui verte il corso:

1. Legge di gravitazione universale, misura sperimentale dell'accelerazione gravitazionale e derivazione della costante di gravitazione G , meccanica spaziale, orbite di veicoli spaziali e loro energetica. Esperimenti storici sulla velocità costante della luce e sua misura sperimentale. Esperimenti di Thomson e Millikan per la misura della carica elettrica e della massa dell'elettrone, misura sperimentale del rapporto e/m .
2. Crisi della fisica classica: introduzione teorica al problema della radiazione di corpo nero e soluzione proposta da Planck, introduzione teorica al problema dell'effetto fotoelettrico con esperienza di laboratorio sulla misurazione della costante di Planck.
3. Derivazione di concetti ed elementi di relatività generale (curvatura dello spazio-tempo, orizzonte degli eventi di un buco nero, ...) in approssimazione Newtoniana, con l'uso della legge di gravitazione universale e lo sviluppo di un'esperienza interattiva. Approccio scientifico a elementi di fantascienza (Interstellar). Funzionamento di acceleratori e rivelatori di particelle (LHC, CERN) e analisi di tracce sperimentali in approssimazione di soli campi magnetici.

Prerequisiti

Contenuti di fisica della laurea triennale, elementi di statistica e analisi matematica 1.

Modalità didattica

Lezione frontale e lavoro di gruppo in laboratorio

Materiale didattico

Indicazioni bibliografiche e dispense/appunti forniti dai docenti

Periodo di erogazione dell'insegnamento

1 semestre

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Esame orale e discussione delle relazioni sulle esperienze di laboratorio svolte e progettate.

Orario di ricevimento

Informazioni mancanti

PROCESSI STOCASTICI

Docente: Prof. Gianmario Tessitore

Obiettivi

L'obiettivo del corso è di presentare i concetti fondamentali della teoria dei processi stocastici (soprattutto quelli a tempo discreto), con particolare enfasi su martingale e catene di Markov.

Contenuti sintetici

Legge e speranza condizionale, martingale, catene di Markov, esempi e applicazioni.

Programma esteso

- Legge e speranza condizionale.
- Martingale a tempo discreto, convergenza quasi certa. Uniforme integrabilità e convergenza in L_p . Disuguaglianza massimale e di Doob.
- Catene di Markov a tempo discreto. Misure invarianti e convergenza all'equilibrio. Legami con martingale e funzioni armoniche.
- Applicazioni: metodo Monte Carlo, problemi di arresto ottimale.
- Introduzione alle catene di Markov a tempo continuo. Semigrupp e generatori.
- Il processo di Poisson.

Prerequisiti

Analisi, Probabilità, Teoria della misura, cenni di Analisi funzionale.

Modalità didattica

Lezioni ed esercitazioni.

Materiale didattico

- D. Williams, Probability with Martingales, Cambridge University Press (1991).
- E. Pardoux, Markov Processes and Applications, Wiley Series in Probability and Statistics (2008).
- Dispense dei docenti.

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Secondo semestre.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Esame scritto e orale. Voto 18-30/30.

Nella prova scritta viene valutata la capacità di risolvere esercizi. È necessario superare la prova scritta per accedere alla prova orale, in cui viene valutata la conoscenza di una selezione di dimostrazioni e, soprattutto, la conoscenza operativa delle nozioni del corso, anche mediante esempi.

Ci saranno 5 appelli d'esame (a giugno, luglio, settembre, gennaio, febbraio).

Orario di ricevimento

Su appuntamento.

STORIA DELLA MATEMATICA

Docente: Prof. Leonardo Colzani

Obiettivi

Presentare un certo numero di risultati classici ed elementari che uno studente curioso ha sempre voluto sapere ma non ha mai avuto il coraggio di chiedere.

Contenuti sintetici

Quadratura di cerchio e iperbole. Equazioni algebriche. Numeri primi.

Programma esteso

Quadratura di cerchio e iperbole. Calcolo numerico di π (Archimede, Huygens, Newton).

Numeri razionali e irrazionali, algebrici e trascendenti (Pitagora, Liouville, Cantor).

Irrazionalità e trascendenza di e (Eulero, Hermite), e π (Lambert, Lindemann).

Equazioni algebriche e teorema fondamentale dell'algebra (d'Alembert, Gauss).

Equazioni di primo, secondo, terzo e quarto grado (Tartaglia, Cardano, Ferrari).

Equazioni di quinto grado (Ruffini, Abel, Galois).

Numeri primi. Il teorema fondamentale dell'aritmetica (Euclide, Gauss).

Esistenza di infiniti primi (Euclide, Eulero). Primi in progressioni aritmetiche (Dirichlet).

Distribuzione dei numeri primi (Riemann, Hadamard, de la Vallée Poussin).

Crivelli di numeri primi (Eratostene, Brun, Schnirelmann, Selberg).

Se c'è tempo, qualche altro argomento concordato con la classe.

I seminari tenuti dagli studenti sono parte integrante del corso. Ecco alcuni titoli:

Archimede “Sul cilindro e la sfera”.

Pappo “*Mathematicae collectiones* - Liber V”.

Pappo e Pascal “*Mathematicae collectiones* - Liber VII” e “*Essay pour les coniques*”.

Ferrari e Tartaglia “Cartelli di matematica disfida”.

Huygens “*Horologium oscillatorium*”.

Newton “*Enumeratio linearum tertii ordinis*”.

Grandi “*Flores geometrici*”.

Eulero e Bernoulli “*De summis serierum reciprocarum*” e “*Inquisitio in summam series $1/1+1/4+1/9+1/16+1/25+1/36+\text{etc.}$* ”.

Eulero “*De serierum determinatione*”.

Eulero “De fractionibus continuis dissertatio”.

Eulero “Demonstratio theorematis Fermatiani omnen numerum primum formae $4n+1$ esse summam duorum quadratorum”.

Eulero “Elementa doctrinae solidorum”.

Eulero “Solutio facilis problematum quorundam geometricorum difficillimorum”.

Gauss “Disquisitiones arithmeticae - Aequationibus circuli sectiones definientibus”.

Cauchy “Sur les polygones et les polyédres”.

Abel “Recherches sur la série $1+mx/1+m(m-1)x^2/1\cdot2+m(m-1)(m-2)x^3/1\cdot2\cdot3+\dots$ ”.

Dirichlet “Über die Bestimmung der mittleren Werthe in der Zahlentheorie”.

Lobačevskij “Nuovi principi della geometria con una teoria completa delle parallele”.

Chebyshev “Sur la totalité des nombres premiers inférieurs à une limite donnée”.

Riemann “Fondamenti di una teorica generale delle funzioni di una variabile complessa”.

Borel “Les probabilités dénombrables et leurs applications arithmétiques”.

Prerequisiti

Un certo interesse per la storia, e la matematica della laurea triennale. Le dimostrazioni di alcuni risultati richiedono un po' di analisi complessa, ma è un prerequisito colmabile durante il corso.

Modalità didattica

Come la "Gallia est omnis divisa in partes tres", così anche il corso è diviso in tre parti, due gestite autonomamente dallo studente ed una dal docente:

- (1) Lo studente deve leggere e studiare un testo di storia della matematica.
- (2) Lo studente, da solo o in gruppo, deve preparare una relazione scritta e tenere un seminario su una memoria originale concordata col docente.
- (3) Il docente si propone di presentare, con dimostrazioni, un certo numero di risultati classici ed elementari, e la genesi di alcune teorie incontrate nel corso di studi, con gli uomini dietro queste teorie.

Materiale didattico

Un testo di storia della matematica:

G.Loria "Storia delle matematiche dall'alba della civiltà al tramonto del XIX secolo".

C.Boyer “Storia della Matematica”.

M.Kline “Storia del pensiero matematico”.

V.J.Katz "A history of mathematics".

Per gli argomenti trattati a lezione saranno disponibili degli appunti del docente.

Periodo di erogazione dell'insegnamento

1° semestre

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Una relazione scritta ed un seminario su una memoria concordata con il docente. Poi un esame orale sulla storia della matematica, e sugli argomenti trattati a lezione.

Orario di ricevimento

Su appuntamento.

STORIA DELLA MATEMATICA - ELEMENTI

Docente: Prof. Leonardo Colzani

Obiettivi

Il corso di Storia della Matematica - Elementi (4 CFU) è una versione ridotta del corso di Storia della Matematica (8 CFU) . Scopo del corso è presentare un certo numero di risultati classici ed elementari che uno studente curioso ha sempre voluto sapere ma non ha mai avuto il coraggio di chiedere.

Contenuti sintetici

Quadratura di cerchio e iperbole. Equazioni algebriche. Numeri primi.

Programma esteso

Quadratura di cerchio e iperbole. Calcolo numerico di π (Archimede, Huygens, Newton).

Numeri razionali e irrazionali, algebrici e trascendenti (Pitagora, Liouville, Cantor).

Irrazionalità e trascendenza di e (Eulero, Hermite), e π (Lambert, Lindemann).

Equazioni algebriche e teorema fondamentale dell'algebra (d'Alembert, Gauss).

Equazioni di primo, secondo, terzo e quarto grado (Tartaglia, Cardano, Ferrari).

Equazioni di quinto grado (Ruffini, Abel, Galois).

Numeri primi. Il teorema fondamentale dell'aritmetica (Euclide, Gauss).

Esistenza di infiniti primi (Euclide, Eulero). Primi in progressioni aritmetiche (Dirichlet).

Distribuzione dei numeri primi (Riemann, Hadamard, de la Vallée Poussin).

Crivelli di numeri primi (Eratostene, Brun, Schnirelmann, Selberg).

Se c'è tempo, qualche altro argomento concordato con la classe.

Prerequisiti

Un certo interesse per la storia, e la matematica della laurea triennale. Le dimostrazioni di alcuni risultati richiedono un po' di analisi complessa, ma è un prerequisito colmabile durante il corso.

Modalità didattica

Il corso è diviso in due parti, una gestita autonomamente dallo studente ed una dal docente:

(1) Lo studente deve leggere e studiare un testo di storia della matematica.

(2) Il docente si propone di presentare, con dimostrazioni, un certo numero di risultati classici ed elementari, e la

genesì di alcune teorie incontrate nel corso di studi, con gli uomini dietro queste teorie.

Materiale didattico

Un testo di storia della matematica:

G.Loria "Storia delle matematiche dall'alba della civiltà al tramonto del XIX secolo".

C.Boyer "Storia della Matematica".

M.Kline "Storia del pensiero matematico".

V.J.Katz "A history of mathematics".

Per gli argomenti trattati a lezione saranno disponibili degli appunti del docente.

Periodo di erogazione dell'insegnamento

1° semestre

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Esame orale sulla storia della matematica e sugli argomenti trattati a lezione.

Orario di ricevimento

Su appuntamento.

TEORIA DEI NUMERI E CRITTOGRAFIA

Docente: Prof. Francesca Dalla Volta

Obiettivi

Il Corso intende introdurre ai sistemi crittografici a chiave pubblica, basati sulla Teoria dei numeri

Contenuti sintetici

Il Corso presenta alcuni risultati di Teoria dei numeri, con particolare riguardo a test di primalità e metodi di fattorizzazione usando argomenti classici di Teoria dei numeri e le curve ellittiche.

Programma esteso

- Richiami sui numeri interi e sui campi finiti, aritmetica modulare, funzione di Eulero, teorema cinese del resto.
- Introduzione ai sistemi crittografici; chiave pubblica e chiave privata.
- Numeri primi: cenni sul Teorema di Dirichlet e sul Teorema dei numeri primi.
- Caratteri di Dirichlet
- Cenni sulla funzione zeta; fattorizzazione di Eulero; ipotesi di Riemann.
- Primalità e fattorizzazione: conseguenze del Piccolo Teorema di Fermat; numeri pseudoprimi, alcuni test di primalità (Fermat, Jacobi, Miller-Rabin, AKS), metodo $(p-1)$ di Pollard per la fattorizzazione.
- Ipotesi generalizzata di Riemann e ripercussioni sui test di primalità.
- Crittosistema di Diffie ed Hellman. Il problema del logaritmo discreto.
- Curve ellittiche: equazione di Weierstrass, gruppo dei punti di una curva ellittica, curve ellittiche su campi finiti.
- Fattorizzazione con le curve ellittiche, test di primalità con le curve ellittiche.
- Crittosistemi basati sulle curve ellittiche.

Prerequisiti

Conoscenze di base sulle strutture algebriche, generalmente acquisite nei corsi di Algebra di un corso di Laurea di Primo Livello, con particolare riguardo ai gruppi, gruppi abeliani e ai campi finiti.

Modalità didattica

Lezione frontale, 8 cfu.

Materiale didattico

- N. Koblitz, A course in Number Theory and Cryptography, volume 114 of Graduate texts in Mathematics, Springer-Verlag, second edition, 1994.
- A. Languasco, A. Zaccagnini, Introduzione alla Crittografia, Hoepli Editore, 2004.
- H.E. Rose, A course in Number Theory, II edizione, Oxford: Clarendon press, 1994
- Lawrence C. Washington, Elliptic Curves, Number Theory and Cryptography CRCPress

Periodo di erogazione dell'insegnamento

II semestre.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Esame scritto e orale

- La prova scritta consiste in alcuni esercizi da cui si evinca la capacità dello studente di usare gli strumenti introdotti nelle lezioni
- Per quanto riguarda l'orale, obbligatorio per tutti, questo consiste in due parti:
 - discussione dello scritto;
 - lo studente può scegliere se fare una classica prova orale in cui mostri la conoscenza e la padronanza degli argomenti trattati durante il corso, spiegando le motivazioni che hanno portato a trattare alcuni argomenti teorici, ma con risvolti applicativi, dando gli enunciati e le dimostrazioni dei teoremi, oppure dare un seminario in cui si approfondisca un argomento solo accennato durante il corso.

Valutazione dell'esame: Voto in trentesimi 18-30/30

Orario di ricevimento

Su appuntamento.

TEORIA DELLE RAPPRESENTAZIONI

Docente: Prof. Lino Giuseppe Di Martino

Obiettivi

Il corso ha lo scopo di presentare i contenuti, i metodi fondamentali e alcune applicazioni della teoria 'classica' della rappresentazione dei gruppi finiti.

Contenuti sintetici

Anelli e A-moduli semisemplici. Rappresentazioni e moduli. Caratteri di un gruppo finito. Prodotti tensoriali di rappresentazioni. Rappresentazioni permutazionali e applicazioni. Rappresentazioni di prodotti diretti. Induzione e restrizione di rappresentazioni. Teoria di Clifford.

Programma esteso

Anelli e A-moduli semisemplici:

Richiami generali su anelli e A-moduli. Anelli e A-moduli artiniani e noetheriani. Anelli e A-moduli semisemplici. A-moduli semplici. Decomposizione di un A-modulo semisemplice in componenti isotipiche. Struttura degli anelli semisemplici. Teorema di Wedderburn. Proprietà del doppio centralizzante (DCP). Struttura degli anelli artiniani semplici.

Rappresentazioni e moduli:

L'algebra gruppale KG di un gruppo G . KG -moduli e rappresentazioni di G . Rappresentazioni completamente riducibili, teorema di Maschke. Rappresentazioni su splitting fields (KG semisemplice e split): struttura di KG . Teorema di Frobenius-Schur. Esempi di rappresentazioni complesse di gruppi finiti.

Caratteri di un gruppo finito:

Definizioni generali e proprietà elementari dei caratteri di un gruppo G . Lo spazio $CF(G)$ delle funzioni di classe. $\text{Car } K = 0$ e K splitting per G : caratteri e moduli; tavola dei caratteri. Rappresentazione regolare, idempotenti ortogonali, prime relazioni di ortogonalità fra i caratteri. Caso semisemplice e split: $\text{Irr}(G)$ è una base ortonormale di $CF(G)$; seconde relazioni di ortogonalità fra i caratteri. Interi algebrici e caratteri; costanti di struttura del centro di KG . Il grado di un carattere irriducibile è un divisore dell'ordine di G .

Applicazioni alla teoria dei gruppi: il $p^a.q^b$ -teorema di Burnside. Proprietà strutturali di un gruppo deducibili dalla tavola dei caratteri. [Cenni alle rappresentazioni dei gruppi compatti.]

Prodotti tensoriali di rappresentazioni:

Generalità sui prodotti tensoriali di moduli. Prodotti tensoriali di rappresentazioni, prodotti di caratteri. L'anello dei caratteri virtuali. Teorema di Burnside-Brauer. Applicazioni al conteggio di involuzioni, teorema di Brauer-Fowler e sue conseguenze.

Rappresentazioni permutazionali e applicazioni:

Richiami sui gruppi di permutazioni. Azioni su classi di coniugio e caratteri. Lemma permutazionale di Brauer. Caratteri reali.

Rappresentazioni di prodotti diretti:

Caratteri irriducibili di un prodotto diretto. Applicazione: teorema di Burnside sul grado di un carattere.

Induzione e restrizione di rappresentazioni, teoria di Clifford.

Rappresentazioni indotte da sottogruppi. Caratteri indotti. Proprietà dell'induzione, legge di reciprocità di Frobenius e sue applicazioni. Restrizione di una rappresentazione a un sottogruppo normale: teoria di Clifford. Gruppo d'inerzia di una rappresentazione; corrispondenza di Clifford. Teorema di Ito.

Prerequisiti

Sono prerequisiti i contenuti standard di un corso annuale di algebra (Algebra I e Algebra II), e qualche conoscenza ulteriore di teoria dei campi.

Modalità didattica

Lezioni frontali.

Materiale didattico

Testi di riferimento:

C. W. Curtis and I. Reiner, Representation Theory of Finite Groups and Associative Algebras, Wiley Interscience 1962.

C. W. Curtis and I. Reiner, Methods of Representation Theory I, Wiley 1981.

L. Dornhoff, Group Representation Theory, Marcel Dekker 1971.

B. Huppert, Character Theory of Finite Groups, de Gruyter 2011.

I.M. Isaacs, Character theory of finite groups, Academic Press 1976.

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Primo semestre.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Voti in trentesimi: 18/30 - 30/30

Orario di ricevimento

Su appuntamento.

TEORIA GEOMETRICA DEI GRUPPI

Docente: Prof. Thomas Stefan Weigel

Obiettivi

L'obiettivo del corso è introdurre i concetti necessari per formulare e studiare la teoria di Bass e Serre su gruppi che agiscono su alberi. Il primo passo sarà introdurre la definizione adeguata di un grafo che permette di formulare concetti geometrici come connettività, etc.

Contenuti sintetici

Grafi e alberi, grafi di Cayley; gruppi liberi, prodotti liberi e generalizzazioni; azioni di gruppi su alberi.

Programma esteso

- grafi, cammini, connettività, alberi;
- azioni di gruppi su grafi, grafi di Cayley;
- gruppi liberi, prodotti liberi (amalgami), estensioni HNN;
- grafi quozienti, grafi di gruppi, il gruppo fondamentale di un grafo di gruppi, il teorema fondamentale per gruppi che agiscono su alberi.

Prerequisiti

Algebra I, Geometria I.

Modalità didattica

Lezione frontale, 8 CFU

Materiale didattico

- J-P. Serre: Trees, Springer-Verlag, Berlin, 1980.
- J. Meier: Groups, Graphs and Trees, London Mathematical Society, Student Texts, 73, CUP, 2008.
- O. Bogopolski: Introduction to Group Theory, EMS Textbooks in Mathematics, 2008.

Periodo di erogazione dell'insegnamento

1° semestre

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Una presentazione di 20 minuti su un'applicazione della teoria di Bass-Serre concordato con il docente, e un esame orale su i contenuti del corso..

Orario di ricevimento

Su appuntamento.

Dottorato di ricerca

Il Dipartimento di Matematica e Applicazioni concorre, congiuntamente al Dipartimento di Matematica dell'Università di Pavia e all'INdAM, all'organizzazione di un Dottorato consortile di Ricerca in Matematica con sede amministrativa presso l'Università di Milano-Bicocca. Tale Dottorato ha durata triennale e costituisce il tradizionale percorso di avviamento alla ricerca. Prevede varie borse di studio. Il Corso di Dottorato in Matematica ha lo scopo di trasmettere ai dottorandi le tecniche e le metodologie di ricerca nei settori attuali della Matematica e delle sue applicazioni.

Per informazioni più specifiche si rimanda al sito web: <https://sites.google.com/view/jointphd/home>

Formazione insegnanti

La Laurea Magistrale in Matematica (LM-40), ai sensi della normativa vigente, dà accesso alle seguenti Classi di Concorso a Cattedre per l'insegnamento nella scuola secondaria:

A-26 Matematica (ex 47/A), A-27 Matematica e Fisica (ex 49/A), A-28 Matematica e Scienze (ex 59/A), A-20 Fisica (ex 38/A), A-41 Scienze e Tecnologie Informatiche (ex 42/A), A-47 Scienze Matematiche Applicate (ex 48/A), oltre a Scienze e tecnologie (aero)nautiche.

Nel dipartimento è attivo un gruppo di lavoro per la didattica della matematica, che si occupa degli aspetti metodologici, didattici e tecnologici della matematica. Ogni anno, nell'offerta formativa del Corso di Studi e nella programmazione didattica, si tiene conto dei continui sviluppi del ruolo dell'insegnante nella scuola secondaria, e degli aggiornamenti normativi sulle modalità di accesso alla professione di insegnante, in modo da permettere di raggiungere una preparazione adeguata sia dal punto di vista dei contenuti disciplinari, che negli aspetti più propriamente pedagogico-didattici.

Per quanto riguarda la matematica, negli anni scorsi (2012-2015) presso l'Università di Milano-Bicocca sono stati attivati, con il contributo del Dipartimento di Matematica e della Facoltà di Scienze della Formazione, percorsi di formazione per gli insegnanti (TFA e PAS) relativi alle Classi di Concorso A059 (Matematica e Scienze per la scuola secondaria di primo grado), A047 (Matematica), A049 (Matematica e Fisica). Per le analoghe iniziative dei prossimi anni, per informazioni più aggiornate, e per i requisiti curriculari dell'accesso alle Classi di Concorso a Cattedra, si prega di consultare la pagina web del corso laurea.

Informazioni utili

Valutazione della preparazione iniziale (VPI)

Gli studenti che intendono immatricolarsi al Corso di laurea in **Matematica**, ad accesso libero, devono sostenere una prova di Verifica della Preparazione Iniziale (VPI). Tale prova è adottata a livello nazionale e ha la funzione di verificare se la preparazione acquisita durante il percorso scolastico sia adeguata al corso di laurea prescelto, fornendo anche uno strumento di auto-valutazione per permettere agli studenti di migliorare la propria preparazione di base e di inserirsi nel percorso universitario. La prova è basata su test online (**TOLC-S**) erogati da CISIA (Consorzio Interuniversitario Sistemi Integrati per l'Accesso) in accordo con la Conferenza di Scienze (Con.Scienze).

Il test TOLC-S deve essere sostenuto obbligatoriamente PRIMA dell'immatricolazione al corso di laurea, pena l'annullamento d'ufficio dell'immatricolazione stessa.

Per ulteriori informazioni: <https://www.unimib.it/ugov/degree/4895>

<http://www.scienze.unimib.it/>

Attività didattiche di supporto

La scuola di scienze organizza ogni anno numerose attività di supporto alla didattica specificatamente dedicate alla matematica di base rivolte a tutti gli studenti in ingresso ai corsi di laurea di area scientifica, sia agli studenti dei corsi di studio ad accesso libero con prova di valutazione della preparazione di base obbligatoria, sia agli studenti dei corsi di laurea a numero programmato, che pur collocandosi in posizione utile in graduatoria, non abbiano superato la sezione di matematica di base, secondo le modalità definite nei bandi specifici, sia a coloro che sentissero la necessità di consolidare le proprie conoscenze nella matematica di base.

Tutte le attività rappresentano un utile strumento per :

- prepararsi alle prove di ingresso;
- recuperare in caso di mancato superamento della prova di valutazione della preparazione iniziale nei corsi ad accesso libero;
- recuperare in caso di mancato superamento della sezione di matematica di base nelle prove a numero programmato;
- prepararsi agli insegnamenti del primo anno (in particolare gli insegnamenti di area matematica).

Aggiornamenti sulle date di svolgimento delle nuove edizioni e informazioni per il nuovo Anno Accademico reperibili al link : <http://www.scienze.unimib.it/>

Pre-corsi di matematica

La Scuola di Scienze organizza i Pre-Corsi di Matematica dal **18 settembre al 28 settembre 2018**. Si tratta di corsi intensivi di Matematica di base fortemente consigliati a tutti gli studenti di area scientifica in ingresso:

1. come preparazione agli insegnamenti di Matematica del I anno;

2. come utile ripasso della Matematica di base, per colmare eventuali lacune evidenziate dal mancato superamento della prova di valutazione della preparazione iniziale o della sezione di matematica di base nelle prove di ammissione ai Corsi di Laurea a numero programmato;
3. come preparazione per gli esami del primo anno, in particolare gli insegnamenti di area matematica. Il corso è ad accesso libero e gratuito. Non è necessaria l'iscrizione, ma per motivi organizzativi e didattici occorre attenersi ai calendari e alle suddivisioni per gruppi di studio che verranno pubblicati sulla pagina del sito della Scuola di Scienze: <http://www.scienze.unimib.it/>

Metodologia dell'apprendimento

In collaborazione con la Fondazione RUI, la Scuola di Scienze offre agli studenti immatricolati ai corsi di studio di area scientifica un corso di **Metodologia dell'apprendimento**. Il corso, della durata di una settimana circa, si svolge **dal 24 al 28 settembre 2018** ed è finalizzato a rafforzare capacità e tecniche di studio, di programmazione e di preparazione agli esami. La partecipazione al corso è gratuita e **non necessita di iscrizione, occorre tuttavia attenersi alla suddivisione per gruppi di studenti che verrà pubblicata a settembre**. Informazioni circa i calendari, l'organizzazione e la suddivisione per gruppi di studenti saranno pubblicate sulla pagina del sito della Scuola di Scienze: <http://www.scienze.unimib.it/>

Corso di richiami di matematica

Il corso, gestito dal Dipartimento di Matematica e Applicazioni, si svolge da metà ottobre 2018 a gennaio 2019 con la duplice finalità di fornire un aiuto nel campo specifico della matematica e di servire come cerniera di raccordo tra la metodologia di apprendimento liceale e quella a livello universitario. È rivolto sia agli studenti che non hanno superato le prove di ingresso (VPI o sezione di Matematica di base nelle prove a numero programmato) e che debbano colmare lacune nella Matematica di base, sia a coloro che sentissero la necessità di consolidare le basi matematiche acquisite nella scuola superiore. Il Corso prevede sia attività in e-learning sia lezioni in aula e un esame finale. È necessaria l'iscrizione.

Avvisi aggiornati verranno pubblicati sul sito della Scuola di Scienze: <http://www.scienze.unimib.it/>.

Corso in e-learning di richiami di matematica – edizione estiva

Il corso, gestito dal Dipartimento di Matematica e Applicazioni, viene erogato nella sola modalità e-learning durante il periodo estivo. Si propone di richiamare alcuni degli argomenti principali del programma di matematica delle scuole superiori, anche in previsione delle prove di ingresso. L'assistenza on-line sarà disponibile a partire dalla metà di luglio fino al mese di settembre 2018. Gli studenti interessati si possono registrare e utilizzare il materiale didattico per esercitarsi collegandosi al sito: <http://matematica.elearning.unimib.it/>

Materiale didattico on – line

Al seguente indirizzo <http://wims2.matapp.unimib.it/precorsi.php> è reperibile del materiale didattico on-line creato nell'ambito del Piano Nazionale Lauree Scientifiche. L'accesso al sito è libero per tutti gli utenti ma necessita di una registrazione.

Incentivi economici per gli studenti di Matematica

Negli ultimi anni gli studenti iscritti a Matematica hanno avuto la possibilità di avere un incentivo economico in diverse forme:

- L'ateneo offre borse di studio agli studenti capaci e meritevoli. Sono inoltre disponibili premi di studio per attività di ricerca, tesi ed altre opportunità
- Il Consorzio Interuniversitario per il Diritto allo Studio – CIDiS (ex ISU) è un consorzio pubblico

interuniversitario per il diritto allo studio. Offre un sistema integrato di interventi per favorire l'accesso agli studi universitari degli studenti meritevoli e privi di mezzi; tra gli interventi vi sono agevolazioni per gli alloggi e bandi per borse di studio.

- Assegnazione, mediante concorso, di borse di studio dell'IndAM (Istituto Nazionale di Alta Matematica, <http://www.altamatematica.it/it/bandi>)
- Incentivo economico per studenti meritevoli impegnati in attività di tutoraggio
- All'interno dell'Università è previsto che gli studenti possano collaborare dietro compenso ad attività connesse al buon funzionamento dell'Ateneo (collaborazioni studentesche 150 ore)
- Sostegno economico per mobilità all'estero nell'ambito del programma Socrates-Erasmus, si consulti per maggiori informazioni la pagina del sito d'Ateneo relativa al programma.

Centro Matematita

Il Dipartimento di Matematica e Applicazioni è tra i promotori del Centro Matematita, un Centro Interuniversitario di Ricerca per la Comunicazione e l'Apprendimento Informale della Matematica, che ha la sua origine nelle esperienze di divulgazione della Matematica condotte negli ultimi anni dalle quattro Università di Milano, Milano-Bicocca, Pisa e Trento.

Il Centro Matematita (www.matematita.it) si propone di individuare contenuti e metodi adatti a questo tipo di comunicazione, indagando, ad esempio, quali siano i contenuti più adeguati, i contesti più efficaci, il ruolo del linguaggio, le possibilità offerte dagli strumenti multimediali, i rapporti con le altre discipline (dalle arti figurative alle altre scienze) o i rapporti fra Matematica applicata e tecnologia.

Fra le finalità del Centro Matematita c'è quindi quella di progettare, realizzare e diffondere prodotti di carattere divulgativo (mostre, libri, riviste, materiale multimediale) e studiare il loro impatto ai diversi livelli coinvolti.

Biblioteca

La biblioteca di ateneo ha una struttura centralizzata ed è articolata in tre sedi (sede centrale, sede di Scienze e sede di Medicina); dispone di un ricco patrimonio documentario costituito da libri, riviste e risorse elettroniche.

- **Sede Centrale - edificio U6:** piazza dell'Ateneo Nuovo 1 - 20126 Milano
- **Sede di Scienze - edificio U2:** piazza della Scienza 3 - 20126 Milano
- **Sede di Medicina - edificio U8:** via Cadore 48 - 20052 Monza

Giorni e orari di apertura e altre informazioni: <http://www.biblio.unimib.it/>

Indirizzi utili

Dipartimento di Matematica e Applicazioni
Via Roberto Cozzi, 53 – 20126 Milano
<http://www.matapp.unimib.it>

Direttore del Dipartimento:
Prof. Gregorio Falqui, tel. 02-6448.5749, e-mail: gregorio.falqui@unimib.it

Coordinatrice dei Consigli di Corso di Laurea
Prof.ssa Francesca Dalla Volta, tel. 02-6448.5760, e-mail: francesca.dallavolta@unimib.it

Responsabile del Dottorato di Ricerca in Matematica
Prof. Thomas Weigel, tel. 02-6448.5739, e-mail: thomas.weigel@unimib.it

Responsabile per l'Orientamento
Prof. Graziano Guerra, tel. 02-6448.5742, e-mail: graziano.guerra@unimib.it

Segreteria didattica

Dott. Antonino Gennaro, e-mail: segreteria-matematica@unimib.it