

Università degli Studi di Milano-Bicocca

SCUOLA DI SCIENZE

GUIDA PER GLI STUDENTI IMMATRICOLATI
NELL'A.A. 2019/2020

MATEMATICA

LAUREA DI PRIMO LIVELLO
LAUREA MAGISTRALE
DOTTORATO

ANNO ACCADEMICO 2019-2020

Indice

Introduzione.....	4
LAUREA TRIENNALE (L-35).....	5
Schema riassuntivo degli insegnamenti.....	5
INSEGNAMENTI.....	6
ALGEBRA I (2019/2020).....	7
ALGEBRA II (2019/2020).....	9
ALGEBRA III (2019/2020).....	11
ALGEBRA LINEARE E GEOMETRIA (2019/2020).....	13
ALGORITMI E PROGRAMMAZIONE (2019/2020).....	16
ANALISI COMPLESSA (2019/2020).....	18
ANALISI III (2019/2020).....	21
ANALISI MATEMATICA I (2019/2020).....	23
ANALISI MATEMATICA II (2019/2020).....	27
ANALISI NUMERICA (2019/2020).....	30
CALCOLO DELLE PROBABILITÀ (2019/2020).....	32
CALCOLO NUMERICO (2019/2020).....	35
FISICA I (2019/2020).....	38
FISICA II (2019/2020).....	44
FISICA MATEMATICA (2018/2019).....	46
GEOMETRIA I (2019/2020).....	48
GEOMETRIA II (2019/2020).....	50
GEOMETRIA III (2019/2020).....	53
LABORATORIO DI MATEMATICA E INFORMATICA (2019/2020).....	56
SISTEMI DINAMICI E MECCANICA CLASSICA (2019/2020).....	58
STATISTICA MATEMATICA (2019/2020).....	61
TEORIA DELLA MISURA (2019/2020).....	64
Laurea Magistrale (LM-40).....	66
Schema riassuntivo degli insegnamenti.....	66
INSEGNAMENTI.....	69
ALGEBRA LINEARE NUMERICA (2019/2020).....	70
ANALISI ARMONICA (2019/2020).....	72
ANALISI FUNZIONALE (2019/2020).....	74

ANALISI REALE ED EQUAZIONI DIFFERENZIALI (2019/2020).....	76
ANALISI SUPERIORE (2019/2020).....	78
APPROSSIMAZIONE DI EQUAZIONI DIFFERENZIALI ORDINARIE (2019/2020).....	81
ARGOMENTI DI GEOMETRIA E TOPOLOGIA (2019/2020).....	84
CALCOLO DELLE VARIAZIONI (2019/2020).....	87
COMBINATORICA ALGEBRICA (2019/2020).....	89
DIDATTICA DELLA MATEMATICA (2019/2020).....	91
GEOMETRIA COMPLESSA (2019/2020).....	93
GEOMETRIA DIFFERENZIALE (2019/2020).....	95
GEOMETRIA E FISICA (2019/2020).....	98
GEOMETRIA SIMPLETTICA (2018/2019).....	101
MATEMATICA ELEMENTARE (2019/2020).....	103
MECCANICA SUPERIORE (2019/2020).....	105
METODI DELLA FISICA MATEMATICA (2019/2020).....	108
METODI MATEMATICI PER LA FISICA MODERNA (2019/2020).....	112
METODI MATEMATICI PER L'ANALISI ECONOMICA – CONTROLLO OTTIMO (2019/2020).....	114
METODI MATEMATICI PER L'ANALISI ECONOMICA – OTTIMIZZAZIONE E ANALISI CONVESSA (2019/2020).....	119
METODI NUMERICI AVANZATI PER EQUAZIONI ALLE DERIVATE PARZIALI (2019/2020).....	121
METODI NUMERICI PER EQUAZIONI ALLE DERIVATE PARZIALI (2019/2020).....	123
METODI STOCASTICI PER LA FINANZA (2019/2020).....	125
PREPARAZIONE DI ESPERIENZE DIDATTICHE (2018/2019).....	128
PROCESSI STOCASTICI (2019/2020).....	131
STORIA DELLA MATEMATICA (2019/2020).....	133
STORIA DELLA MATEMATICA - ELEMENTI (2019/2020).....	136
TEORIA DEI NUMERI E CRITTOGRAFIA (2019/2020).....	138
TEORIA DELLE RAPPRESENTAZIONI (2019/2020).....	140
TEORIA GEOMETRICA DEI GRUPPI (2019/2020).....	142
Dottorato di ricerca.....	144
Formazione insegnanti.....	145
Informazioni utili.....	146
Valutazione della preparazione iniziale (VPI).....	146
Attività didattiche di supporto.....	146

INTRODUZIONE

Quale formazione?

Il laureato in Matematica ha, per sua attitudine e formazione, la capacità di trattare problemi complessi e astratti, così come ha facilità ad apprendere concetti nuovi. Questo gli permette di inserirsi senza troppa difficoltà negli ambienti di lavoro scientifici e tecnici più disparati. Maggiori sono la preparazione e la capacità del laureato, maggiore è la possibilità di mettere a frutto la propria professionalità, ovvero quello che ha imparato durante il corso degli studi. Il matematico non ha le conoscenze tecniche, ad esempio, dell'ingegnere o dell'economista, cioè non sa costruire macchine o gestire una società finanziaria, però conosce bene la Matematica, ossia lo strumento più raffinato spesso utilizzato dall'ingegnere o dall'economista. Il ruolo naturale del matematico è quello di lavorare in équipe con tecnici di varia provenienza (ingegneri, informatici, geologi, chimici, economisti, statistici,...), occupandosi dei modelli e degli algoritmi utilizzati e studiandone di nuovi. Naturalmente, il matematico deve essere in grado di dialogare con gli altri membri della squadra. Quindi deve conoscere i problemi di cui ci si occupa e soprattutto deve conoscere gli strumenti impiegati. I nostri corsi tengono conto di questo e forniscono insegnamenti appropriati di Fisica, Informatica, Economia e Statistica. Al loro livello più alto, le attitudini consolidate e la professionalità acquisita hanno come sbocco quello della ricerca matematica: idee brillanti, e loro applicazioni inaspettate, hanno cambiato il mondo e altre potranno ulteriormente cambiarlo! Il percorso naturale per chi voglia dedicarsi alla ricerca è quello, terminata la Laurea Magistrale in Matematica, di accedere al Dottorato. Nel nostro Dipartimento è attivo un Dottorato di Ricerca Consortile in Matematica (enti consorziati: Università degli Studi di Pavia, Università degli Studi di Milano-Bicocca e Istituto Nazionale di Alta Matematica "Francesco Severi").

Quale professione?

In questi anni è continuamente cresciuta la richiesta di Laureati in Matematica per attività di tipo applicativo, che costituiscono quindi un'effettiva prospettiva di lavoro anche per chi termina gli studi con il conseguimento della Laurea in Matematica (L-35) e non prosegue con la Laurea Magistrale (LM-40). I laureati in Matematica avranno un profilo professionale atto a svolgere attività lavorative nel campo della diffusione della cultura scientifica, nonché del supporto modellistico-matematico e computazionale ad attività dell'industria, della finanza e dei servizi, e della pubblica amministrazione. In tal senso gli sbocchi professionali previsti sono quelli corrispondenti ai codici ISTAT che definiscono le professioni di matematico, statistico e professioni correlate (Codici ISTAT 21131 e 21132). Le competenze dei Laureati in Matematica possono quindi trovare impiego in uffici, studi di società pubbliche o private e, in generale, in tutte le aziende per la cui attività sia rilevante la modellazione di fenomeni fisici, naturali, informatici, economico-finanziari, sociali e organizzativi. Inoltre, la particolare formazione metodologica apre al laureato in Matematica la possibilità di intraprendere carriere aziendali in vari ambiti, anche diversi da quello scientifico-tecnologico. In alternativa, il laureato in Matematica (L-35) può approfondire la sua preparazione matematica con la Laurea Magistrale in Matematica (LM-40), ove acquisisce una preparazione orientata sia a intraprendere un percorso di avviamento alla ricerca matematica, pura o applicata, sia all'assunzione di ruoli di elevata responsabilità in progetti di ricerca scientifica avanzata, nella costruzione e nello sviluppo computazionale di modelli matematici di varia natura, in diversi ambiti applicativi scientifici, ambientali, sanitari, industriali, finanziari, nei servizi e nella pubblica amministrazione, nei settori della comunicazione della Matematica e della Scienza.

Le competenze dei Laureati nel corso di Laurea Magistrale in Matematica possono trovare impiego nella pubblica amministrazione o in enti di ricerca, uffici, studi di società pubbliche o private e, in generale, in tutte le aziende per la cui attività sia rilevante la modellazione di fenomeni fisici, naturali, informatici, economico-finanziari, sociali e organizzativi.

La rigorosa formazione metodologica offre al laureato nel corso di Laurea Magistrale in Matematica la possibilità di intraprendere carriere aziendali in ambiti anche diversi da quello scientifico-tecnologico.

Il corso prepara dunque in modo specifico alle professioni di matematico, statistico e alle professioni a queste correlate. (Codici ISTAT 21131, 21132).

LAUREA TRIENNALE (L-35)

Schema riassuntivo degli insegnamenti

Primo anno di corso

Insegnamento	CFU
ALGEBRA I	8
ALGEBRA LINEARE E GEOMETRIA	8
ANALISI MATEMATICA I	12
FISICA I	12
GEOMETRIA I	8
LABORATORIO DI MATEMATICA E INFORMATICA	6
PROVA DI LINGUA STRANIERA	3

Secondo anno di corso

Insegnamento	CFU
ALGEBRA II	8
ALGORITMI E PROGRAMMAZIONE	6
ANALISI MATEMATICA II	12
CALCOLO NUMERICO	12
GEOMETRIA II	8
SISTEMI DINAMICI E MECCANICA CLASSICA	12
TEORIA DELLA MISURA	4

Terzo anno di corso

Insegnamento	CFU
CALCOLO DELLE PROBABILITÀ	12
FISICA II	8
TRE INSEGNAMENTI per un totale di 18 CFU tra quelli attivati nella tabella A, di cui 2 insegnamenti caratterizzanti nei SSD: MAT/02-MAT/03-MAT/05; 1 insegnamento caratterizzante nei SSD: MAT/06-MAT/07-MAT/08	18
CORSI A SCELTA per un totale di 18 CFU dalla tabella A o altri corsi offerti nell'Ateneo	18
ELABORAZIONE DI TESTI MATEMATICI (ICT)	1
PROVA FINALE	4

Tabella A

Insegnamento	CFU	SSD	Tipologia
ALGEBRA III	6 CFU	MAT/02	caratterizzante
ANALISI III	6 CFU	MAT/05	caratterizzante
ANALISI COMPLESSA	6 CFU	MAT/05	caratterizzante
ANALISI NUMERICA	6 CFU	MAT/08	caratterizzante
FISICA MATEMATICA	6 CFU	MAT/07	caratterizzante
GEOMETRIA III	6 CFU	MAT/03	caratterizzante
STATISTICA MATEMATICA	6 CFU	MAT/06	caratterizzante

INSEGNAMENTI

ALGEBRA I
ALGEBRA II
ALGEBRA III
ALGEBRA LINEARE E GEOMETRIA
ALGORITMI E PROGRAMMAZIONE
ANALISI COMPLESSA
ANALISI III
ANALISI MATEMATICA I
ANALISI MATEMATICA II
ANALISI NUMERICA
CALCOLO DELLE PROBABILITÀ
CALCOLO NUMERICO
FISICA I
FISICA II
FISICA MATEMATICA
GEOMETRIA I
GEOMETRIA II
GEOMETRIA III
LABORATORIO DI MATEMATICA E INFORMATICA
SISTEMI DINAMICI E MECCANICA CLASSICA
STATISTICA MATEMATICA
TEORIA DELLA MISURA

ALGEBRA I (2019/2020)

Docenti: Francesco Matucci, Andrea Previtali

Obiettivi

Obiettivo del corso è introdurre gli studenti ad alcuni degli oggetti e dei metodi dell'algebra. Si studieranno le proprietà di strutture algebriche fondamentali, con enfasi su gruppi, anelli e campi. Tempo permettendo verranno forniti alcuni rudimenti su linguaggi di programmazione simbolica quali GAP, Magma e Mathematica.

Al termine del corso lo studente dovrà dimostrare di essere in grado di risolvere sia esercizi di routine che di saper applicare la teoria alla risoluzione di esercizi più complessi.

Contenuti sintetici

Insiemi, relazioni, operazioni; Aritmetica intera e modulare; Elementi di teoria dei gruppi e degli anelli; Algebre polinomiali.

Programma esteso

1) Insiemi, relazioni, operazioni: assioma della scelta; relazioni d'ordine (Lemma di Zorn); relazioni d'equivalenza; teorema di omomorfismo per gli insiemi; congruenze.

2) Aritmetica dell'insieme $\mathbb{Z}$ degli interi relativi. Aritmetica modulare.

3) Elementi di teoria dei gruppi: sottogruppi, sottogruppo generato da un sottoinsieme; gruppi ciclici; laterali di un sottogruppo, teorema di Lagrange; congruenze in un gruppo; sottogruppi normali; morfismi di gruppo e gruppi quoziente; teoremi fondamentali sui morfismi; automorfismi; prodotti diretti e semidiretti; gruppo simmetrico e gruppo alterno, gruppi di permutazioni; azioni di gruppo (G -insiemi): rappresentazione regolare, azioni per coniugio, orbite di un'azione di gruppo (equazione delle orbite, esempi); i teoremi di Sylow.

4) Elementi di teoria degli anelli: domini, corpi, campi; morfismi di anello: ideali, anelli quoziente, teoria elementare dei morfismi; teorema cinese dei resti; divisibilità in un dominio; immersione di un dominio in un campo; ideali primi e ideali massimali; domini euclidei, domini a ideali principali; domini a fattorizzazione unica; interi di Gauss.

5) Algebre polinomiali: polinomi in una variabile su un campo: decomposizione di un polinomio in fattori irriducibili, radici di un polinomio. Test di irriducibilità. Costruzione di campi mediante polinomi irriducibili.

Prerequisiti

Nozioni standard di matematica generale impartite nella scuola secondaria.

Modalità didattiche

Lezioni: 6 cfu

Esercitazioni: 2 cfu

Materiale didattico

Testo di riferimento: Sono disponibili sulla piattaforma del corso sia delle note scritte in Latex che gli appunti in videoscrittura delle singole lezioni.

Altri testi consigliati:

- Aschbacher, Finite Group Theory 2nd ed, Cambridge University Press, Cambridge, 2000.
- Childs, A Concrete Introduction to Higher Algebra 3rd ed, Undergraduate Texts in Mathematics, Springer, New York, 2009.
- Jacobson, Basic Algebra I, Freeman & Co, 1985
- Machi, Gruppi, Springer-Verlag, 2007

Eserciziari:

- Alzati, Bianchi, Cariboni, Esercizi di matematica discreta, Pearson, 2012
- Chirivi', del Corso, Dvornichich, Esercizi scelti di algebra Voll. 1 e 2, Springer, 2017

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Semestre: II

Modalità di verifica del profitto e valutazione

L'accesso all'esame scritto richiede il superamento di una prova informatizzata.

Per accedere a tale prova e' necessario iscriversi al portale di [WIMS](#).

Su tale portale sono disponibili 12 test di autovalutazione (uno per settimana di corso) che verranno gradualmente attivati.

Siete caldamente esortati a risolverli poiche' parte dell'esame consistera' in esercizi selezionati tra quelli dei test.

Al termine del corso verra' attribuito un bonus di xx punti se conseguito un punteggio yy ove

- $xx=2$ per $27 < yy \leq 30$;
- $xx=1.5$ per $22 < yy \leq 27$;
- $xx=1$ per $18 \leq yy < 22$.

Il bonus resta valido fino a Marzo.

Orario di ricevimento

Per appuntamento da fissarsi previa comunicazione con posta elettronica.

ALGEBRA II (2019/2020)

Docente: Thomas Stefan Weigel

Obiettivi

Il corso: a) sulla base delle conoscenze sviluppate nel corso di Algebra I, approfondirà alcuni argomenti di teoria degli anelli e di teoria dei campi; b) illustrerà la teoria dei moduli finitamente generati su domini a ideali principali, con applicazioni ai gruppi abeliani e all'algebra lineare.

I risultati di apprendimento attesi includono

- Conoscenze: la conoscenza e la comprensione delle definizioni e risultati principali della teoria di anelli e i loro moduli e la teoria dei campi.
- Capacità: la capacità di applicare le conoscenze astratti ai problemi concreti dell'algebra.

Contenuti sintetici

Anelli, e i loro moduli e campi

Programma esteso

Complementi di teoria degli anelli: Estensioni polinomiali. Polinomi in più variabili. Domini noetheriani. Teorema della base di Hilbert.

Localizzazione.

Estensioni di anelli e campi: Estensioni algebriche e trascendenti. Campo di spezzamento di un polinomio. Campi finiti.

Moduli su un anello e algebra lineare. Moduli liberi: basi, rango, proprietà universale. Torsione. Moduli su domini a ideali principali: moduli finitamente generati; equivalenza di matrici e riduzione a forma normale. Teorema di struttura per i moduli finitamente generati. Moduli di torsione e decomposizione primaria. Fattori invarianti, divisori elementari. Applicazioni ai gruppi abeliani e alle matrici: Teorema di struttura per i gruppi abeliani finitamente generati. Forme canoniche per le matrici: matrici companion, forma canonica razionale, forma canonica di Jordan.

Prerequisiti

Conoscenze richieste: I contenuti dei corsi *Algebra lineare e Geometria* e *Algebra I*

Modalità didattica

6 cfu di lezioni, 2 cfu di esercitazioni

Materiale didattico

N. Jacobson, Basic Algebra I, Freeman & Co, 1985.

Ulteriori testi di riferimento:

S. Bosch, Algebra, Springer-Verlag, 2003.

B. Hartley & T. Hawkes. Rings, modules and linear algebra, Chapman & Hall 1970

Periodo di erogazione dell'insegnamento

1° semestre

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Modalità d'esame: **esame scritto** (di ca. 90 minuti) a risposte aperte, e un **esame orale** (ca. 20 minuti) su i contenuti del corso. Passare l'esame scritto con almeno 40% delle risposte corrette è necessario per essere ammesso all'esame orale. Le due esami contribuiscono con ca. 50% al voto finale.

Nel primo appello l'esame scritto è composto da due esami parziali (il primo prima di natale, il secondo dopo la fine del corso (verso l'inizio di Febbraio)). Gli studenti sono invitati a partecipare agli esami parziali per abituarsi alle domande. Anche scarsi risultati non hanno nessun impatto sul voto finale.

Oggetto delle domande degli esami sono definizioni, esempi e contraesempi, enunciati e applicazioni di teoremi e le loro dimostrazioni.

Dopo il primo appello ci sarà solo un esame totale che copre tutti i contenuti del corso.

Orario di ricevimento

Su appuntamento

ALGEBRA III (2019/2020)

Docente: Pablo Spiga

Obiettivi

Obiettivo di questo corso e' la presentazione della teoria di Galois classica. L'argomento centrale nella teoria classica di Galois e' la teoria dei campi e, in particolare, lo studio delle estensioni finite di un campo. In seguito, queste estensioni finite, saranno limitate ad estensioni che al giorno d'oggi si chiamano estensioni di Galois (ossia, estensioni normali e separabili).

Lo scopo del corso sarà di introdurre i concetti necessari per formulare il Teorema Fondamentale della Teoria di Galois e di analizzarne le sue conseguenze.

Al tempo in cui e' vissuto Galois tanti matematici lavoravano ancora su problemi formulati dai matematici greci nell'antichità. Un problema di questo tipo era la trisezione di un angolo con riga e compasso. Ad esempio, con gli strumenti forniti dal corso, con la teoria di Galois si dimostra facilmente che questo non è possibile (in generale).

Al termine del corso lo studente avrà acquisito le seguenti:

- *conoscenze*: linguaggio, definizioni ed enunciati dei risultati fondamentali della teoria di Galois;
- *competenze*: comprensione operativa delle principali tecniche dimostrative;
- *abilità*: capacità di applicare le nozioni teoriche per la risoluzione di esercizi e l'analisi delle estensioni di campo.

Contenuti sintetici

Estensioni di campi, la chiusura algebrica, teorema principale della teoria di Galois, applicazioni.

Programma esteso

1. Estensioni finite di campi,
2. la chiusura algebrica,
3. campi di spezzamento
4. estensioni normali e separabili,
5. teorema fondamentali della teoria di Galois,
6. gruppi risolubili e gruppo di Galois,
7. estensioni risolubili per radicali,
8. estensioni ciclotomiche,
9. soluzioni di polinomi per radicali,
10. campi finiti,
11. costruzioni con riga e compasso,
12. applicazioni.

Prerequisiti

Algebra I e II

Modalità didattica

Lezioni frontali sia per lo sviluppo della parte teorica che per la risoluzione di alcuni esempi, esercizi, 6 CFU (ECTS)

Materiale didattico

Basic algebra I,N.Jacobson

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Primo semestre

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Esame orale su i contenuti del corso. Voto in trentesimi. Nella prova viene prima valutata la capacità operativa di risolvere esercizi. Successivamente, viene valutata la capacità di presentare una selezione di dimostrazioni e, soprattutto, la conoscenza critica e operativa delle definizioni e dei risultati presentati durante il corso, anche mediante l'illustrazione di esempi e controesempi.

Ci saranno 5 appelli d'esame (a giugno, luglio, settembre, gennaio, febbraio).

La valutazione finale risulta dalla *media* delle valutazioni della parte operativa consistente nella risoluzione di esercizi e della prova orale di carattere teorico. L'esame risulta superato col punteggio (dato dalla media delle due parti) minimo di 18/30.

Nella parte di esame di risoluzione di esercizi verra' valutata l'esattezza della risposta. Nella seconda parte di esame verra' valutata la chiarezza espositiva e il rigore matematico.

La selezione di dimostrazioni oggetto della seconda parte dell'esame viene proposta dal docente: sara' stabilita durante lo svolgimento del corso e riportata nella pagina di elearning.

Orario di ricevimento

su appuntamento

ALGEBRA LINEARE E GEOMETRIA (2019/2020)

Docenti: Sonia Brivio, Diego Conti, Francesca Dalla Volta

Obiettivi

Coerentemente con gli obiettivi formativi del Corso di Studio, l'insegnamento si propone di fornire un'introduzione all'algebra lineare con applicazioni alla geometria, indispensabili per preparare lo studente alla comprensione della matematica che verrà impartita negli altri insegnamenti.

I risultati di apprendimento attesi comprendono la conoscenza delle nozioni fondamentali relative a spazi vettoriali, diagonalizzazione di endomorfismi e prodotti scalari. Ci si aspetta che lo studente acquisisca la capacità di analizzare e riproporre le dimostrazioni presentate durante le lezioni, di risolvere alcuni facili problemi facendo uso delle tecniche apprese, e di approfondire, anche in maniera autonoma, alcuni dei risultati presentati durante il corso.

Contenuti sintetici

Spazi vettoriali; studio dei sistemi lineari, e geometria affine. Applicazioni lineari, matrici; diagonalizzazione di endomorfismi. Prodotti scalari.

Programma esteso

- Calcolo matriciale.
- Sistemi di equazioni lineari.
- Sottospazi affini di $\mathbb{R}^n$ e loro rappresentazioni cartesiane e parametriche. Distanza e perpendicolarità in $\mathbb{R}^n$
- Spazi vettoriali.
- Applicazioni lineari e matrice associata.
- Determinante.
- Autovalori, autovettori, polinomio caratteristico, diagonalizzabilità.
- Spazio duale.
- Prodotti scalari e hermitiani; teorema di Sylvester.
- Operatori autoaggiunti, ortogonali, unitari.
- Teorema spettrale.

Prerequisiti

Una buona conoscenza della matematica della scuola superiore.

Modalità didattica

Lezioni frontali: 48 ore (6 CFU) in cui vengono presentati definizioni, risultati e teoremi rilevanti e si forniscono esempi e analisi di problemi dove vengono utilizzate le nozioni introdotte.

Esercitazioni: 24 ore (2 CFU) in cui vengono proposti e risolti esercizi relativi alle tematiche presentate a lezione. Per stimolare la partecipazione degli studenti alcuni esercizi vengono proposti e la risoluzione

lasciata agli studenti.

E' previsto un progetto di tutorato a supporto dell'attività didattica, che consiste principalmente nell'aiuto nella risoluzione di esercizi lasciati agli studenti con cadenza settimanale attraverso la piattaforma e-learning.

Materiale didattico

Testo di riferimento:

- S. Lang, Algebra Lineare, Boringhieri, III edizione.

Ulteriori testi consigliati:

- M. Abate, Geometria, McGraw Hill, 2002.

Dispense su pagina e-learning del corso.

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Primo semestre.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Esame scritto e orale

La prova scritta, valutata in trentesimi, consiste in:

- 1) esercizi a risposta aperta, simili a quelli proposti nelle esercitazioni, che permettono al docente di valutare la capacità dello studente di applicare la teoria nella risoluzione di problemi;
- 2) un quesito di tipo teorico, articolato in più punti, in cui si chiede allo studente di fornire in modo completo alcune definizioni, enunciati di teoremi e/o di dare esempi e motivazioni relativi agli argomenti trattati nel corso.

La durata della prova è di due ore. Il punteggio complessivo è di 33 punti di cui 27 per la risoluzione degli esercizi e 6 per la parte teorica. La prova viene valutata sulla base della correttezza, completezza, rigore e chiarezza delle soluzioni.

Prova Orale:

L'ammissione alla prova orale si ottiene con un punteggio totale di almeno 15. La prova consiste in una prima parte in cui viene discussa la prova scritta e in una seconda parte in cui si verifica da parte dei docenti la conoscenza e la padronanza da parte dello studente di definizioni, teoremi e dimostrazioni in programma. Entrambe concorrono alla valutazione finale, che si ottiene facendo la media tra le votazioni ottenute nello scritto + discussione (accorpati) e nella seconda parte della prova orale. La prova viene valutata sulla base della correttezza, completezza, rigore e chiarezza delle risposte.

L'esame si considera superato se il voto complessivo è pari a 18 o superiore.

Sono previsti due esoneri.

Esonero dalla prova orale:

Lo studente che nella prova scritta ottiene almeno 3 punti nella parte teorica e un punteggio complessivo compreso tra 21 e 25 può evitare di sostenere la prova orale e verbalizzare il voto della prova scritta, arrotondato per difetto. Lo studente che ottiene almeno 3 punti nella parte teorica e un punteggio

complessivo superiore a 25 può evitare di sostenere la prova orale, ma verbalizza il voto 25/30.

Esonero dalla prova scritta:

Sono previste due prove parziali (la prima tra fine novembre e la metà di dicembre, la seconda alla fine del corso), il cui superamento esonera lo studente dal dover sostenere la prova scritta. Per la valutazione di tali prove parziali valgono le stesse regole delle prove scritte. L'ammissione alla prova orale si ottiene con un punteggio di almeno 13 punti in ciascuna prova ed una media di almeno 15 punti. L'esonero dalla prova scritta è valido per i primi due appelli d'esame dell'anno accademico (tra fine gennaio e febbraio).

Anche chi supera le prove parziali può essere esonerato dall'orale e valgono le stesse regole descritte per l'esonero dalla prova orale nel caso di superamento della prova scritta.

Orario di ricevimento

Su appuntamento.

ALGORITMI E PROGRAMMAZIONE (2019/2020)

Docente: Fabio Sartori

Obiettivi

Scopo di questo insegnamento è rendere lo studente in grado di progettare un sistema software a oggetti, integrando diversi tipi di strategie di problem solving.

Coerentemente con gli obiettivi formativi del Corso di Studio, l'insegnamento si propone di fornire allo studente le *conoscenze di base* riguardanti la progettazione e implementazione di sistemi software secondo il paradigma della programmazione a oggetti. Verranno altresì fornite le *competenze* necessarie a modellare semplici domini attraverso il linguaggio UML e codificarli in linguaggio di programmazione Java, secondo il paradigma della programmazione a oggetti.

Contenuti sintetici

Il corso si prefigge l'obiettivo di insegnare la programmazione ad oggetti e cenni di progettazione del software. Alla fine del corso lo studente dovrà essere in grado di modellare un problema secondo il paradigma a oggetti e di tradurlo in un programma scritto in un linguaggio object-oriented. Il linguaggio di riferimento è Java.

Programma esteso

- Introduzione ai concetti fondamentali del paradigma a oggetti (incapsulamento, ereditarietà, polimorfismo) e al linguaggio UML (Unified Modeling Language)
- Cenni al ciclo di vita del software.
- Java come linguaggio e come piattaforma.
- Il paradigma a oggetti base nel contesto Java: classi e oggetti, attributi e metodi.
- Il paradigma a oggetti avanzato nel contesto Java: ereditarietà e polimorfismo.
- Eccezioni, ArrayList, Generics e Collection Framework

Prerequisiti

Programmazione strutturata (corso di Laboratorio di Matematica e Informatica)

Modalità didattica

- Lezione frontale, 4 cfu
- Esercitazione frontale, 1 cfu
- Laboratorio frontale, 1 cfu

Materiale didattico

Tutte le informazioni sul corso, le slide presentate a lezione e le esercitazioni da svolgere in laboratorio verranno fornite tramite la piattaforma elearning di ateneo all'indirizzo elearning.unimib.it.

Testo di riferimento:

- W. Savitch: "Programmazione di base e avanzata con Java", a cura di Daniela Micucci, 2°

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Secondo semestre

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Modalità dell'esame

Prova scritta e prova orale facoltativa (a richiesta dello studente). Valutazione con voto in trentesimi 18-30/30. La prova orale, che può riguardare sia domande teoriche che svolgimento di esercizi pratici di programmazione, ha peso inferiore alla prova scritta, determinando un incremento massimo di 4 punti rispetto al risultato della prova scritta ed è necessaria per l'ottenimento della lode.

La prova scritta è divisa in due parti: nella prima si valutano, attraverso una serie di domande a risposta chiusa, le conoscenze dei fondamenti teorici della programmazione a oggetti; nella seconda, si valuta, attraverso l'implementazione di un semplice sistema software, la capacità di realizzare in pratica un programma in grado di risolvere correttamente un semplice problema applicativo, rispondendo alle specifiche del problema da risolvere e rispettando i principi della programmazione a oggetti presentati a lezione, senza generare errori (di compilazione, a runtime o logici).

La media aritmetica (eventualmente pesata) dei voti conseguiti nelle due parti definisce il voto proposto allo studente, che, se sufficiente, ha la facoltà di accettarlo o modificarlo attraverso lo svolgimento di un orale integrativo (eventualmente peggiorandolo nel caso la prova orale non sia soddisfacente). La prova orale può essere sostenuta solo in caso di sufficienza piena. Il docente si riserva la facoltà di richiedere un supplemento di indagine, attraverso una prova orale obbligatoria, nei casi in cui la prova scritta, pur essendo valutata sufficiente, presenti delle criticità: ad esempio, insufficienza nella parte teorica e parte pratica molto soddisfacente, o viceversa.

Nel corso dell'anno sono previsti 5 appelli d'esame nei seguenti periodi: uno nel mese di giugno, uno a luglio, uno a settembre, uno a novembre e uno a gennaio. Durante il periodo del corso si tengono due prove scritte parziali che, in caso di esito complessivo positivo, permetteranno di verbalizzare il voto o sostenere la prova orale integrativa nel mese di giugno.

Orario di ricevimento

Giovedì, dalle 11 alle 12 o su appuntamento.

ANALISI COMPLESSA (2019/2020)

Docente: Stefano Meda

Obiettivi

Il corso ha lo scopo di mettere gli studenti in grado di utilizzare con profitto i potenti metodi dell'analisi complessa in applicazioni teoriche e pratiche.

Più specificamente, i risultati di apprendimento attesi comprendono:

- la conoscenza e la comprensione delle definizioni e degli enunciati fondamentali, nonché delle strategie di dimostrazione basilari proprie dell'Analisi complessa
- la capacità di applicare il bagaglio di conoscenze sopra descritte alla costruzione di esempi concreti e alla risoluzione di esercizi aventi diversi gradi di difficoltà (a partire da semplici esercizi di applicazione delle definizioni e dei risultati illustrati nel corso fino a esercizi che richiedono la capacità di sviluppare in modo originale concetti appresi nel corso).

Contenuti sintetici

Si tratta di un corso di base sulle funzioni di una variabile complessa. Contiene, tra l'altro, nozioni base relative alle funzioni olomorfe, al teorema di Cauchy e sue applicazioni, la teoria delle singolarità isolate, degli zeri di funzioni olomorfe.

Programma esteso

Parte 1. Preliminari all'analisi complessa. Funzioni olomorfe. Regioni. Funzioni olomorfe: definizione ed esempi. Funzioni intere. Funzioni a valori complessi visti come mappe. Funzioni olomorfe e funzioni differenziabili da $\mathbb{R}^2$ in sé. Condizioni di Cauchy–Riemann. Serie di potenze. Serie di potenze. Formula di Hadamard per il raggio di convergenza di una serie di potenze. Serie di e^z , $\sin z$ e $\cos z$. Le serie di potenze definiscono funzioni olomorfe all'interno del loro cerchio di convergenza. Integrazione lungo curve. Curve parametriche, curve parametriche lisce, curve parametriche regolari a pezzi, curve parametriche equivalenti. Curve lisce, curve regolari a pezzi. Orientazione. Integrazione lungo curve e sue proprietà. Primitiva di una funzione e proprietà dell'integrale di funzioni che ammettono primitive. Funzioni con derivata nulla in una regione sono costanti.

Parte 2. Il teorema di Cauchy e applicazioni. Il lemma di Goursat. Il lemma di Goursat per triangoli. Analogo per rettangoli. Esistenza di primitive locali e il teorema di Cauchy per un disco. Esistenza di primitive di una funzione olomorfa in un disco. Teorema di Cauchy in un disco. Contorni giocattolo e teorema di Cauchy relativo. Calcolo di alcuni integrali. Esempi di calcolo di integrali utilizzando il teorema di Cauchy. Formula integrale di Cauchy. Formula integrale di Cauchy per un disco. Analogo per contorni giocattolo. Formula di Cauchy per le derivate. Disuguaglianze di Cauchy. Le funzioni olomorfe sono localmente somma di serie di potenze. Teorema di Liouville. Teorema fondamentale dell'algebra. Principio di identità delle funzioni olomorfe e prolungamento analitico. Ulteriori applicazioni. Il teorema di Morera. Convergenza uniforme sui compatti di successioni di funzioni olomorfe. Funzioni olomorfe definite mediante integrali. Il principio di simmetria (Teorema 5.5) e il principio di riflessione di Schwarz. Il problema dell'approssimazione mediante polinomi e il teorema di Runge.

Parte 3. Funzioni meromorfe e il logaritmo. Zeri e poli. Forma di una funzione olomorfa in un intorno di un suo zero. molteplicità di uno zero, zeri semplici. Polo di una funzione olomorfa. Forma di una

funzione olomorfa in un intorno di un suo polo. Ordine del polo, parte principale e residuo. Formula per il residuo di un polo di ordine n . Formula dei residui. Il teorema dei residui. Esempi di applicazione del teorema dei residui. Singolarità e funzioni meromorfe. Singolarità rimovibili. Il teorema di Riemann sulle singolarità rimovibili. Caratterizzazione dei poli. Singolarità essenziali. Comportamento di una funzione in un intorno di una singolarità essenziale: il teorema di Casorati–Weierstrass. Funzioni meromorfe in una regione. Singolarità all'infinito. Caratterizzazione delle funzioni meromorfe nel piano complesso esteso. Il principio dell'argomento e applicazioni. Il principio dell'argomento. Il teorema di Rouché. Teorema della mappa aperta. Teorema del massimo modulo. Omotopie e domini semplicemente connessi. Integrazione di funzioni olomorfe su curve omotope. Domini semplicemente connessi. Esistenza di primitive di funzioni olomorfe e teorema di Cauchy in domini semplicemente connessi. Il logaritmo complesso. Esistenza del logaritmo in una regione semplicemente connessa. Determinazione principale del logaritmo. Serie di potenze del logaritmo. Esistenza del logaritmo di una funzione che non si annulla in una regione semplicemente connessa.

Parte 4. Funzioni intere. La formula di Jensen. Teorema di Jensen. Funzioni di ordine finito. Ordine di una funzione intera. Relazione tra ordine di una funzione intera e suoi zeri. Prodotti infiniti. Definizione di convergenza di un prodotto infinito. Condizione sufficiente di convergenza. Convergenza di prodotti di funzioni olomorfe. La formula prodotto della funzione seno. Prodotti infiniti di Weierstrass. Esistenza di una funzione intera con zeri prescritti. Il teorema di fattorizzazione di Hadamard. Fattorizzazione di funzioni intere di ordine finito.

Prerequisiti

Analisi I, Analisi II, Algebra lineare

Modalità didattica

Lezioni frontali, con uso di lavagna.

Materiale didattico

Stein and Shakarchi, “Complex analysis”, Princeton University Press.

Periodo di erogazione dell'insegnamento

I semestre

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Prova scritta, contenente domande di carattere teorico (dimostrazioni di parte dei risultati discussi a lezione) ed esercizi di applicazione della teoria, sovente di tipo simile a quelli illustrati durante le esercitazioni. Una valutazione sufficiente dell'elaborato presuppone che sia la valutazione delle conoscenze teoriche richieste, sia quella delle abilità necessarie allo svolgimento degli esercizi di applicazione della teoria risultino sufficienti.

La valutazione terrà conto dell'esattezza delle risposte, della chiarezza espositiva e della proprietà di linguaggio matematico utilizzato.

Orario di ricevimento

Per appuntamento.

ANALISI III (2019/2020)

Docente: Bianca Di Blasio

Obiettivi

l'insegnamento si propone di fornire allo studente le conoscenze di base per lo studio di problemi di analisi matematica avanzata. Verranno altresì fornite le competenze necessarie a comprendere le tecniche dimostrative per risolvere esercizi e affrontare problemi di analisi matematica.

Contenuti sintetici

Spazi di Banach. Spazi L^p . Spazi di Hilbert. Serie di Fourier. Teorema di Baire. Teorema della Mappa Aperta. Teorema di Banach-Steinhaus. Teorema di Hahn Banach. Spazio duale. Convergenza debole.

Programma esteso

Definizione ed esempi di spazi di Banach. Definizione di $L^p(X, \mu)$, μ misura positiva. Disuguaglianze di Holder e di Minkowski. Completezza di $L^p(X, \mu)$. Inclusioni di spazi $L^p(X, \mu)$, μ finita. Inclusioni di spazi $L^p(Z)$. Relazioni tra convergenze in norma p , in misura e puntuale. Desintà di $C_c(\mathbb{R}^n)$ e dello spazio di Schwartz in $L^p(\mathbb{R}^n)$. Dualità degli spazi L^p (solo enunciato).

Spazi di Hilbert. Definizione di prodotto interno. Disuguaglianza di Cauchy-Schwarz. Definizione di spazio di Hilbert. Punti di minima distanza da un chiuso convesso. Teorema delle proiezioni. Disuguaglianza di Bessel. Sistemi ortonormali completi. Formula di Parseval. Ortogonalizzazione di Gram-Schmidt. Serie di Fourier per funzioni in $L^1(T)$, T toro.

Nucleo di Dirichlet.

Convergenza in L^2 .

Convergenza puntuale.

Operatori lineari tra spazi vettoriali normati. Spazio duale. Teorema di Baire. Teorema di Banach – Steinhaus.

Divergenza delle serie di Fourier.

Teorema della mappa aperta e del grafico chiuso.

Non suriettività della trasformata di Fourier da $L^1(T)$ in $C_0(Z)$. Teorema di Hahn – Banach.

Convergenza debole.

Prerequisiti

Topologia elementare. Algebra lineare. Calcolo differenziale ad una e più variabili. Calcolo integrale. Teoria della misura. Numeri complessi.

Modalità didattica

Lezioni frontali in aula, suddivise in: lezioni teoriche in cui vengono fornite le conoscenze su definizioni, risultati ed esempi rilevanti e altre lezioni in cui gli studenti risolvono gli esercizi alla lavagna mostrando le loro capacità di utilizzare le nozioni precedenti per affrontare i problemi di analisi matematica.

Materiale didattico

W. Rudin "Real and Complex Analysis"

H. Brezis "Analyse fonctionnelle. Théorie et applications"

Note del docente

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Secondo semestre

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Esame scritto e orale.

Durante il corso gli studenti sono invitati a svolgere esercizi alla lavagna (precedentemente assegnati). Per ogni esercizio svolto alla lavagna viene assegnato un punto (per un massimo di 3) che si somma poi al punteggio dello scritto.

Prova scritta.

La prova scritta consiste in esercizi volti a verificare la comprensione dei contenuti del corso, l'abilità di applicare alla risoluzione di problemi le tecniche dimostrative apprese, la chiarezza espositiva. A ogni esercizio verrà attribuito un punteggio parziale massimo, in ragione della sua difficoltà e lunghezza; nella valutazione dello studente verrà assegnato un punteggio in ragione dell'esattezza, della completezza, del rigore, della chiarezza e dell'organicità dello svolgimento. Il punteggio massimo per lo scritto è 33.

Gli esercizi proposti sono in linea con quelli svolti durante le lezioni.

L'ammissione alla prova orale avviene con una valutazione dello scritto maggiore o uguale a 16 (prima di sommare gli eventuali punti per la risoluzione di esercizi alla lavagna).

La durata della prova scritta è generalmente di due ore.

Prova orale

L'esame orale consiste in una discussione dello scritto e in domande di carattere teorico (definizioni e teoremi con dimostrazione). Nella prova orale verranno valutate la conoscenza e la comprensione del contenuto del corso, nonché la capacità di organizzare in modo lucido, efficace e ben strutturato un'esposizione coerente e puntuale.

Il voto finale è dato dalla media del punteggio della prova scritta (comprensiva degli eventuali punti per la risoluzione di esercizi alla lavagna) e del punteggio della prova orale.

Orario di ricevimento

Per appuntamento.

ANALISI MATEMATICA I (2019/2020)

Docenti: Veronica Felli, Graziano Guerra, Simone Secchi

Obiettivi

- Conoscere e comprendere i concetti di base e la teoria, sviluppata in modo rigoroso, dell'Analisi Matematica moderna per funzioni di una variabile reale.
- Acquisire una padronanza dei contenuti e delle tecniche tale da permettere la soluzione di problemi e la loro applicazione a contesti diversi.
- Acquisire la capacità di elaborazione critica e autonoma dei concetti fondamentali appresi.
- Essere in grado di esporre in modo preciso, rigoroso ed esaustivo sia le conoscenze teoriche acquisite che le soluzioni, sviluppate in autonomia, di esercizi e problemi.
- Acquisire i prerequisiti necessari per la comprensione dei contenuti dei successivi corsi erogati all'interno del Corso di Laurea in Matematica.

Contenuti sintetici

Numeri reali e complessi. Funzioni reali di variabile reale: limiti, continuità, calcolo differenziale, calcolo integrale. Successioni e serie numeriche.

Programma esteso

1. **I numeri naturali.** Assiomi di Peano e il principio di induzione matematica. Simboli di sommatoria, produttoria e fattoriale, coefficienti binomiali, sviluppo della potenza n -esima del binomio (formula del binomio di Newton).
2. **I numeri reali.** Campi, campi ordinati e i numeri razionali. Completezza e assioma di continuità. Incompletezza dei numeri razionali. Definizione assiomatica dei numeri reali. Cenni alle sezioni di Dedekind. I numeri naturali come sottoinsieme dei numeri reali. Proprietà archimedea. Estremo superiore/inferiore e loro proprietà. Esistenza dell'estremo superiore/inferiore. Esistenza e unicità delle radici n -esime. Rappresentazione binaria e rappresentazione decimale. Parte intera e modulo di un numero reale. Definizione di potenza con esponente naturale, intero, razionale e reale.
3. **I numeri complessi.** Definizione, forma algebrica, modulo, complesso coniugato, parte reale e parte immaginaria, disuguaglianza triangolare. Forma trigonometrica ed esponenziale di un numero complesso, prodotto e potenza in forma trigonometrica/esponenziale. Funzione esponenziale ed esponenziale complesso. Radici di un numero complesso. Teorema fondamentale dell'algebra (solo enunciato).
4. **Topologia della retta reale.** Definizione di distanza sulla retta reale, intorni, punti interni, esterni e di frontiera. Insiemi aperti e chiusi. Punti di accumulazione e isolati. Densità dei numeri razionali nei numeri reali. Teorema di Bolzano–Weierstrass.
5. **Funzioni.** Definizione, dominio, codominio, immagine e controimmagine. Funzioni iniettive, suriettive e biunivoche. Funzione composta, funzione inversa, restrizione. Insiemi numerabili. Numerabilità dei numeri razionali e non numerabilità dei numeri reali. Funzioni reali di variabile reale e loro grafico. Funzioni monotone, estremo superiore e inferiore, massimo e minimo, punti di massimo e di minimo. Funzioni elementari e loro grafici (richiami sulle potenze, esponenziali, logaritmi, funzioni trigonometriche e le loro inverse, valore assoluto, parte intera, parte frazionaria, segno).

6. **Limiti.** Definizione di limite, esempi e proprietà: unicità del limite, teorema della permanenza del segno, teorema del confronto (dei due carabinieri). Limite della somma, del prodotto, del rapporto e della funzione composta. Forme indeterminate. Limiti notevoli. Limiti destri e sinistri. Teorema di esistenza del limite per funzioni monotone. Asintotico, simboli di o piccolo e O grande. Infiniti, infinitesimi e loro confronto.
7. **Successioni in campo reale.** Successioni e limiti di successioni. Limitatezza delle successioni convergenti. Sottosuccessioni. Ogni successione limitata ha una sottosuccessione convergente. Insiemi compatti. Compattezza degli insiemi chiusi e limitati (Heine-Borel). Successioni monotone e definizione del numero e (costante di Nepero). Criterio di Cauchy, limite inferiore, limite superiore e loro proprietà.
8. **Continuità.** Definizione di funzione continua. Continuità della funzione composta. Teorema della permanenza del segno. Teorema degli zeri. Teorema dei valori intermedi. Continuità della funzione inversa. Continuità delle funzioni elementari: potenze, esponenziali, logaritmi, funzioni trigonometriche e funzioni trigonometriche inverse. Teorema ponte. Teorema di Weierstrass. Continuità uniforme. Continuità uniforme di funzioni continue su compatti (Heine-Cantor). Punti di discontinuità. Funzioni Lipschitziane.
9. **Serie.** Definizione. Serie convergenti, divergenti e indeterminate. Serie geometrica e serie telescopiche. Condizione necessaria per la convergenza. Serie assolutamente convergenti e criterio della convergenza assoluta. Serie a termini positivi: criterio del confronto e del confronto asintotico, criterio della radice e criterio del rapporto. Serie a termini di segno alterno: criterio di Leibniz.
10. **Calcolo differenziale.** Retta tangente al grafico di una funzione. Derivabilità. Derivata destra e sinistra. Punti angolosi, punti a tangente verticale e cuspidi. Continuità delle funzioni derivabili. Regole di derivazione: somma, prodotto, quoziente e derivata della funzione composta. Derivata della funzione inversa. Derivata delle funzioni elementari. Punti di massimo e di minimo, relativi e assoluti. Teoremi di Fermat e di Rolle. Teorema di Lagrange e suoi corollari: le funzioni a derivata nulla su intervalli sono costanti, lipschitzianità delle funzioni a derivata limitata, relazioni tra monotonia di una funzione e segno della sua derivata. Teorema di Cauchy. Teorema di De l'Hôpital. Teorema del limite della derivata. Convessità/concavità di una funzione. Relazione tra il segno della derivata seconda e concavità/convessità di una funzione. Posizione del grafico rispetto alle sue rette tangenti. Punti di flesso. Formule di Taylor e di Maclaurin con resto in forma di Peano ed esempi. Formula di Taylor con resto in forma di Lagrange.
11. **Calcolo integrale.** Funzioni a scala (o costanti a tratti o semplici) e integrale di funzioni a scala. Proprietà dell'integrale delle funzioni a scala. Integrale inferiore e integrale superiore su un intervallo limitato. Definizione di integrabilità secondo Riemann. Condizione necessaria e sufficiente per l'integrabilità. Linearità e monotonia (confronto) dell'integrale di Riemann. Integrabilità della parte positiva/negativa e del modulo di una funzione integrabile. Integrabilità della restrizione di una funzione integrabile, integrale su intervalli orientati e additività rispetto al dominio. Integrabilità delle funzioni con un numero finito di punti di discontinuità e delle funzioni monotone. Teorema della media integrale. La funzione integrale. Teorema fondamentale del calcolo. Primitive, integrale indefinito. Integrazione per parti e per sostituzione. Integrazione di funzioni razionali fratte. Integrali impropri.

Prerequisiti

Algebra, geometria e trigonometria elementari.

Modalità didattica

Lezioni (8 cfu), Esercitazioni (4 cfu).

Corso erogato in lingua italiana

Materiale didattico

Testo di riferimento: E. Giusti. Analisi Matematica I. Bollati Boringhieri.

Altri testi consigliati:

- G. De Marco: Analisi Uno, Zanichelli Decibel.
- C. D. Pagani, S. Salsa: Analisi matematica 1, Zanichelli.

Eserciziari consigliati:

- E. Giusti: Esercizi e complementi di analisi matematica, volume 1, Bollati Boringhieri.
- G. De Marco, C. Mariconda: Esercizi di calcolo in una variabile, Zanichelli Decibel.
- S. Salsa, A. Squellati: Esercizi di analisi matematica 1, Zanichelli.
- E. Acerbi, L. Modica, S. Spagnolo: Problemi scelti di analisi matematica. Vol. 1, Liguori.

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Primo anno, primo semestre.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Prova scritta e prova teorica/orale. Valutazione con voto in trentesimi 18-30/30.

Nella prova scritta (due ore di durata) si valuta la conoscenza dei contenuti del corso e la capacità di applicarli alla risoluzione di problemi. Nella prova teorica/orale si richiede la capacità di esporre gli enunciati e le dimostrazioni dei teoremi, le definizioni, gli esempi/controesempi e le tecniche di calcolo introdotte. In entrambe le prove verrà valutata la correttezza delle risposte, l'appropriatezza del linguaggio matematico utilizzato e il rigore e chiarezza dell'esposizione.

Per superare l'esame si deve ottenere un punteggio di almeno 15 sia nella prova pratica che in quella teorica, inoltre la media aritmetica dei due punteggi deve essere di almeno 18. Tale media aritmetica costituisce il voto finale dell'esame.

Nel corso dell'anno sono previsti 5 appelli d'esame nei seguenti periodi: due nel mese di febbraio, uno a giugno, uno a luglio e uno a settembre. Ogni appello d'esame prevede prima una prova scritta e poi, in caso di superamento della prova scritta, una prova teorica/orale a pochi giorni di distanza. Durante il periodo delle lezioni si terranno due prove scritte parziali che, in caso di esito complessivo positivo, permetteranno di sostenere direttamente la prova orale nel mese di febbraio.

Orario di ricevimento

Su appuntamento.

ANALISI MATEMATICA II (2019/2020)

Docenti: Andrea Giovanni Calogero, Maria Gabriella Kuhn

Obiettivi

Corso base sul calcolo differenziale in più variabili, equazioni differenziali ordinarie, rudimenti di calcolo integrale in più variabili.

I risultati di apprendimento attesi includono

- Conoscenze: acquisire la nozione di spazio di Banach avendo in mente alcuni esempi classici: le funzioni continue/limitate su un intervallo chiuso e limitato. Comprensione delle definizioni e risultati principali del calcolo differenziale in più variabili e della teoria delle equazioni differenziali ordinarie
- Capacità: acquisire le principali tecniche di integrazione per funzioni di più variabili in domini delimitati da curve regolari nonché la capacità di applicare le conoscenze astratte suindicate ai problemi concreti.

Contenuti sintetici

Spazi metrici e spazi normati: esempi. Successioni e serie di funzioni. Calcolo differenziale per funzioni di più variabili: derivate direzionali, differenziale, matrice Hessiana, estremi liberi. Integrali multipli secondo Riemann e relative formule di riduzione: teorema di Fubini. Formula di cambiamento di variabili: coordinate polari, sferiche e cilindriche. Equazioni differenziali ordinarie: teoremi di esistenza, unicità e dipendenza continua dai dati. Funzioni definite implicitamente; massimi e minimi vincolati.

Programma esteso

1. Calcolo differenziale in più variabili
 1. Derivate direzionali. Funzioni differenziabili. Legame tra le derivate direzionali nel caso di funzioni differenziabili. Legami tra continuità e derivabilità e differenziabilità. Derivate di ordine successivo. Derivate di funzioni composte.
 2. Massimi e minimi in insiemi aperti: condizione necessaria per funzioni differenziabili e curve di livello.
 3. Matrici definite/semidefinite positive e relativi criteri Matrice Hessiana. Formula di Taylor arrestata al secondo ordine. Funzioni convesse e relativo criterio per il riconoscimento dei loro estremanti.
 4. Riconoscimento dei massimi e minimi mediante la matrice Hessiana.
2. Calcolo integrale in più variabili
 1. Integrale di Riemann di una funzione di più variabili a valori reali.
 2. Insiemi misurabili secondo Peano-Jordan: condizione necessaria e sufficiente per la misurabilità nel caso di insiemi limitati. Esempi di insiemi misurabili e non.
 3. Metodo di riduzione (Teorema di Fubini) per gli integrali multipli. Baricentro di un insieme misurabile bidimensionale. Volume dei solidi.
 4. Cambio di variabili negli integrali doppi e tripli (*): coordinate polari, sferiche e cilindriche. Volume dei solidi di rotazione: Teorema di Guldino.
 5. Integrali impropri.
3. Curve e superfici

1. Curve regolari/ regolari a tratti/ chiuse /semplici in $\mathbb{R}^n$. Lunghezza di una curva: definizioni equivalenti e indipendenza dalla parametrizzazione (non è richiesta la dimostrazione del Teorema 15.4 del libro di Giusti). Ascissa curvilinea.
2. Teorema delle funzioni implicite (Dini) nel caso bidimensionale. Superfici in forma cartesiana; condizioni sufficienti affinché una superficie sia localmente un grafico. Prodotto vettoriale e teorema di Dini nel caso di una funzione da $\mathbb{R}^3$ in $\mathbb{R}^2$ (senza dimostrazione)
3. Massimi e minimi in insiemi compatti: moltiplicatori di Lagrange (dimostrazione solo nel caso di un vincolo in $\mathbb{R}^2$).
4. Successioni e serie di funzioni
 1. Spazi vettoriali normati: esempi ($C[a,b]$, $B[a,b]$, $C^n[a,b]$). Spazi di Banach.
 2. Teorema delle contrazioni.
 3. Convergenza puntuale e uniforme per successioni/serie di funzioni a valori reali. Criterio di Weierstrass per le serie di funzioni. Convergenza uniforme e limitatezza/continuità delle funzione limite. Convergenza puntuale/ uniforme per funzioni derivabili/integrabili e relativi teoremi di passaggio al limite.
 4. Serie di potenze: raggio di convergenza. Serie di Taylor. Approssimazione di integrali mediante l'uso di serie di potenze.
5. Equazioni differenziali
 1. Problema di Cauchy per equazioni del primo ordine. Teorema di esistenza e unicità locale. Prolungamento delle soluzioni. Intervallo massimale di definizione e relative proprietà (*). Condizione di sublinearità. Teorema di esistenza e unicità globale (non è richiesta la dimostrazione nel caso sublineare).
 2. Equazioni di ordine n: equivalenza con un sistema del primo ordine. Sistemi lineari del primo ordine. Struttura dello spazio delle soluzioni di un sistema omogeneo del primo ordine. Soluzioni nel caso non omogeneo. Metodo di variazione delle costanti arbitrarie nel caso di un'equazione di ordine n.
 3. Matrice esponenziale: definizione e proprietà . Calcolo della matrice esponenziale nel caso in cui la matrice sia diagonalizzabile nel campo reale. E' richiesto il calcolo negli altri casi solo per matrici 3×3 .
 4. Metodi di soluzione per alcune equazioni e sistemi particolari.

Prerequisiti

Analisi I, Algebra lineare e Geometria I

Modalità didattica

Lezioni (8cfu)+ esercitazioni (4cfu) +tutoraggio. Lezioni in Italiano

Materiale didattico

Testo di riferimento: C.Pagani; S.Salsa: Analisi Matematica 2 Ed. Zanichelli

Testi di consultazione:

Enrico Giusti: Analisi Matematica II ed. Bollati Boringhieri.

A. Bacciotti; F. Ricci: Lezioni di Analisi Matematica 2 Ed. Levrotto & Bella /Torino

C.Pagani; S.Salsa: Analisi Matematica 1 Ed. Zanichelli

Enrico Giusti: Analisi Matematica 2 vecchia edizione Bollati Boringhieri

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Primo Semestre.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Prova scritta e prova orale pesate 1/2 e 1/2 ciascuna del voto finale

Nella prova scritta si richiede di dimostrare di saper applicare i contenuti teorici del corso alla risoluzione di problemi. Nella prova orale si richiede la capacità di esporre gli enunciati e le dimostrazioni dei teoremi, le definizioni, gli esempi/controesempi e le tecniche di calcolo introdotte.

Nel corso dell'anno sono previsti 5 appelli d'esame nei seguenti periodi: due nel mese di febbraio, uno a giugno, uno a luglio e uno a settembre. Ogni appello d'esame prevede prima una prova scritta e poi, in caso di superamento della prova scritta, una prova teorica/orale a pochi giorni di distanza. Durante il periodo delle lezioni si terranno due prove scritte parziali che, in caso di esito complessivo positivo, permetteranno di sostenere direttamente la prova orale nel mese di febbraio.

Voto minimo dello scritto per essere ammessi all'orale: 16/33.

Orario di ricevimento

Per appuntamento.

ANALISI NUMERICA (2019/2020)

Docente: Lourenco Beirao Da Veiga

Obiettivi

Coerentemente con gli obiettivi formativi del Corso di Studio, l'insegnamento si propone di fornire allo studente le conoscenze di base, con un profondo supporto teorico, riguardanti le tematiche del corso (principalmente ottimizzazione, e anche discretizzazione di equazioni ordinarie). Verranno altresì fornite le competenze necessarie a comprendere, analizzare e confrontare con senso critico i vari metodi proposti, nonché implementarli al calcolatore.

Contenuti sintetici

La parte principale del corso tratta di problemi di ottimizzazione in $\mathbb{R}^n$, la cui risoluzione è un passaggio fondamentale in molti problemi di matematica applicata (in modo diretto o sovente attraverso la loro discretizzazione con metodi numerici). Si tratteranno il problema della ricerca di punti fissi e zeri, ricerca di minimi liberi e ricerca di minimi vincolati. Il corso avrà un supporto teorico rigoroso per l'analisi dei metodi considerati.

Inoltre, parte del corso sarà svolta in laboratorio informatico (MATLAB) con sviluppo di codici da parte degli studenti. Nella parte finale del corso verranno invece presentati i fondamenti per la discretizzazione di equazioni differenziali ordinarie.

Programma esteso

Tutti gli argomenti svolti in aula avranno anche una parte di sviluppo dei codici in laboratorio informatico (MATLAB). Alcuni laboratori consisteranno nell'approssimazione di problemi al continuo e dunque comporteranno anche un passaggio di "discretizzazione". Metodi iterativi di punto fisso, proprietà di convergenza locale e globale. Ricerca degli zeri, metodi quasi-Newton con diversi esempi, convergenza locale. Ricerca di minimi, metodi line search con diversi esempi, proprietà varie di convergenza, applicazione al caso della ricerca degli zeri. Ricerca di minimi vincolati, gradiente proiettato, condizione Kuhn-Tucker, lagrangiana, metodo di Uzawa. Equazioni differenziali ordinarie, metodi a un passo con diversi esempi, teoria di convergenza e di stabilità asintotica.

Prerequisiti

Sono sufficienti le normali conoscenze della laurea triennale in matematica.

Modalità didattica

Lezioni in aula (a lavagna) e lezioni in laboratorio informatico.

Materiale didattico

- C.T. Kelley, "Iterative methods for linear and nonlinear equations", SIAM
- J. Nocedal, S.J. Wright, "Numerical Optimization", Springer
- P.G. Ciarlet, "Introduction to numerical linear algebra and optimizations", Cambridge Texts in Applied Math
- Dispense della parte su Eq. Diff. Ord.

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Secondo semestre.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

L' esame di compone di un singolo orale, diviso in due parti. In una prima parte si discuterà un progetto di laboratorio (svolto individualmente), scelto dal docente tra quelli che lo studente ha deciso di portare all'esame (devono essere 3, a scelta dello studente tra quelli svolti in laboratorio durante l'anno). La seconda parte di tratta di un esame orale su tutte le tematiche svolte nel corso, per verificare se lo studente ha acquisito la conoscenza critica e operativa delle definizioni, dei risultati e delle loro dimostrazioni. Il peso relativo, sul voto finale, delle due parti, progetto e parte teorica, sono circa pari a 30% e 70% (entrambe dovendo essere sufficienti per passare l'esame). Nella discussione del progetto viene valutata la correttezza dei risultati e la comprensione dello studente circa gli aspetti pratici/computazionali del metodo utilizzato. Nella parte di esame teorico, vengono valutate principalmente la comprensione dell'argomento e il rigore matematico nel esporre i metodi e le relative dimostrazioni.

Orario di ricevimento

Flessibile, previo appuntamento via email.

CALCOLO DELLE PROBABILITÀ (2019/2020)

Docenti: Elena Bandini, Francesco Caravenna

Obiettivi

L'insegnamento si propone di fornire allo studente gli strumenti e i concetti di base del calcolo delle probabilità, illustrandone alcune applicazioni. Al termine del corso lo studente avrà acquisito le seguenti:

- *conoscenze*: linguaggio, definizioni ed enunciati dei risultati fondamentali della teoria della probabilità;
- *competenze*: comprensione operativa delle principali tecniche dimostrative;
- *abilità*: capacità di applicare le nozioni teoriche per la risoluzione di esercizi e l'analisi di problemi.

Contenuti sintetici

1. Spazi di probabilità
2. Variabili aleatorie
3. Convergenza e teoremi limite
4. Introduzione alle catene di Markov
5. Esempi di modelli probabilistici

Programma esteso

1. *Spazi di probabilità*

- Introduzione alla probabilità: modelli matematici per un esperimento aleatorio
- Assiomi della probabilità
- Proprietà di base della probabilità, continuità dal basso e dall'alto
- Calcolo combinatorio e spazi di probabilità uniformi
- Probabilità condizionale, teorema di Bayes
- Indipendenza di eventi, prove ripetute e indipendenti

2. *Variabili aleatorie*

- Richiami di teoria della misura
- Distribuzioni notevoli sulla retta reale, discrete e continue
- Variabili aleatorie
- Leggi marginali e legge congiunta
- Indipendenza di variabili aleatorie
- Trasformazioni di variabili aleatorie
- Valore medio, varianza e covarianza
- Spazi L^p , disuguaglianze (Jensen, Cauchy-Schwarz, Hölder)
- Coefficiente di correlazione e regressione lineare (cenni)

3. *Convergenza e teoremi limite*

- Richiami sui teoremi di convergenza in teoria dell'integrazione
- Lemma di Borel-Cantelli

- Legge debole e forte dei grandi numeri
- Nozioni di convergenza per successioni di variabili aleatorie (q.c., in probabilità, in L^p)
- Convergenza debole di probabilità, convergenza in legge di variabili aleatorie
- Legge dei piccoli numeri (convergenza della distribuzione binomiale alla Poisson)
- Teorema limite centrale attraverso il principio di Lindeberg
- Teorema limite centrale attraverso le funzioni caratteristiche (cenni)
- Il metodo dell'approssimazione normale
- Indipendenza di sigma-algebre, legge 0-1 di Kolmogorov

4. Introduzione alle catene di Markov

- Introduzione ai processi stocastici, leggi finito-dimensionali
- Catene di Markov, matrice di transizione, proprietà di Markov
- Stati ricorrenti e transitori, misure invarianti e reversibili
- Teoremi di convergenza (cenni): teorema di convergenza all'equilibrio, legge dei grandi numeri
- Probabilità di assorbimento (cenni)
- Passeggiate aleatorie su grafi (cenni)

5. Esempi di modelli probabilistici (presentati in parallelo alla teoria)

- Paradossi classici (compleanni, Monty-Hall, Borel, Bertrand)
- Permutazioni aleatorie e punti fissi
- Proprietà di concentrazione del volume in alte dimensioni
- Il teorema di approssimazione di Weierstrass e la legge dei grandi numeri
- Simulazione di variabili aleatorie, il metodo Monte Carlo
- La passeggiata aleatoria semplice in una e più dimensioni
- Rovina del giocatore
- L'algoritmo PageRank

Prerequisiti

Le conoscenze, competenze e abilità impartite negli insegnamenti dei primi due anni, in particolare *Algebra Lineare*, *Analisi 1 e 2*, *Teoria della Misura*.

Modalità didattica

Lezioni ed esercitazioni frontali in aula, articolate in:

- lezioni teoriche (10 cfu) in cui si fornisce la conoscenza di definizioni, risultati ed esempi rilevanti, in parallelo alle competenze relative alla loro comprensione;
- esercitazioni (2 cfu) in cui si forniscono abilità necessarie per applicare le conoscenze e competenze teoriche alla risoluzione di esercizi.

Corso erogato in lingua italiana.

Materiale didattico

Libri di riferimento

- F. Caravenna, P. Dai Pra. *Probabilità. Un'introduzione attraverso modelli e applicazioni*. Springer-

Verlag Italia, Milano (2013).

- D. Williams. *Probability with Martingales*. Cambridge University Press (1991).

Altro materiale didattico (disponibile sulla pagina e-learning del corso)

- Dispense del docente su argomenti specifici
- Fogli di esercizi settimanali (con soluzioni dettagliate)
- Testi delle prove scritte degli anni passati (con soluzioni dettagliate)
- Elenco delle dimostrazioni per la prova orale

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Terzo anno, primo semestre

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Prova scritta - o prove parziali - e prova orale, con le modalità descritte qui sotto. Gli aspetti valutati in ciascuna prova sono l'esattezza delle risposte, la creatività, la precisione, la chiarezza espositiva. Ci saranno 5 appelli d'esame (due a febbraio, uno a luglio, uno a settembre, uno a gennaio).

- La *prova scritta* ha una durata di tre ore e riceve una valutazione in trentesimi. Nella prova vengono valutate abilità pratiche (soluzione di esercizi) oltre che conoscenze e competenze teoriche (definizioni, esempi e controesempi). La prova scritta risulta superata col punteggio minimo di 15/30 e permette di accedere alla prova orale.
- A metà e alla fine del corso sono previste due *prove parziali scritte*, della durata di un'ora e mezza ciascuna, valutate in quindicesimi. Il superamento di entrambe le prove parziali col punteggio minimo di 7,5/15 equivale al superamento della prova scritta (con la "somma" dei punteggi ottenuti) e permette di accedere alla prova orale.
- La *prova orale* ha una durata di 30-45 minuti e riceve una valutazione in trentesimi. Può essere sostenuta (dopo avere superato la prova scritta) in un appello qualsiasi dello stesso anno accademico. Nella prova viene valutata la conoscenza di una selezione di dimostrazioni e la conoscenza operativa delle nozioni del corso. La prova orale risulta superata col punteggio minimo di 15/30.
- La valutazione finale risulta dalla media delle valutazioni della prova scritta e della prova orale. L'esame risulta superato col punteggio minimo di 18/30.

Esonero dalla prova orale. Chi supera la prova scritta con un punteggio compreso tra 20/30 e 27/30 può rinunciare a sostenere la prova orale, registrando il voto ottenuto nella prova scritta; con un punteggio superiore a 27/30 è ancora possibile rinunciare a sostenere la prova orale, ma in questo caso il voto registrato sarà di 27/30; infine, con un punteggio inferiore a 20/30, è necessario sostenere la prova orale.

Orario di ricevimento

Fissato all'inizio del corso e riportato sulla pagina e-learning.

CALCOLO NUMERICO (2019/2020)

Docenti: Milvia Francesca Rossini, Alessandro Russo

Obiettivi

L'obiettivo di questo insegnamento è di presentare sia dal punto di vista teorico che algoritmico gli argomenti di base del Calcolo Numerico che devono far parte del bagaglio culturale di qualunque laureato in matematica.

I risultati di apprendimento attesi comprendono:

Conoscenze

- Conoscenza e comprensione dei metodi fondamentali del Calcolo Numerico che comprendono sia enunciati sia teoremi e relative dimostrazioni.
- Conoscenza e comprensione delle problematiche che intervengono nell'ambito numerico.

Capacità

- Capacità di tradurre la teoria studiata in esempi concreti tramite la costruzione di algoritmi e relativa implementazione.
- Capacità di scegliere il metodo numerico più adeguato in relazione al problema.
- Capacità di analizzare in modo critico i risultati degli esempi ed esercizi proposti.
- Capacità di esporre, comunicare e argomentare in modo chiaro e preciso sia i contenuti teorici del corso sia le loro applicazioni a situazioni specifiche.

Contenuti sintetici

Gli argomenti trattati sono:

- Aritmetica Floating Point dei calcolatori
- Metodi Numerici per l'Algebra Lineare: sistemi lineari, calcolo degli autovalori
- Approssimazione di zeri di funzioni reali
- Interpolazione polinomiale
- Metodo dei minimi quadrati e decomposizione QR
- Formule di quadratura per l'approssimazione degli integrali definiti

Programma esteso

- **Aritmetica floating point:** Rappresentazione dei numeri reali, Numeri rappresentabili in un calcolatore, Approssimazione dei numeri reali su un calcolatore, Operazioni tra numeri floating point, Il rounding to even, Calcolo delle funzioni elementari;
- **L'algoritmo di eliminazione di Gauss e la decomposizione $PA=LU$:** Sistemi lineari, Algoritmo di eliminazione di Gauss, La decomposizione $PA=LU$;
- **Richiami di algebra lineare:** Prodotti scalari e norme, Norme su $\mathbb{R}^n$, Norme di matrici;
- **Stabilità dell'algoritmo di Gauss:** Analisi delle perturbazioni di un sistema lineare, Applicazione all'algoritmo di Gauss;
- **Decomposizione di Cholesky:** Matrici simmetriche e definite positive, Decomposizione di Cholesky, Applicazione alla soluzione di un sistema lineare;

- **Metodi iterativi per i sistemi lineari:** Motivazioni, Metodi iterativi per sistemi di equazioni lineari, Criteri di arresto;
- **Autovalori:** Cerchi di Gershgorin, Dipendenza degli autovalori dalle perturbazioni di A , Metodo delle potenze;
- **Zeri di Funzione:** Il metodo di bisezione, Il metodo di Newton e sue varianti, Valutazione sperimentale dell'ordine di convergenza, Il metodo di Brent, Cosa fa MATLAB;
- **Interpolazione polinomiale:** Il teorema di Weierstrass, Interpolazione, Analisi degli algoritmi di interpolazione, Condizionamento dell'interpolazione, Interpolazione di funzioni;
- **Funzioni spline**
- **Minimi quadrati e fattorizzazione QR:** Sistemi sovradeterminati, Interpretazione geometrica, Decomposizione QR, Regressione lineare, Uso della decomposizione $A=QR$ per risolvere un sistema lineare;
- **Formule di quadratura:** Formule di quadratura di tipo interpolatorio, Formula del trapezio, Formula di Simpson, Formule di quadratura di Newton-Cotes, Metodi di quadratura adattivi.

Prerequisiti

Gli insegnamenti di *Analisi 1* e di *Algebra Lineare e Geometria*.

Modalità didattica

Lezioni (8 CFU), esercitazioni alla lavagna e al calcolatore (4 CFU).

Corso erogato in lingua italiana.

Materiale didattico

Note a cura del docente disponibili sul sito del corso; registrazione video delle lezioni.

Periodo di erogazione dell'insegnamento

1° semestre.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Prova pratica al calcolatore seguita da prova teorica/orale. Valutazione finale con voto in trentesimi 18-30/30.

Nella prova pratica al calcolatore si valuta la conoscenza degli algoritmi sviluppati durante il corso e la capacità di scrivere un programma in MATLAB per la risoluzione di semplici problemi numerici.

Nella prova teorica/orale si valuta la conoscenza e la comprensione delle definizioni, dei teoremi e delle tecniche di calcolo introdotte nel corso e la capacità di esporre quanto richiesto in modo chiaro, con rigore e con linguaggio matematico appropriato anche fornendo esempi e controesempi.

La prova pratica viene valutata con voto in trentesimi 18-30/30 e per accedere alla prova teorica/orale è necessario ottenere la sufficienza. La valutazione finale complessiva tiene conto di entrambe le prove.

La prova pratica e la prova teorica/orale devono essere tenute nella stessa sessione di esami (gennaio-febbraio, giugno-luglio, settembre).

Orario di ricevimento

Su appuntamento.

FISICA I (2019/2020)

Docente: -----

Obiettivi

Fornire agli studenti conoscenze delle basi di meccanica classica, di termodinamica e, per gli studenti del CdL in Fisica, di relatività. Acquisire la capacità di schematizzare un fenomeno per individuarne le leggi che lo governano. Acquisire la capacità di identificare le leggi fisiche rilevanti per la risoluzione di diverse tipologie di esercizi.

Contenuti sintetici

Cinematica e dinamica del punto materiale, energia e lavoro delle forze.

Cinematica e dinamica dei sistemi di punti liberi o vincolati (corpo rigido).

Leggi di Keplero per il moto dei pianeti e legge di gravitazione di Newton.

Studio dei gas perfetti, primo e secondo principio della termodinamica, entropia.

Trasformazioni di Lorentz per tempo e spazio. Massa e energia in relatività.

Programma esteso

Il metodo sperimentale e la definizione operativa di grandezza. Sistemi di unità di misura, unità fondamentali, lunghezze, tempi, masse.

Vettori:

Proprietà di uno spazio vettoriale, il vettore spostamento, somma, differenza e moltiplicazione di vettori, prodotto scalare e prodotto vettoriale fra vettori. Versori, componenti di un vettore.

Equazioni delle componenti per un cambio di base.

Cinematica del punto materiale:

Vettore posizione, e spostamento. Definizione di velocità istantanea e accelerazione. Caso monodimensionale: moto uniforme, moto uniformemente accelerato.

Moto uniforme e uniformemente accelerato in tre dimensioni con l'esempio del moto parabolico di un grave

Derivata di un vettore, derivata di un versore, rappresentazione intrinseca di velocità e accelerazione, accelerazione tangenziale e centripeta.

Coordinate polari.

Moto circolare, velocità e accelerazione angolare, accelerazione centripeta e tangenziale nel moto circolare. Moto circolare uniforme e uniformemente accelerato.

Ascissa curvilinea.

Moto armonico, caratteristiche del moto per x, v, a . Equazione differenziale del moto armonico.

Moti relativi (solo traslazione dell'origine), trasformazioni di Galileo per r, v, a fra O e O' . Principio di relatività di Galileo.

Il vettore velocità angolare e descrizione del moto di un punto tramite la velocità angolare.

Velocita' e accelerazioni in un sdr non inerziale (con rotazioni e traslazioni),

Descrizione dei termini di accelerazione di trascinamento e di Coriolis.

Dinamica del punto materiale:

I legge di Newton, sistemi di rif inerziali (sdri).

Concetto di interazione, definizione operativa statica di forza, osservazioni sperimentali su forze e accelerazioni che portano alla II legge di Newton.

Forze fondamentali e forze empiriche. Forza peso, forza normale (come vincolo al moto).

III legge di Newton.

Forze di attrito statico e dinamico, il moto su un piano inclinato.

Forza viscosa $F = -kv$, equazione del moto .

Tensione di una fune ideale, esempio con la macchina di Atwood.

Descrizione del moto di un pendolo.

Forza elastica e molla ideale.

Lavoro di una forza, definizione con integrale curvilineo.

Relazione fra lavoro e energia cinetica.

Forze conservative, energia potenziale, energia meccanica.

Esempi per forza costante, forza peso, forza elastica.

$F = - \text{grad } U$, punti di equilibrio (stabile o instabile).

Descrizione della dinamica in sdr non inerziali: forze apparenti.

Definizione di impulso e quantità di moto, forza media.

Sistemi di punti materiali:

Definizione di centro di massa (CM) per un sistema di punti materiali e per un corpo continuo, quantità di moto di un sistema e relazione con Forze.

Momento angolare di un sistema, momento delle forze, relazione fra momento angolare e momento delle forze.

Momento angolare nel sdr del CM. Teorema di Koenig per il momento angolare.

Energia cinetica di un sistema di punti. Teorema di Koenig per l'energia cinetica.

Lavoro delle forze in un sistema di punti (esterne e interne). Energia potenziale di un sistema di punti.

Descrizione del moto di un sistema di due corpi in assenza di forze esterne e massa ridotta.

Forze impulsive negli urti. Urti elastici e anelastici. Urti elastici nel sdr del CM, caso completo per urto in 1D, nel sdr del CM e del laboratorio.

Dinamica per corpi rigidi:

Definizione di corpo rigido e gradi di liberta di un corpo rigido.

Moto di traslazione, di rotazione attorno ad un asse fisso (RAF) o rototraslatorio.

Momento di inerzia. Energia cinetica e momento angolare (lungo asse di rotazione) per RAF. Esempi con L non parallelo all'asse. Equazioni dinamiche per un corpo rigido, lavoro delle forze nelle RAF.

Teorema di Huigens-Steiner.

Pendolo fisico.

Statica corpo rigido, leve.

Effetto di un impulso su un corpo rigido libero o vincolato a RAF.

Esempi di urti fra corpi rigidi.

Moto puro rotolamento, esempio corpo su piano inclinato.

Sistemi a massa variabile: esempio del razzo.

Oscillatore armonico:

Equazione per un oscillatore armonico libero. Oscillatore armonico smorzato: equazione, soluzioni complesse, regime sovrasmorzato, sottosmorzato e smorzamento critico. Oscillatore smorzato con forzante armonica equazione e soluzione.

Oscillatore armonico smorzato con forzante armonica: potenza trasferita e risonanza.

Gravitazione:

Leggi di Keplero, derivazione della legge di gravitazione di Newton.

Legge di gravitazione di Newton, problema a due corpi.

Energia potenziale gravitazionale.

Energia potenziale e traiettorie.

Energia potenziale, cinetica e meccanica per orbite circolari.

Forza ed energia potenziali per un corpo esteso.

Forza gravitazionale per una sfera omogenea.

Esempio con determinazione della forza di marea per il sistema terra luna (e terra sole).

Derivazione delle equazioni delle orbite a partire dalla legge di Newton.

Onde:

Concetto di onda, onda progressiva e regressiva, equazione delle onde di D'Albert.

Onde sinusoidali. Onda su corda. Onde su una barra. Energia trasportata dalle onde. Potenza media per onde sinusoidali. Riflessione onde in corda su estremo vincolato o libero. Impedenza di un mezzo.

Riflessione e trasmissione all'interfaccia di due mezzi con Z diverse.

Onde di pressione nei gas (esempio tromba). Intensità onde acustiche (decibel).

Pendoli accoppiati, modi normali, energia nei modi normali.

Sovrapposizione di onde: onde stazionarie, esempio corda, interferenza, battimenti.

Onde in 3D (cenni), onde piane e sferiche.

Effetto Doppler e cono di Mach.

Termodinamica:

Definizioni di sistema e ambiente, variabili termodinamiche, stati di equilibrio, trasformazioni termodinamiche, principio 0, grandezze termometriche e temperatura, termometro a gas ideali. Pressione.

Lavoro di un gas. Energia interna e primo principio della termodinamica. Definizione storica della caloria. Calorimetria, capacità termica e calori specifici. Transizioni di fase e calori latenti.

Legge dei gas perfetti, Boyle, Gay-Lussac, equazione di stato. Lavoro (W) di un gas per trasformazioni isocore, isobare e isoterme (reversibili). Espansione libera di Joule e energia interna di un gas ideale. Relazione $C_p = C_v + R$. Equazione di una adiabatica reversibile.

Trasformazioni dei gas: Q , ΔU , W per isocora, isobara, isoterma e adiabatica.

Trasformazioni cicliche, rendimento per cicli termici, coefficiente di prestazione e pompe di calore.

Secondo principio della termodinamica (Kelvin-Planck e Clausius), teorema di Carnot, temperatura termodinamica. Teorema di Clausius. Definizione di entropia.

Esempi notevoli : trasformazioni dei gas, variazioni di temperatura di solidi o liquidi, trasformazioni di fase.

Equazione di Clayperion.

Trasformazioni nel piano T-S.

Meccanismi di propagazione del calore: convezione, conduzione, irraggiamento.

Teoria cinetica dei gas, relazione fra T e velocità quadratica media e energia cinetica media per gas monoatomici,

Interpretazione dell'energia interna e CV. Equipartizione dell'energia, legame fra energia cinetica media e T per gas biatomici e poliatomici/solidi, cenno ad effetti quantistici.

Distribuzione di Maxwell-Boltzmann per la velocità nei gas.

Interpretazione statistica dell'entropia (cenni)

La parte seguente e' parte del programma solo per il CdL in Fisica.

Fluidi:

Definizione fluido, sforzi normali e sforzi di taglio, forze di volume.

Legge di Stevino, principio di Pascal. Legame tra pressione e forze di volume.

Caso delle forze conservative. Modifiche in un s.d.r non inerziale (esempio fluido in rotazione).

Principio di Archimede. Centro di spinta. Esempio in s.d.r non inerziale.

Fluidi ideali in movimento: equazione di Bernoulli.

Fluidi reali, viscosità, resistenza idraulica, legge di Poiseuille, criterio di Reynolds.

Relatività speciale:

Leggi di Newton e invarianza per trasformazioni di Galileo, principio di relatività di Galileo.

Equazioni di Maxwell e incompatibilità con le trasformazioni di Galileo, teoria dell'etere, misura di Michelson-Morley. Principi di relatività (costanza di c), deduzione delle trasformazioni di Lorentz, tempo proprio e dilatazione dei tempi, contrazione delle lunghezze, effetto Doppler per le onde elettromagnetiche.

Principio di conservazione della quantità di moto, massa ed energia relativistiche. Conservazione di E e p in urti relativistici. Diagrammi spazio-tempo, separazioni tipo spazio e tipo tempo. Invarianti relativistici. Cenni al formalismo dei quadri-vettori e metrica di Minkowski.

Prerequisiti

Conoscenze di matematica di base (risoluzione di equazioni e sistemi di equazioni).

E' utile una conoscenza basilare delle derivate e degli integrali.

Modalità didattica

Lezioni frontali ed esercitazioni.

Materiale didattico

- Mazzoldi, Nigro, Voci, Fisica 1, EdiSES (Meccanica e termodinamica).
- Halliday, Resnick, Krane, Fisica 1, Ambrosiana.
- Per la parte di relatività : R.Resnik, Introduzione alla relatività ristretta.

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Ottobre - Novembre: meccanica del punto (4 CFU).

Dicembre - Gennaio: sistemi di punti (4 CFU).

Marzo - Aprile: Onde meccaniche e termodinamica (4 CFU).

Maggio - Giugno: Meccanica dei fluidi e relatività speciale (4 CFU).

Modalità di verifica del profitto e valutazione

E' prevista una prova scritta e una prova orale dopo il superamento della prova scritta.

La prova scritta può essere sostituita da quattro prove in itinere, due a semestre. Gli studenti del CdL in Matematica che seguono solo i primi 12 crediti devono sostenere solo le prime tre prove parziali.

La prova scritta si intende superata se si otterrà un esito non insufficiente in 3/4 delle prove [o 2/3 delle prove per chi segue solo 12 crediti]. L'assenza conta come una prova non sufficiente.

Dopo il superamento della prova scritta e' possibile sostenere l'orale in qualsiasi appello, entro l'anno accademico. Il superamento della prova scritta rimane valido anche a seguito di un non superamento della prova orale.

Gli orali vengono effettuati a partire dal giorno dello scritto e nei giorni successivi. Di norma dopo la data di chiusura dell'appello verterà' comunicato un calendario con le convocazioni nei diversi giorni tramite e-learning.

Orario di ricevimento

Normalmente il docente e' sempre disponibile per ricevimento, la presenza e' tuttavia garantita sole se preventivamente concordata per mail o di persona a margine delle lezioni.

FISICA II (2019/2020)

Docente: Alessandro Tomasiello

Obiettivi

Equazioni di Maxwell, Relatività.

Risultati di apprendimento attesi:

Contenuti sintetici

Elettrostatica; leggi di Coulomb e di Gauss. Correnti elettriche; legge di Ohm.

Relatività speciale. Magnetostatica: equazione di Biot-Savart, legge di Ampère.

Induzione magnetica; legge di Faraday. Circuiti LRC.

Equazioni di Maxwell. Onde elettromagnetiche. Vettore di Poynting. Notazione relativisticamente covariante per l'elettromagnetismo.

Programma esteso

- Elettrostatica. Legge di Coulomb; campo e potenziale elettrico. Legge di Gauss. Equazione di Poisson e Laplaciano. Energia del campo elettrico. Rotore del campo elettrico. Funzioni armoniche. Conduttori. Condensatori. Calcolo esterno.
- Cariche in moto. Corrente elettrica; legge di Ohm. Circuiti RC.
- Relatività ristretta. Trasformazioni di Lorentz, quadrivettori.
- Magnetostatica. Inevitabilità del campo magnetico; sua divergenza e rotore. Potenziale vettore.
- Induzione magnetica. Circuiti in moto in campo magnetico; legge di Faraday. Induttanza. Energia del campo magnetico. Circuiti LRC. Applicazioni: linee di alta tensione, radio.
- Equazioni di Maxwell. Correnti dipendenti dal tempo. Onde elettromagnetiche. Vettore di Poynting. Notazione relativisticamente covariante per il campo elettromagnetico e per le equazioni di Maxwell. Calcolo esterno e spaziotempo.

Prerequisiti

Fisica I, Analisi I, Analisi II.

Modalità didattica

Lezioni frontali (6CFU), esercitazioni (2CFU)

Materiale didattico

Dispense disponibili presso <https://www.dropbox.com/s/s2kvegmy9t0xc5t/EM.pdf?dl=0>

D. J. Griffiths, Introduction to electrodynamics. Prentice Hall, 1999.

E. M. Purcell and D. J. Morin, Electricity and magnetism. Cambridge University Press, 2013.

Periodo di erogazione dell'insegnamento

primo semestre.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Scritto e orale, di uguale peso nella valutazione finale; non necessariamente da sostenere nello stesso appello.

Scritto: quattro esercizi, tre ore. Ammissione all'orale con 14/30. Sarà valutata soprattutto la correttezza del ragionamento e dell'impostazione.

Orale: domande aperte sui contenuti del corso, non legate alla prova scritta. Sarà valutata la conoscenza della teoria.

Orario di ricevimento

su appuntamento.

FISICA MATEMATICA (2018/2019)

Docente: Giovanni Ortenzi

Obiettivi

Apprendere i metodi alla base delle soluzioni delle equazioni differenziali alle derivate parziali della Fisica Matematica.

Contenuti sintetici

Introduzione alle classiche equazioni a derivate parziali della fisica matematica e ai modelli fisici da esse rappresentati: equazione di Laplace, equazione del calore, equazione delle onde. Metodi di soluzione.

Programma esteso

- Introduzione alle equazioni alle derivate parziali.
 - Equazioni di Maxwell, equazione del trasporto ed equazioni di Eulero.
- Equazione del trasporto
 - Caratteristiche e soluzione del problema ai dati iniziali
- Equazione delle onde
 - Deduzione da modelli fisici (D'Alembert e Lagrange)
 - Caratteristiche e cono causale.
 - Dipendenza dalle dimensioni dello spazio: principio di Huygens e soluzione di Kirchhoff
 - Invarianza di Lorentz
 - Effetti di sorgenti e bordi (Neumann e Dirichlet)
 - Buona positura
- Equazione del calore (diffusione)
 - Deduzione da modelli fisici (legge di Fick e derivazione probabilistica alla Einstein)
 - Soluzioni autosimilari
 - Soluzione fondamentale e soluzione del problema ai dati iniziali
 - Principio del massimo debole
 - Effetti di sorgenti e bordi (Neumann e Dirichlet)
 - Buona positura
- Confronto tra equazione delle onde e del calore.
 - Nozione di relazione di dispersione.
 - Cenni all'equazione di Schroedinger.
- Equazione di Laplace
 - Soluzioni radiali
 - Prima e seconda identità di Green
 - Proprietà della media per funzioni armoniche
 - Principio del massimo forte per funzioni armoniche
 - Principio di Dirichlet
 - Condizioni al bordo di Neumann (condizioni di compatibilità) e Dirichlet
 - Equazione di Poisson: formula di rappresentazione e soluzione generale

- Funzioni di Green
- Metodo delle cariche immagine
- Distribuzioni
 - Definizione e proprietà fondamentali
 - Delta di Dirac e funzioni di Green
 - Metodo della trasformata di Fourier per calcolo di propagatori
 - Soluzioni deboli
- Equazione di Burgers-Hopf
 - Caratteristiche e problema ai dati iniziali.
 - Shock e loro regolarizzazione.

Prerequisiti

Fondamenti dell'analisi classica (I & II). Elementi della geometria degli spazi euclidei finito dimensionali.
Fondamenti di Fisica (I & II)

Modalità didattica

Lezioni frontali ed esercitazioni.

Materiale didattico

Testo di riferimento:

W. Strauss Partial differential equations, Wiley&Sons

Testi consigliati:

S.Salsa Partial differential equations in action, Springer

L.C. Evans, Partial differential equations, AMS

Periodo di erogazione dell'insegnamento

2° semestre

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Esame orale: soluzione di esercizi, enunciati e dimostrazioni di teoremi, esempi importanti, derivazione fisica di equazioni, soluzione di esercizi proposti durante il corso.

Cinque appelli (gennaio-febbraio , giugno, luglio, settembre)

Orario di ricevimento

Su appuntamento.

GEOMETRIA I (2019/2020)

Docente: Alberto Della Vedova

Obiettivi

In linea con gli obiettivi formativi del Corso di Studio, lo scopo di questo insegnamento è trasmettere conoscenze basilari nell'ambito della topologia generale e della geometria degli spazi euclidei e proiettivi, sviluppare competenze utili ad analizzare e comprendere risultati fondamentali e tecniche dimostrative tipiche della teoria, maturare abilità nella risoluzione di esercizi e nell'affrontare problemi.

Contenuti sintetici

Saranno illustrati i fondamenti della topologia generale e si accenneranno alcuni aspetti della geometria degli spazi euclidei e proiettivi.

Programma esteso

Spazi topologici e applicazioni continue. Spazi metrici e loro topologia. Strutture topologiche. Base di una topologia. Sottoinsiemi di uno spazio topologico. Funzioni continue e omeomorfismi.

Esempi di spazi topologici. Sottospazi. Prodotti. Quozienti.

Proprietà topologiche. Proprietà di separazione e spazi di Hausdorff. Compattezza. Compattezza e completezza in spazi metrici. Connessione. Connessione per archi. Locale euclideanità e cenni alle varietà topologiche.

Spazi euclidei e spazi proiettivi. Cenni sulla geometria degli spazi euclidei e degli spazi proiettivi.

Prerequisiti

Continuità e limiti per funzioni dalla retta reale in sé. Algebra lineare.

Modalità didattica

Lezioni frontali in aula nelle quali sarà illustrata la teoria discutendo risultati, esempi e controesempi rilevanti, intervallate da altre lezioni frontali mirate a sviluppare abilità nel risolvere esercizi e affrontare problemi.

Materiale didattico

Testo di riferimento:

- E. Sernesi, Geometria, vol. I-II. Bollati-Boringhieri (1989, 1994).

Lettere consigliate:

- C. Kosniowski, Introduzione alla topologia algebrica. Zanichelli (1988).
- J. R. Munkres, Topology, 2nd edition. Prentice Hall (2000).
- M. Manetti, Topologia, 2a edizione. Springer-Verlag (2014).

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Secondo semestre.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

- L'esame è strutturato in tre prove.

Prova teorica - Si deve rispondere a dieci domande a risposta multipla. La valutazione avviene assegnando 3 punti per una risposta corretta, -1 punto per una risposta errata, 0 punti per una domanda lasciata senza risposta. Questa prova si intende superata ottenendo un punteggio non inferiore a 15.

Prova scritta - Si devono risolvere alcuni esercizi (simili a quelli svolti nelle esercitazioni) in 120 minuti. La prova è valutata in trentesimi, sulla base della completezza, della correttezza, del rigore e della chiarezza delle soluzioni. Questa prova si intende superata ottenendo un punteggio non inferiore a 15.

La prova teorica e la prova scritta si svolgono nello stesso giorno, una di seguito all'altra.

Prova orale - Si deve rispondere a domande su argomenti trattati durante il corso o sugli esercizi della prova scritta, insistendo sui punti poco chiari. Per essere ammessi alla prova orale è necessario avere ottenuto almeno 15 punti sia nella prova teorica che nella prova scritta. Di ogni risposta saranno valutati la completezza, la correttezza, il rigore e la chiarezza. Il voto proposto al termine della prova orale terrà conto dei punteggi ottenuti nelle prove scritte e costituisce il voto finale dell'esame.

- Sono previsti esoneri da alcune prove.

Esonero dalla prova orale - Chi nella prova teorica e scritta ottiene punteggi T e S non inferiori a 20 può evitare la prova orale e verbalizzare direttamente il voto minimo tra $(T+S)/2$ e 27. Si noti che senza la prova orale non è possibile verbalizzare un voto maggiore di 27, anche se per esempio $T=S=30$.

Esonero dalle prove teorica e scritta - Durante il corso sono previste prove parziali che, se superate, permettono di sostenere direttamente la prova orale in uno dei primi due appelli d'esame. Il fallimento della prova orale o la mancata verbalizzazione del voto finale comporta di dover ripetere l'esame comprese le prove teorica e scritta.

- Le prove teorica e scritta, se superate entrambe, permettono di sostenere la prova orale nell'appello in cui sono state affrontate o in quello immediatamente successivo.

Orario di ricevimento

Su appuntamento.

GEOMETRIA II (2019/2020)

Docenti: Sonia Brivio, Roberto Paoletti

Obiettivi

Lo scopo dell'insegnamento è introdurre la teoria e l'utilizzo delle forme differenziali e della loro integrazione nel contesto degli spazi euclidei e dei loro sottoinsiemi aperti, come premessa della generalizzazione alle varietà differenziali.

Le forme differenziali sono uno strumento pervasivo e di importanza fondamentale in Geometria, Topologia Differenziale e Analisi. La teoria verrà sviluppata dai suoi principi primi algebrici, ossia dalla nozione di tensore in algebra lineare.

I risultati di apprendimento attesi includono:

- Conoscenze: la conoscenza e la comprensione delle definizioni e degli enunciati fondamentali, nonché delle strategie di dimostrazione basilari utilizzate nella teoria delle forme differenziali; la conoscenza e la comprensione di alcune sue applicazioni, in particolare allo studio di mappe lisce proprie tra aperti in spazi euclidei e del loro grado; la conoscenza e la comprensione di alcuni esempi chiave in cui si esplica la teoria;
- Capacità: la capacità di applicare le conoscenze astratte acquisite alla risoluzione di semplici esercizi di calcolo e problemi teorici, richiamando in modo corretto e conseguente i risultati utilizzati; la capacità di maneggiare il calcolo algebrico, differenziale e integrale delle forme differenziali e di utilizzarlo nello studio di alcune semplici situazioni concrete, quali lo studio di mappe proprie; la capacità di applicare il bagaglio concettuale appreso alla costruzione e discussione di esempi concreti e alla risoluzione di esercizi; la capacità di esporre, comunicare e argomentare in modo chiaro, pertinente e preciso i contenuti teorici del corso.

Contenuti sintetici

Algebra multilineare alternante; forme differenziali sullo spazio euclideo e loro operazioni; Lemma di Poincaré; applicazioni alla fisica; integrazione; cambiamento di variabili; grado di una mappa liscia propria tra aperti euclidei e sue applicazioni; Teoremi di Gauss-Green e Stokes; teoria di De Rham (brevi cenni).

Programma esteso

Algebra esterna di uno spazio vettoriale e sue operazioni; prodotto esterno e contrazioni; spazi vettoriali orientati euclidei e loro elementi di volume; campi vettoriali e forme differenziali; differenziale esterno; forme chiuse e forme esatte; numero di avvolgimento e applicazioni; gradiente, rotore, divergenza; forme differenziali e mappe lisce: tirato-indietro; integrazione; integrazione e omotopia; formula del cambiamento di variabili; Lemma di Poincaré; Lemma di Poincaré a supporto compatto; integrazione su sottovarietà orientate; Teoremi di Gauss-Green e Stokes; grado di una mappa liscia propria tra aperti di uno spazio euclideo e tecniche di calcolo; invarianza per omotopie proprie lisce; applicazioni: il Teorema Fondamentale dell'Algebra e il Teorema del Punto Fisso di Brower.

Prerequisiti

Il contenuto dei corsi di Geometria I, di Analisi I e (in parte) II, di Algebra Lineare e Geometria.

Modalità didattica

Lezioni frontali: 6 cfu; esercitazioni: 2 cfu.

Materiale didattico

Testi di riferimento: appunti del docente su e-learning

Lecture consigliate:

un testo particolarmente attinente al contenuto del corso è il seguente:

- V. Guillemin and P. Haine, Differential forms, World Scientific 2019

Altre letture consigliate sono:

- M. Do Carmo, Differential forms and applications, Springer Verlag 1996;
- V. Guillemin, A. Pollack, Differential Topology 1974;
- W. Fulton, Differential Topology, a first course, Springer Verlag 1995.

Periodo di erogazione dell'insegnamento

II semestre

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Durante lo svolgimento del corso, verranno offerte due prove scritte in itinere, attinenti alla prima metà e alla seconda metà del corso rispettivamente. Ogni prova in itinere consisterà di una combinazione flessibile ma bilanciata di esercizi computazionali e di domande teoriche. Gli esercizi computazionali e le domande teoriche di ciascuna prova in itinere sono sulla falsariga di quanto viene proposto nelle prove pratiche e teoriche degli appelli regolari (vedasi descrizione qui sotto), salvo essere incentrati su una sola metà del corso.

Le due prove in itinere contribuiranno in egual misura alla formazione del voto finale. Per superare l'esame mediante le prove in itinere, lo studente deve ottenere la sufficienza (18/30) in entrambe.

Gli studenti che non superano l'esame mediante le prove in itinere potranno sostenere gli appelli regolari, ciascuno dei quali consiste di due prove scritte, una 'pratica' e una 'teorica'. Ciascuna delle due prove scritte degli appelli regolari verte sull'intero programma del corso. Nella prova pratica, verranno sottoposti agli studenti degli esercizi computazionali, mentre nella prova teorica verranno proposte delle domande su definizioni, enunciati di teoremi, dimostrazioni, costruzione di esempi e controesempi e semplici problemi teorici.

Nelle prove pratiche verrà valutata la capacità dello studente di maneggiare con padronanza e precisione il formalismo introdotto e di utilizzarlo per eseguire semplici calcoli, nonché di mettere all'opera le conoscenze teoriche trasmesse, richiamandole in modo preciso e pertinente.

Nelle prove teoriche verranno valutate la conoscenza e la comprensione dell'impianto concettuale del corso, nonché la capacità di organizzare in modo lucido, efficace e ben strutturato un'esposizione coerente e puntuale.

Per superare l'esame negli appelli regolari, lo studente deve prima superare una prova pratica, ottenendo una votazione di almeno 18/30, quindi ottenere la sufficienza di 18/30 anche nella prova teorica del medesimo appello ovvero, a sua scelta, dell'appello immediatamente successivo. La prova pratica e quella

teorica concorrono in egual misura al voto finale.

A ogni esercizio/quesito (o problema) teorico di ciascuna prova verrà attribuito un punteggio parziale massimo, in ragione della sua difficoltà e lunghezza; nella valutazione dello studente verrà assegnato un punteggio in corrispondenza di ogni esercizio/quesito (o problema) teorico non superiore a quello massimo previsto, in ragione dell'esattezza, della completezza, del rigore, della chiarezza e dell'organicità dello svolgimento.

La durata di ciascuna prova è generalmente di tre ore.

Orario di ricevimento

Su appuntamento

GEOMETRIA III (2019/2020)

Docenti: Diego Conti, Roberto Paoletti

Obiettivi

Lo scopo dell'insegnamento è introdurre lo studente allo studio degli spazi topologici mediante il più basilare invariante algebrico ad essi associato, ossia il primo gruppo fondamentale, e alla teoria e utilizzo delle forme differenziali e della loro integrazione nel contesto delle varietà differenziali, un ambito ben più generale e flessibile di quello considerato nel corso di Geometria II.

I risultati di apprendimento attesi includono:

- **Conoscenze:** la conoscenza e la comprensione delle definizioni e degli enunciati fondamentali, nonché delle strategie di dimostrazione basilari utilizzate in nella teoria del primo gruppo fondamentale e delle forme differenziali; la conoscenza e la comprensione di alcune sue applicazioni, in particolare allo studio di mappe lisce proprie tra varietà differenziali e del loro grado; la conoscenza e la comprensione di alcuni esempi chiave in cui si esplica la teoria;
- **Capacità:** la capacità di applicare le conoscenze astratte acquisite alla risoluzione di semplici esercizi di calcolo e problemi teorici, richiamando in modo corretto e conseguente i risultati utilizzati; la capacità di maneggiare il calcolo algebrico, differenziale e integrale delle forme differenziali e di utilizzarlo nello studio di alcune semplici situazioni concrete, quali lo studio del gruppo fondamentale di alcuni semplici spazi e di mappe proprie lisce tra varietà differenziali; la capacità di applicare il bagaglio concettuale appreso alla costruzione e discussione di esempi concreti e alla risoluzione di esercizi; la capacità di esporre, comunicare e argomentare in modo chiaro, pertinente e preciso i contenuti teorici del corso.

Contenuti sintetici

Rivestimenti topologici e primo gruppo fondamentale; varietà differenziali, fibrati tangenti, differenziale; campi vettoriali e loro flussi; forme differenziali; Teoremi di Gauss-Green e Stokes; teoria di De Rham (brevi cenni); teoria del grado.

Programma esteso

Rivestimenti topologici e primo gruppo fondamentale; teoremi di sollevamento; teorema di Seifert-Van Kampen; varietà differenziali; campi vettoriali e fibrati tangenti; forme differenziali; tirato indietro e differenziale esterno; derivata di Lie e formula magica di Cartan; varietà orientate e teoria dell'integrazione; domini lisci e Teorema di Stokes; mappe proprie e loro grado; omotopie proprie; applicazioni (esempio: ritrazioni, campi vettoriali su sfere).

Prerequisiti

Il contenuto dei corsi di Geometria I e II, di Analisi I e (in parte) II, di Algebra Lineare e Geometria.

Modalità didattiche

Lezioni frontali: 6 cfu;

Materiale didattico

Due testi particolarmente attinenti al contenuto del corso sono i seguenti:

- W. Fulton, Algebraic Topology, a first course, Springer Verlag 1995
- V. Guillemin and P. Haine, Differential forms, World Scientific 2019

Altre letture consigliate sono:

- M. Do Carmo, Differential forms and applications, Springer Verlag 1996;
- V. Guillemin, A. Pollack, Differential Topology 1974;

Periodo di erogazione dell'insegnamento

II semestre

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Durante lo svolgimento del corso, verranno offerte due prove in itinere, attinenti alla prima e alla seconda metà del corso, rispettivamente, ciascuna delle quali consisterà in una combinazione flessibile ma bilanciata di esercizi computazionali e domande teoriche, sulla falsariga di quanto viene proposto nelle prove degli appelli regolari (vedasi descrizione qui sotto). Le domande teoriche verteranno su definizioni, enunciati di teoremi, dimostrazioni, costruzione di esempi e controesempi e semplici problemi teorici. Per superare l'esame mediante le prove in itinere, lo studente deve ottenere la sufficienza (18/30) in entrambe. Le due prove in itinere contribuiranno in egual misura alla formazione del voto finale.

Gli studenti che non superano l'esame mediante le prove in itinere potranno sostenere gli appelli regolari. In occasione di ogni sessione d'esame, verranno offerte due prove scritte, attinenti, come le prove in itinere alla prima metà e alla seconda metà del corso, rispettivamente e strutturate nello stesso modo. Ogni prova scritta consisterà quindi di una combinazione flessibile ma bilanciata di esercizi computazionali e di domande teoriche.

Attraverso gli esercizi computazionali, verrà valutata la capacità dello studente di maneggiare con padronanza e precisione il formalismo introdotto e di utilizzarlo per eseguire semplici calcoli, nonché di mettere all'opera le conoscenze teoriche trasmesse, richiamandole in modo preciso e pertinente.

Attraverso le domande teoriche verranno valutate la conoscenza e la comprensione dell'impianto concettuale del corso, nonché la capacità di organizzare in modo lucido, efficace e ben strutturato un'esposizione coerente e puntuale.

Per superare l'esame negli appelli regolari, lo studente ottenere la sufficienza di 18/30 in ciascuna delle due prove scritte. Non è necessario che le prove vengano superate nel medesimo appello d'esame. E' altresì consentito superare una delle due prove in corrispondenza di una prova in itinere e un'altra in occasione di un appello regolare.

A ogni esercizio/quesito (o problema) teorico di ciascuna prova verrà attribuito un punteggio parziale massimo, in ragione della sua difficoltà e lunghezza; nella valutazione dello studente verrà assegnato un punteggio in corrispondenza di ogni esercizio/quesito (o problema) teorico non superiore a quello massimo previsto, in ragione dell'esattezza, della completezza, del rigore, della chiarezza e dell'organicità dello svolgimento.

L'esatta suddivisione del corso nelle due parti verrà comunicata durante lo stesso e con ampio anticipo rispetto alle prove.

Orario di ricevimento

Su appuntamento

LABORATORIO DI MATEMATICA E INFORMATICA (2019/2020)

Docente: Fabio Sartori

Obiettivi

Coerentemente con gli obiettivi formativi del Corso di Studio, l'insegnamento si propone di fornire allo studente le *conoscenze di base* riguardanti l'architettura dei sistemi informatici e delle reti di calcolatori, come pure i possibili paradigmi di programmazione. Verranno altresì fornite le *competenze* necessarie a identificare algoritmi risolutivi a semplici problemi e codificarli in linguaggio di programmazione Java, secondo il paradigma della programmazione imperativa.

Contenuti sintetici

Architettura di Von Neumann. Componenti e funzionalità di un sistema operativo. Cenni alle reti di calcolatori. Linguaggi di Programmazione. Programmazione strutturata in Java.

Programma esteso

Programma: Architettura dei sistemi informatici

- Cenni di architettura dei calcolatori e codifica dell'informazione
- Cenni di sistemi operativi
- Cenni di reti di telecomunicazioni

Prerequisiti

Nessuno

Modalità didattica

- Lezione frontale, 4 cfu
- Laboratorio frontale 2 cfu

Materiale didattico

Tutte le informazioni sul corso, le slide presentate a lezione e le esercitazioni da svolgere in laboratorio verranno fornite tramite la piattaforma elearning di ateneo all'indirizzo elearning.unimib.it.

Testo di riferimento:

W. Savitch: "Programmazione di base e avanzata con Java", a cura di Daniela Micucci, 2° edizione, Pearson

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Secondo semestre

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Modalità dell'esame

Prova scritta e prova orale facoltativa (a richiesta dello studente). Valutazione con voto in trentesimi 18-30/30. La prova orale, che può riguardare sia domande teoriche che svolgimento di esercizi pratici di

programmazione, ha peso inferiore alla prova scritta, determinando un incremento massimo di 4 punti rispetto al risultato della prova scritta ed è necessaria per l'ottenimento della lode.

La prova scritta è divisa in due parti: nella prima si valutano, attraverso una serie di domande a risposta chiusa, le conoscenze dei fondamenti teorici della programmazione strutturata; nella seconda, si valuta, attraverso l'implementazione di un semplice programma software, la capacità di realizzare in pratica un programma in grado di risolvere correttamente un semplice problema applicativo, rispondendo alle specifiche del problema da risolvere e rispettando i principi della programmazione presentati a lezione, senza generare errori (di compilazione, a runtime o logici).

La media aritmetica (eventualmente pesata) dei voti conseguiti nelle due parti definisce il voto proposto allo studente, che, se sufficiente, ha la facoltà di accettarlo o modificarlo attraverso lo svolgimento di un orale integrativo (eventualmente peggiorandolo nel caso la prova orale non sia soddisfacente). La prova orale può essere sostenuta solo in caso di sufficienza piena. Il docente si riserva la facoltà di richiedere un supplemento di indagine, attraverso una prova orale obbligatoria, nei casi in cui la prova scritta, pur essendo valutata sufficiente, presenti delle criticità: ad esempio, insufficienza nella parte teorica e parte pratica molto soddisfacente, o viceversa.

Nel corso dell'anno sono previsti 5 appelli d'esame nei seguenti periodi: uno nel mese di giugno, uno a luglio, uno a settembre, uno a novembre e uno a gennaio. Durante il periodo del corso si tengono due prove scritte parziali che, in caso di esito complessivo positivo, permetteranno di verbalizzare il voto o sostenere la prova orale integrativa nel mese di giugno.

Orario di ricevimento

Giovedì, dalle 11 alle 12 o su appuntamento

SISTEMI DINAMICI E MECCANICA CLASSICA (2019/2020)

Docente: Paolo Lorenzoni

Obiettivi

L'insegnamento si propone di presentare le idee fondamentali della Meccanica Classica, dalla formulazione di Galileo e Newton a quella di Lagrange, Hamilton e Jacobi e di fornire gli strumenti matematici necessari alla loro comprensione.

I risultati di apprendimento attesi includono:

- La conoscenza e la comprensione delle definizioni e degli enunciati fondamentali delle diverse formulazioni della Meccanica Classica.
- La conoscenza e la comprensione di alcuni esempi chiave (oscillatore armonico, problema di Keplero, trottola di Lagrange);
- La capacità di applicare le conoscenze astratte acquisite alla risoluzione di esercizi. In particolare la capacità di dedurre le equazioni di Lagrange/Hamilton di un sistema vincolato, la capacità di ridurre i gradi di libertà in presenza di simmetrie e la capacità in alcuni casi semplici di discutere qualitativamente il comportamento delle soluzioni delle equazioni del moto e/o di ridurre la loro soluzione a quadrature.

Contenuti sintetici

Richiami di meccanica newtoniana. Equazioni differenziali e loro studio qualitativo. Il principio di D'Alembert e la meccanica di Lagrange. Il problema a due corpi. Il corpo rigido. La meccanica Hamiltoniana. Trasformazioni canoniche e metodo di Hamilton-Jacobi

Programma esteso

1. Richiami di teoria delle equazioni di differenziali. Campi vettoriali e sistemi di equazioni di differenziali del prim'ordine. Rettificazione di un campo vettoriale. Punti di equilibrio di un sistema autonomo e loro stabilità. Linearizzazione di sistemi nonlineari vicino a un punto di equilibrio. Sistemi a un grado di libertà: curve di livello dell'energia.
2. Meccanica lagrangiana. Equazioni di Eulero-Lagrange. Punto materiale vincolato ad una curva regolare. Punto materiale vincolato ad una superficie regolare. Il principio di D'Alembert per vincolo olonomi. Punti di equilibrio e piccole oscillazioni. Formulazione variazionale delle equazioni di Eulero-Lagrange. Gruppi ad un parametro di diffeomorfismi e simmetrie. Il teorema di Noether. Il problema a due corpi. Le leggi di Keplero.
3. Matrice di transizione e velocità angolare. Sistemi di riferimento inerziali e non inerziali. Meccanica del corpo rigido. L'operatore di inerzia. Il teorema di König. Le equazioni di Eulero per il corpo rigido. Gli angoli di Eulero e la trottola di Lagrange.
4. Meccanica hamiltoniana. La trasformata di Legendre. Le equazioni di Hamilton. Parentesi di Poisson di funzioni e di Lie. Simmetrie e leggi di conservazione in meccanica hamiltoniana. Il teorema di Liouville. Formulazione variazionale delle equazioni di Hamilton. Trasformazioni canoniche e metodo di integrazione di Jacobi. Separazione delle variabili nell'equazione di Hamilton-Jacobi. Il caso delle coordinate sferiche, paraboliche ed ellittiche.

Prerequisiti

Analisi I, Algebra Lineare e Geometria, Fisica I.

Modalità didattica

- Lezione frontale, 8 CFU
- Esercitazione, 4 CFU

Materiale didattico

Il corso si basa su delle dispense fornite dal docente.

Si consigliano anche i testi:

1. V. I. Arnold, Metodi matematici della meccanica classica, Editori Riuniti.
2. S. Benenti, Modelli matematici della Meccanica, Quaderni di matematica per le scienze applicate. Celid
3. A. Fasano e S. Marmi Meccanica Analitica Bollati-Boringhieri 2002.
4. L.D. Landau. E. M. Lifshits, Meccanica, Editori Riuniti.
- 5 N.M.J. Woodhouse, Introduction to analytical dynamics, Oxford Science Publications. The Clarendon Press, Oxford University Press, New York, 1987.

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Secondo semestre.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

L'esame è costituito da una prova scritta ed una prova orale.

La prova scritta consiste nello svolgimento di tre esercizi (un sistema dinamico nel piano, un esercizio di Meccanica Lagrangiana ed un esercizio di Meccanica Hamiltoniana). La durata della prova è tipicamente di due ore e mezza. Risposte corrette senza adeguate spiegazioni per motivare i risultati ottenuti non verranno valutate a pieni voti. L'ammissione all'orale richiede un voto nella prova scritta non inferiore a 15/30.

La prova orale richiede la conoscenza e la dimostrazione dei teoremi svolti a lezione e la capacità di illustrarne il contenuto mediante esempi significativi. Oltre alla conoscenza dei contenuti teorici del corso verrà valutata la capacità di presentarli in modo ben strutturato e coerente.

La prova scritta e la prova orale contribuiscono in egual misura alla determinazione del voto finale. La prova orale deve essere sostenuta nella stessa sessione d'esame in cui è stata sostenuta la prova scritta o in quella successiva.

Durante lo svolgimento del corso, verranno offerte due prove scritte in itinere, attinenti alla prima metà e alla seconda metà del corso rispettivamente. Gli studenti che superano entrambe le prove con un voto non inferiore a 15/30 sono ammessi alla prova orale. In questo caso la prova orale va sostenuta entro l'appello di settembre.

Orario di ricevimento

Su appuntamento.

STATISTICA MATEMATICA (2019/2020)

Docente: Daniela Bertacchi

Obiettivi

Conoscere e comprendere gli strumenti di base della statistica inferenziale.

Essere in grado di applicare tali conoscenze a situazioni in cui si ha un campione di osservazioni, al fine di fornire, dopo una opportuna scelta del modello aleatorio, stime su parametri incogniti e opinioni motivate sulle proprietà di tali parametri.

Contenuti sintetici

Modelli statistici. Statistica inferenziale: stimatori, intervalli di confidenza, test d'ipotesi.

Programma esteso

Il programma è uguale per frequentanti e non frequentanti.

Introduzione alla statistica

1. Popolazione obiettivo, campione casuale. Problema del campionamento. Statistica. Densità dipendenti da parametri incogniti.

Stime puntuali di parametri

1. Stimatore, stimatore non distorto, errore quadratico medio, consistenza in media quadratica, condizione necessaria e sufficiente per la consistenza in media quadratica di una successione di stimatori.
2. Stimatori per i momenti di una VA: momenti campionari. Media campionaria.
3. Stimatore non distorto della varianza: varianza campionaria.
4. Metodo dei momenti per la costruzione di stimatori.
5. Funzione di verosimiglianza. Stimatore di massima verosimiglianza.
6. Stimatore UMVUE; limite inferiore della varianza (disuguaglianza di Cramér-Rao).
7. Proprietà di invarianza degli stimatori di massima verosimiglianza. Proprietà asintotiche degli stimatori di massima verosimiglianza.
8. Campionamento da v.a. Normali: legge della media campionaria. Legge del quadrato di una Normale(0,1): legge chi quadro a 1 grado di libertà. Legge della somma dei quadrati di normali standard indipendenti: legge chi quadro a k gradi di libertà. Legge della varianza campionaria di un campione normale. Legge t di Student.

Stime intervallari

1. Intervalli di confidenza: definizione, livello di confidenza.
2. Intervalli per la media di popolazione normale (varianza nota o incognita).
3. Intervalli per la varianza di popolazione normale (media nota o incognita).
4. Quantità pivotale e suo utilizzo per il calcolo di intervalli di confidenza.
5. Intervalli di confidenza per grandi campioni (in particolare per frequenze ovvero parametri di Bernoulli).
6. Quantità pivotale per campioni provenienti da legge assolutamente continua.

Test d'ipotesi

1. Test per un'ipotesi statistica; test non casualizzato e regione critica. Livello di significatività, p-value. Test uniformemente più potente di livello fissato.
2. Test per una media di popolazione normale (varianza nota oppure ignota).
3. Test per la varianza di una popolazione normale (media nota o ignota).
4. Test per differenza di medie per popolazioni normali.
5. Confronto fra intervalli e test.
6. Test su una frequenza e su due frequenze (campione numeroso).
7. Test del rapporto di verosimiglianza semplice e generalizzato. Teorema di Neyman-Pearson.
8. Test chi quadrato di Pearson per l'adattamento (con o senza parametri stimati).
9. Test chi quadrato di Pearson per l'indipendenza.

Regressione lineare

1. Regressione lineare semplice e multipla: definizione, interpretazione, test.

Prerequisiti

Analisi matematica I e II, in particolare calcolo integrale.

Probabilità di base: leggi di variabili aleatorie discrete e continue. Valore atteso e varianza. Legge di funzioni di variabili aleatorie. Indipendenza. Convergenza di successioni di variabili aleatorie.

Modalità didattica

Lezioni ed esercizi in aula. Gli studenti sono invitati ad esercitarsi a casa con gli esercizi che vengono forniti tramite la piattaforma elearning.

Materiale didattico

Libro di testo:

Introduzione alla statistica di A.M.Mood, F.A.Graybill, D.C.Boes, 1991, McGraw-Hill Italia, ISBN: 9788838606618

Altro materiale: slide delle lezioni e degli esercizi su elearning.unimib.it

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Secondo semestre.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Esame scritto con:

1. domande a scelta multipla (sui concetti teorici descritti nel corso)
2. domande a risposta aperta (sui concetti teorici descritti nel corso, ivi comprese le richieste di enunciare una definizione e/o enunciare e dimostrare teoremi)
3. esercizi scritti: applicazione dei concetti teorici e di tecniche analoghe agli esercizi proposti a lezione e per casa.

La composizione dello scritto può variare nelle proporzioni delle tre parti da un appello all'altro, rimanendo comunque tutte e tre sempre rappresentate. Lo scritto ha di norma una durata da un minimo di 1h30' a un massimo di 2h20' (in dipendenza dalla lunghezza dei quesiti). Nelle domande a risposta multipla è valutata la capacità di discernere risposte corrette da risposte errate, nonché la capacità di

discernere se e quando certe proprietà degli oggetti studiati siano valide oppure no. Nel resto dell'esame scritto sono valutate l'esattezza delle risposte, la chiarezza espositiva, la completezza delle stesse. Si valuta anche la capacità di argomentare e discernere quando certi metodi di inferenza statistica sono più appropriati e quando invece costituiscono solo un metodo approssimativo.

L'orale è a richiesta del docente e/o dello studente ed è un colloquio sullo scritto, sugli argomenti svolti a lezione ed eventualmente di approfondimento sulla parte della regressione lineare. Nell'orale sono valutate le stesse qualità delle risposte che sono valutate nello scritto. Gli studenti con votazione insufficiente ma maggiore o uguale a 16/30 nello scritto possono richiedere di sostenere l'orale, così come tutti gli altri studenti con votazione sufficiente. In caso di sostenimento della prova orale, il peso dello scritto è di 3/4 e quello dell'orale di 1/4. Di norma i voti sufficienti (compreso il massimo dei voti) possono essere confermati senza prova orale, fermo restando la facoltà del docente di chiedere una prova orale in tutte le situazioni in cui ravvisi la necessità di chiarimenti riguardo alla prova scritta.

Ci sono due prove intermedie, che suddividono il programma del corso in due parti. Gli studenti frequentanti possono scegliere di sostenere queste due prove al posto dell'esame finale. Il voto medio delle due prove sostituisce in tal caso il voto dell'esame scritto. Le due prove sono usualmente in aprile e giugno.

Nel corso dell'anno sono previsti 5 appelli d'esame, solitamente nei mesi di giugno, luglio, settembre, novembre e gennaio (oppure febbraio).

Orario di ricevimento

Su appuntamento.

TEORIA DELLA MISURA (2019/2020)

Docente: Luigi Fontana

Obiettivi

Obiettivi formativi

Competenze: Gli studenti devono acquisire una buona conoscenza di base delle idee, delle tecniche e delle applicazioni della teoria della misura e dell'integrazione.

Capacità: Gli studenti dovranno capire e saper esporre, con proprietà di linguaggio e rigore, le definizioni, i teoremi e le dimostrazioni principali. Dovranno inoltre saper usare quanto appreso per risolvere gli esercizi e i problemi proposti durante il corso e all'esame. Infine dovranno essere pronti ad applicare le idee e le tecniche imparate in questo corso ai numerosi altri ambiti matematici e scientifici in cui esse giocano un ruolo.

Contenuti sintetici

- Problemi dell'integrale di Riemann rispetto al passaggio al limite.
- Algebre, sigma-algebre e misure. Funzioni misurabili.
- Misure esterne, premisure, teorema di estensione. Misure di Borel e Lebesgue.
- Integrazione astratta. Teoremi di convergenza
- Integrazione in più variabili. Teorema di Fubini-Tonelli. Cambio di variabili.
- Completezza di L^1 .

Programma esteso

1. Integrale di Riemann (richiami). Sue limitazioni e i problemi con il passaggio al limite. Necessità di un integrale più adatto alle operazioni di limite. Una strategia e un ostacolo, l'insieme di Vitali.
2. Teoria della misura astratta. Algebre, sigma-algebre e misure. Proprietà di base ed esempi. Misure complete. La sigma-algebra di Borel. Sigma-algebra prodotto. Funzioni misurabili. Funzioni semplici. Misurabilità del limite puntuale di una successione di funzioni misurabili. Funzioni misurabili come limite puntuale di funzioni semplici.
3. Come costruire le misure "importanti". Misure esterne. Una procedura standard per costruire misure esterne. Condizione e teorema di Caratheodory. Premisure e teorema di estensione. Misure di Borel e di Lebesgue.
4. Integrazione astratta. Definizione di integrale per le funzioni non negative. Teorema di convergenza monotona, Lemma di Fatou. Integrazione delle funzioni a valori complessi. Teorema di convergenza dominata.
5. Integrazione in più variabili. Teorema di Fubini-Tonelli. Cambio di variabili.
6. Completezza di L^1 .

Prerequisiti

I corsi di Analisi I e II. È utile una buona conoscenza della topologia generale e una certa familiarità con

l'algebra.

Modalità didattica

Lezioni frontali.

Materiale didattico

Appunti del docente, temi d'esame e materiale didattico degli anni precedenti.

Principale testo di riferimento: Folland, Real Analysis, Wiley

Altri testi:

- Ambrosio - Da Prato - Mennucci, Introduction to Measure Theory and Integration, Edizioni della Normale.
- Rudin, Real and Complex Analysis,
- Stein - Shakarchi, Real Analysis, Measure Theory, Integration and Hilbert spaces, Princeton

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Secondo semestre. Marzo-Giugno 2019.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

L'esame consiste di uno scritto composto da esercizi il cui scopo è di verificare la conoscenza della disciplina e la capacità di utilizzarla per risolvere problemi, e di un orale in cui si discuterà lo scritto, si verificherà la conoscenza dei teoremi principali e delle loro dimostrazioni nonché la capacità di esporli in modo chiaro. E' necessario superare lo scritto per essere ammessi all'orale. Lo scritto si considera superato se si ottiene un voto almeno pari a 18. In tal caso si può sostenere la prova orale anche in un appello successivo, purchè all'interno dell'anno accademico. Si viene ammessi all'orale anche con i voti 15, 16, 17, ma in tal caso si dovrà affrontare la prova orale nello stesso appello.

Per superare l'esame lo studente dovrà conoscere e saper usare i teoremi, avere un quadro sufficientemente chiaro e preciso della teoria astratta della misura e dell'integrazione e delle misure di Borel e Lebesgue in una e più dimensioni. Il voto sarà tanto più alto quanto meglio lo studente saprà enunciare, usare e dimostrare i teoremi più importanti.

La prova scritta e quella orale concorrono in uguale misura nella determinazione del voto finale.

Nel corso dell' anno accademico sono previsti sei appelli d'esame: giugno, luglio, settembre, novembre, febbraio/marzo, aprile.

Orario di ricevimento

Per appuntamento, preferibilmente il giovedì dalle 14.00 alle 16.00

LAUREA MAGISTRALE (LM-40)

Schema riassuntivo degli insegnamenti*

Primo anno di corso

Insegnamento	CFU
Insegnamenti caratterizzanti 6 corsi nella tabella A di cui: - almeno due corsi di formazione teorica avanzata (MAT/02-MAT/03-MAT/05) - almeno un corso di formazione modellistico applicativa (MAT/06-MAT/07-MAT/08)	48 CFU
Insegnamenti affini e integrativi 2 corsi nella tabella B (MAT/02-MAT/03-MAT/04-MAT/05-MAT/06-MAT/07-MAT/08-FIS/08-SECS-S/06)	16 CFU

Secondo anno di corso

Insegnamento	CFU
Attività formative a libera scelta 2 corsi nelle tabelle A o B o altri corsi dell'Ateneo, o anche impartiti in altri Atenei e per i quali è prevista una specifica convenzione, purché conformi alla struttura e alle finalità del Corso di Laurea	16 CFU
Elaborazione di Testi Matematici (ICT)	1 CFU
Prova Finale	39 CFU

Tabella A – insegnamenti caratterizzanti

Insegnamento	Ambito	CFU
ALGEBRA LINEARE NUMERICA	Formazione modellistico applicativa	8
ANALISI ARMONICA	Formazione teorica avanzata	8
ANALISI FUNZIONALE	Formazione teorica avanzata	8
ANALISI REALE ED EQUAZIONI DIFFERENZIALI	Formazione teorica avanzata	8
ANALISI SUPERIORE	Formazione teorica avanzata	8
APPROSSIMAZIONE DI EQUAZIONI DIFFERENZIALI ORDINARIE	Formazione modellistico applicativa	8
COMBINATORICA ALGEBRICA	Formazione teorica avanzata	8
GEOMETRIA DIFFERENZIALE	Formazione teorica avanzata	8
GEOMETRIA E FISICA	Formazione modellistico applicativa	8
GEOMETRIA SIMPLETTICA***	Formazione teorica avanzata	8
MECCANICA SUPERIORE	Formazione modellistico applicativa	8
METODI DELLA FISICA MATEMATICA	Formazione modellistico applicativa	8
METODI NUMERICI PER EQUAZIONI ALLE DERIVATE PARZIALI	Formazione modellistico applicativa	8
METODI STOCASTICI PER LA FINANZA	Formazione modellistico applicativa	8
MODELLI E METODI DI APPROSSIMAZIONE	Formazione modellistico applicativa	8

PROCESSI STOCASTICI	Formazione modellistico applicativa	8
TEORIA DEI NUMERI E CRITTOGRAFIA	Formazione teorica avanzata	8
TEORIA DELLE RAPPRESENTAZIONI	Formazione teorica avanzata	8
GEOMETRIA COMPLESSA**	Formazione teorica avanzata	8

Tabella B – Insegnamenti affini e integrativi

Insegnamento	CFU
ARGOMENTI DI GEOMETRIA E TOPOLOGIA	8
CALCOLO DELLE VARIAZIONI	8
METODI NUMERICI AVANZATI PER EQUAZIONI ALLE DERIVATE PARZIALI	8
DIDATTICA DELLA MATEMATICA	8
MATEMATICA ELEMENTARE	8
METODI MATEMATICI PER LA FISICA MODERNA (erogato in lingua inglese)	8
METODI MATEMATICI PER L'ANALISI ECONOMICA – CONTROLLO OTTIMO	8
METODI MATEMATICI PER L'ANALISI ECONOMICA – OTTIMIZZAZIONE E ANALISI CONVESSA	8
PREPARAZIONE DI ESPERIENZE DIDATTICHE	8
STORIA DELLA MATEMATICA	8
STORIA DELLA MATEMATICA - ELEMENTI	4
TEORIA GEOMETRICA DEI GRUPPI (erogato in lingua inglese)	8

Tabella C – Insegnamenti a scelta consigliati

Insegnamento	CFU
METODI DEL CALCOLO SCIENTIFICO (CdLM in Informatica)	6

TABELLA D - INSEGNAMENTI A SCELTA DELLA LAUREA MAGISTRALE IN INGEGNERIA MATEMATICA DEL POLITECNICO DI MILANO

Insegnamento	CFU
ADVANCED PROGRAMMING FOR SCIENTIFIC COMPUTING	10
ALGORITHMS AND PARALLEL COMPUTING	10
APPLIED STATISTICS	10
BAYNESIAN STATISTICS	10
BIOMATHEMATICAL MODELING	8
COMPUTATIONAL FINANCE	10
COMPUTATIONAL FLUID DYNAMICS	10
COMPUTATIONAL MODELING IN ELECTRONICS AND BIOMATHEMATICS	8
DISCRETE DYNAMICAL MODELS	8
FINANCIAL ENGINEERING	10
FLUIDS LABS	10
GAME THEORY	8
MATHEMATICAL AND PHYSICAL MODELING IN ENGINEERING	10
MATHEMATICAL FINANCE II	10
OPTIMIZATION	8
REAL AND FUNCTIONAL ANALYSIS	8
STOCHASTIC DIFFERENTIAL EQUATION	8

*** Gli insegnamenti saranno tenuti in inglese previo accordo con gli studenti, e comunque nel caso la presenza di studenti stranieri lo rendesse necessario.**

**** Offerto al primo anno**

***** Offerto al secondo anno**

INSEGNAMENTI

ALGEBRA LINEARE NUMERICA
ANALISI ARMONICA
ANALISI FUNZIONALE
ANALISI REALE ED EQUAZIONI DIFFERENZIALI
ANALISI SUPERIORE
APPROSSIMAZIONE DI EQUAZIONI DIFFERENZIALI ORDINARIE
ARGOMENTI DI GEOMETRIA E TOPOLOGIA
CALCOLO DELLE VARIAZIONI
COMBINATORICA ALGEBRICA
DIDATTICA DELLA MATEMATICA
GEOMETRIA COMPLESSA
GEOMETRIA DIFFERENZIALE
GEOMETRIA E FISICA
GEOMETRIA SIMPLETTICA
MATEMATICA ELEMENTARE
MECCANICA SUPERIORE
METODI DELLA FISICA MATEMATICA
METODI MATEMATICI PER LA FISICA MODERNA
METODI MATEMATICI PER L'ANALISI ECONOMICA – CONTROLLO OTTIMO
METODI MATEMATICI PER L'ANALISI ECONOMICA – OTTIMIZZAZIONE E ANALISI
CONVESSA
METODI NUMERICI AVANZATI PER EQUAZIONI ALLE DERIVATE PARZIALI
METODI NUMERICI PER EQUAZIONI ALLE DERIVATE PARZIALI
METODI STOCASTICI PER LA FINANZA
PREPARAZIONE DI ESPERIENZE DIDATTICHE
PROCESSI STOCASTICI
STORIA DELLA MATEMATICA
STORIA DELLA MATEMATICA - ELEMENTI
TEORIA DEI NUMERI E CRITTOGRAFIA
TEORIA DELLE RAPPRESENTAZIONI
TEORIA GEOMETRICA DEI GRUPPI

ALGEBRA LINEARE NUMERICA (2019/2020)

Docente: Cristina Tablino Possio

Obiettivi

Coerentemente con gli obiettivi formativi del Corso di Studio, l'insegnamento si propone di fornire allo studente le *conoscenze* riguardanti i principali metodi iterativi avanzati per la risoluzione di sistemi lineari. Verranno pure fornite le *competenze* necessarie a comprendere le difficoltà computazionali tipiche della risoluzione sistemi lineari di grandi dimensioni e quelle necessarie a padroneggiare le tecniche di analisi di tali metodi iterativi, così da acquisire le *abilità* utili ad affrontare la scelta del solutore opportuno in problemi pratici.

Contenuti sintetici

Vengono studiati metodi iterativi avanzati presenti in letteratura e se ne considera l'applicazione alla risoluzione di sistemi lineari derivanti dalla discretizzazione di equazioni a derivate parziali e di equazioni integrali.

Programma esteso

- Metodi di Krylov per sistemi lineari simmetrici e non simmetrici.
- Analisi spettrale e condizionamento di sistemi lineari derivanti da equazioni a derivate parziali.
- Tecniche di preconditionamento.
- Metodi di multigrid geometrico e algebrico.
- Trasformate veloci.
- Decomposizione ai valori singolari e sue applicazioni.
- Applicazioni delle tecniche precedenti alla risoluzione di sistemi lineari derivanti da equazioni a derivate parziali e equazioni integrali.

Prerequisiti

Corsi di base della laurea triennale (Analisi matematica I e II, Algebra lineare, Calcolo Numerico) e preferibilmente l'insegnamento di Metodi Numerici per Equazioni alle Derivate Parziali

Modalità didattiche

Lezioni alla lavagna e pratica in laboratorio informatico in Matlab (8CFU).

Materiale didattico

- S. C. Brenner, L. R. Scott. *The mathematical theory of finite element methods. Third edition.* Texts in Applied Mathematics, 15. Springer, New York, 2008.
- G. H. Golub, C. F. Van Loan. *Matrix computations. Third edition.* Johns Hopkins Studies in the Mathematical Sciences. Johns Hopkins University Press, Baltimore, MD, 1996.
- A. Greenbaum. *Iterative methods for solving linear systems.* Frontiers in Applied Mathematics, 17. Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM), Philadelphia, PA, 1997.
- Y. Saad. *Iterative methods for sparse linear systems. Second edition.* Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, PA, 2003.
- U. Trottenberg, C. W. Oosterlee, A. Schüller. *Multigrid. With contributions by A. Brandt, P. Oswald and K. Stüben.* Academic Press, Inc., San Diego, CA, 2001.

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Secondo semestre.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Progetto individuale scritto, a scelta fra 2 tracce proposte alla fine del corso e da discutere alla prova orale, e prova orale.

Il progetto valuta l'abilità dello studente nel risolvere problemi utilizzando gli strumenti teorici e i codici sviluppati durante il corso. Viene incoraggiato lo sviluppo personale della traccia in accordo alle proprie curiosità e interessi.

La prova orale consiste nella discussione del progetto e in una seconda parte ove vengono valutate la conoscenza e la capacità di esporre in modo critico i contenuti del corso e le tecniche di calcolo introdotte, per verificare se lo studente ha acquisito la conoscenza critica e operativa delle definizioni, dei metodi e dei risultati presentati durante il corso.

Il voto è in trentesimi. L'esame si considera superato solo se in entrambe le parti viene conseguita la sufficienza (18/30); le due parti concorrono in egual misura alla votazione finale. Il progetto sufficiente rimane valido in caso di ripetizione della prova orale.

Sono previsti 5 appelli d'esame (giugno, luglio, settembre, gennaio, febbraio).

Orario di ricevimento

Su appuntamento.

ANALISI ARMONICA (2019/2020)

Docente: Stefano Meda

Obiettivi

Il corso fornisce un'introduzione all'analisi di Fourier e alle sue applicazioni alla teoria del segnale. Al termine del corso lo studente sarà in grado di comprendere gli aspetti fondamentali della teoria del segnale, con particolare riferimento alle applicazioni musicali. Non sono richieste conoscenze specifiche di teoria musicale.

Più specificamente, i risultati di apprendimento attesi comprendono:

- la conoscenza e la comprensione delle definizioni e degli enunciati fondamentali, nonché delle strategie di dimostrazione basilari proprie dell'Analisi di Fourier, con particolare riferimento alla convergenza in media, puntuale e uniforme delle serie e degli integrali di Fourier; la conoscenza e la comprensione della Trasformata di Fourier discreta, dell'algoritmo della trasformata di Fourier veloce e dei risultati fondamentali riguardanti la diffusione di onde sonore.
- la capacità di applicare il bagaglio di conoscenze sopra descritte alla costruzione di esempi concreti e alla risoluzione di esercizi aventi diversi gradi di difficoltà (a partire da semplici esercizi di applicazione delle definizioni e dei risultati illustrati nel corso fino a esercizi che richiedono la capacità di sviluppare in modo originale concetti appresi nel corso).

Contenuti sintetici

Fondamenti di Analisi di Fourier in una variabile (serie e trasformata di Fourier). Applicazioni all'analisi del segnale e, in particolare, alla musica.

Programma esteso

- Sistemi ortonormali.
- Proprietà elementari delle serie di Fourier in una variabile. Convergenza in media e puntuale.
- La trasformata di Fourier in una variabile. Lo spazio di Schwarz. Formula di inversione e formula di Plancherel.
- Trasformata di Fourier in più variabili. L'equazione delle onde e la propagazione del suono.
- La trasformata di Fourier discreta e la FFT.
- Il teorema di campionamento di Shannon.
- Applicazioni alla musica e alla digitalizzazione del suono.

Prerequisiti

Per poter seguire con profitto il corso, lo studente deve conoscere i contenuti usualmente propri dei corsi di Analisi I-II e algebra lineare: calcolo per funzioni di più variabili reali, convergenza puntuale e uniforme di serie di funzioni, integrale di Lebesgue, calcolo matriciale. E' utile una buona conoscenza delle proprietà fondamentali dello spazio L^2 e della teoria elementare degli spazi di Hilbert.

Modalità didattica

Lezioni frontali con uso di lavagna. Parte delle ore sarà dedicata all'illustrazione dei principali risultati

della teoria; la rimanente parte sarà dedicata allo svolgimento di esercizi, in precedenza assegnati, di applicazione della teoria svolta.

Materiale didattico

- E. Del Prete, Analisi di Fourier, Una introduzione alla teoria e applicazioni, Note disponibili sul sito e-learning
- J. Duoandikoetxea, Fourier Analysis, American Mathematical Society, Graduate Studies in Mathematics, Vol. 29, 2001
- Stein-Shakarchi, Fourier Analysis, Princeton University Press
- Steiglitz, A Digital Signal Processing Primer, Princeton University Press
- A. Visintin, Fourier Series and Musical Theory, disponibile all'indirizzo <https://www.science.unitn.it/~visintin/Fourier-Mus.pdf>

Ulteriori riferimenti bibliografici relativi a specifici argomenti saranno forniti dal docente.

Periodo di erogazione dell'insegnamento

II semestre.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Prova scritta, contenente domande di carattere teorico (dimostrazioni di parte dei risultati discussi a lezione) ed esercizi di applicazione della teoria, sovente di tipo simile a quelli illustrati durante le esercitazioni. Una valutazione sufficiente dell'elaborato presuppone che sia la valutazione delle conoscenze teoriche richieste, sia quella delle abilità necessarie allo svolgimento degli esercizi di applicazione della teoria risultino sufficienti. Le votazioni delle due parti dello scritto concorreranno in ugual misura alla votazione finale.

La valutazione terrà conto dell'esattezza delle risposte, della chiarezza espositiva e della proprietà di linguaggio matematico utilizzato.

Orario di ricevimento

Su appuntamento.

ANALISI FUNZIONALE (2019/2020)

Docente: Paolo Maurizio Soardi

Obiettivi

Coerentemente con gli obiettivi formativi del Corso di Studio, l'insegnamento si propone di fornire allo studente le conoscenze riguardanti le definizioni e gli enunciati fondamentali dell'Analisi Funzionale. Verranno altresì fornite le competenze necessarie a comprendere e analizzare le principali tecniche e metodi dimostrativi connessi alla teoria, e le abilità utili ad applicarle per affrontare problemi. Particolare enfasi verrà posta su sugli aspetti topologici.

Contenuti sintetici

Spazi localmente compatti di Hausdorff. Spazi di funzioni continue. Spazi L^p . Compattezza in L^p e in C^0 . Topologia debole e debole stella. Teoremi di rappresentazione di Riesz.

Programma esteso

Richiami di teoria astratta dell'integrazione, richiami di argomenti sugli spazi L^p (in particolare completezza). Spazi di funzioni continue in spazi di Hausdorff localmente compatti. Lemma di Urysohn e Teorema di Lusin. Densità delle funzioni continue a supporto compatto in L^p . Separabilità di alcuni spazi di funzioni continue. Separabilità di L^p . Compattezza e non compattezza in spazi di Banach. Il teorema di Ascoli-Arzelà in $C(X)$ e sua estensione; il Teorema di Riesz-Kolmogorov in L^p . Funzionali lineari e topologia debole su uno spazio normato. Funzionali subadditivi positivamente omogenei. Forma generale del Teorema di Hahn-Banach. Convessità e separazione mediante iperpiani. Il Teorema di Mazur. Topologia debole stella. Duale e bidualità. Topologia prodotto e Teorema di Tichonov. Il Teorema di Alaoglu. Spazi riflessivi. Uniforme convessità. Teorema di Kakutani. Compattezza per successioni nella topologia debole stella. Teorema di Eberlein-Smulian. Definizione e proprietà elementari degli spazi vettoriali topologici localmente convessi. Il teorema di Krein-Milman. Il Teorema di Stone Weierstrass (dimostrazione di DeBranges). Misure a valori reali e complessi. Teorema di Radon-Nykodim. Il Teorema di rappresentazione di Riesz in L^p e in $C^0(X)$.

Prerequisiti

Elementi di Teoria dell'integrazione astratta, elementi di teoria degli spazi L^p , elementi di topologia generale. Conoscenze di base sugli spazi di Banach e gli spazi di Hilbert.

Modalità didattica

Lezioni frontali tenute dal docente con discussioni nell'ambito delle lezioni sugli argomenti svolti.

Materiale didattico

Referenze bibliografiche

- H. Brezis, Functional Analysis.
- H. Royden, Real Analysis.
- W. Rudin, Real and Complex Analysis

- P. Lax, Functional Analysis

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Primo semestre.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

L'esame è unicamente orale e consiste di un colloquio con valutazione, e si articola in una serie di quesiti orali atti a verificare la conoscenza e la padronanza da parte dello studente dei teoremi con relative dimostrazioni svolte nel corso.

Nella prova orale viene valutato se lo studente ha acquisito le competenze necessarie a presentare una selezione delle dimostrazioni svolte in aula, e, soprattutto, la conoscenza critica e operativa delle definizioni e dei risultati del corso, anche mediante l'illustrazione di esempi e controesempi. L'esame viene passato se il voto è almeno 18/30

Orario di ricevimento

Il docente è disponibile dopo ogni lezione per chiarimenti e spiegazioni. Gli studenti possono anche prendere un appuntamento col docente per ulteriori spiegazioni chiarimenti.

ANALISI REALE ED EQUAZIONI DIFFERENZIALI (2019/2020)

Docente: Graziano Guerra

Obiettivi

Coerentemente con gli obiettivi formativi del Corso di Studio, l'insegnamento si prefigge di introdurre la teoria delle equazioni alle derivate parziali lineari con cenni ad alcune equazioni non lineari. Verranno acquisite le competenze necessarie a comprendere e analizzare le principali tecniche e metodi dimostrativi connessi alla teoria e le abilità utili per la soluzione di esercizi e l'analisi di problemi.

Contenuti sintetici

Teoria spettrale per operatori autoaggiunti e compatti. Equazioni ellittiche, principi del massimo, autovalori e autofunzioni del Laplaciano. Equazioni alle derivate parziali di tipo parabolico e iperbolico. Sistemi iperbolici del primo ordine.

Programma esteso

Teoria spettrale: Definizioni di operatori aggiunti, autoaggiunti, compatti, spettro. $\text{Proprietà } \{a\}$. Spettro di un operatore compatto. Teorema di decomposizione spettrale per operatori compatti autoaggiunti. Teorema dell'alternativa di Fredholm.

Equazioni ellittiche del secondo ordine: operatori ellittici, soluzioni classiche e deboli, rappresentazione delle soluzioni, principi del massimo, autovalori e autofunzioni del Laplaciano.

Equazioni di tipo parabolico: Definizione, soluzioni deboli. Stime dell'energia, esistenza e unicità di soluzioni deboli. Regolarità. Principio del massimo.

Equazioni di tipo iperbolico: Definizione, soluzioni deboli. Stime dell'energia, esistenza e unicità di soluzioni deboli. Velocità di propagazione finita.

Sistemi iperbolici del primo ordine: Definizione, sistemi iperbolici simmetrici, sistemi a coefficienti costanti.

Prerequisiti

Risultati principali dell'analisi funzionale, operatori lineari limitati tra spazi di Banach, topologie deboli, spazi di funzioni continue e holderiane, spazi L^p , loro duali e rispettive proprietà, spazi di Sobolev e teoremi di immersione.

Modalità didattica

Lezioni frontali in Aula in cui si illustrano definizioni, risultati ed esempi rilevanti (talvolta anche legati ad applicazioni extra-matematiche).

Corso erogato in lingua italiana con possibilità di erogazione in lingua inglese in caso di richiesta/presenza di studenti stranieri.

Materiale didattico

- A. Bressan. Hyperbolic systems of conservation laws: the one-dimensional Cauchy problem. Vol. 20. Oxford University Press on Demand, 2000.
- A. Bressan. Lecture Notes on Functional Analysis. With applications to linear partial differential

- equations. American Mathematical Society, 2013.
- H. Brezis. Functional analysis, Sobolev spaces and partial differential equations. Springer Science and Business Media, 2010.
 - L. C. Evans, Partial Differential Equations, AMS Graduate Studies in Mathematics, Vol.19. Second Edition, Providence 2010.
 - D. Gilbarg, N. S. Trudinger, Elliptic partial differential equations of second order, Reprint of the 1998 edition. Classics in Mathematics. Springer-Verlag, Berlin, 2001.

Pagina del corso: <https://elearning.unimib.it/course/view.php?id=25417>

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Secondo semestre.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Saggio breve. Voto in trentesimi. All'esame viene richiesto di svolgere due temi su tre proposti con due ore di tempo a disposizione. L'esposizione dovrà essere precisa, dettagliata, esauriente e coerente con il tema richiesto e dovrà contenere alcune tra le dimostrazioni più significative. Verrà valutata la capacità di presentare una selezione di dimostrazioni e, soprattutto, la conoscenza critica e operativa delle definizioni e dei risultati presentati durante il corso, anche mediante l'illustrazione di esempi e controesempi.

Orario di ricevimento

Su appuntamento.

ANALISI SUPERIORE (2019/2020)

Docenti: Veronica Felli, Stefano Meda

Obiettivi

Fornire un'introduzione a metodi analitici di base, utilizzando il problema di Dirichlet del Laplaciano quale filo conduttore.

I risultati di apprendimento attesi comprendono:

- Conoscenze: la conoscenza e la comprensione delle definizioni e degli enunciati fondamentali, nonché delle strategie di dimostrazione basilari utilizzate nell'analisi moderna; la conoscenza e la comprensione di alcuni esempi chiave in cui si esplica la teoria.
- Capacità: la capacità di riconoscere il ruolo dei concetti e degli strumenti avanzati dell'analisi moderna introdotti (tra cui convoluzione, trasformata di Fourier, distribuzioni, spazi di Sobolev) in diversi ambiti della matematica pura e applicata (analisi numerica, fisica matematica, probabilità); la capacità di applicare tale bagaglio concettuale alla costruzione di esempi concreti e alla risoluzione di esercizi; la capacità di esporre, comunicare e argomentare in modo chiaro e preciso sia i contenuti teorici del corso, sia le loro applicazioni a situazioni specifiche, anche inerenti ad altri ambiti.

Contenuti sintetici

Nozioni basilari sulla convoluzione e la trasformata di Fourier, il problema di Dirichlet nella palla unitaria e nel semispazio, distribuzioni, regolarità di distribuzioni, spazi di Sobolev, problemi ellittici del secondo ordine.

Programma esteso

Capitolo 0. Nozioni preliminari

Convoluzione. Ipersuperficie di classe C^K in $\mathbb{R}^n$. Teorema della divergenza e formule di Green. Misure complesse.

Capitolo 1. Il problema di Dirichlet classico

Funzioni armoniche. Teoremi del valor medio per funzioni armoniche. Caratterizzazione di funzioni armoniche mediante la media. Principio del massimo per funzioni armoniche e unicità del problema di Dirichlet. Potenziale newtoniano. Formula di rappresentazione di Green e sue conseguenze. Funzione di Green e sue proprietà. Nucleo di Poisson. Funzione di Green e nucleo di Poisson per il semispazio. Ulteriori proprietà delle funzioni armoniche: stima delle derivate, principio di riflessione di Schwarz e Teorema di Liouville. Risoluzione del problema di Dirichlet classico sul semispazio. La funzione di Green per la sfera. Il relativo nucleo di Poisson. Soluzione del problema di Dirichlet per la sfera per $n \geq 3$. Soluzione del problema di Dirichlet per il disco in dimensione due, via serie di Fourier.

Capitolo 2. Dati L^p sul semispazio e convergenza al bordo

Integrale di Poisson di misure e di funzioni L^p . Convergenza debole*. L'integrale di Poisson risolve il problema di Dirichlet sul semispazio con condizioni al bordo in senso L^p o debole*. Operatori di tipo debole (1,1). Il teorema di interpolazione di Marcinkiewicz. La funzione massimale di Hardy–Littlewood. Un lemma di ricoprimento. Proprietà di limitatezza della funzione massimale di Hardy–Littlewood. Il

teorema di differenziazione di Lebesgue. Convergenza non tangenziale degli integrali di Poisson. Stime del nucleo di Poisson, funzioni massimali radiale e non tangenziale di Poisson e relativo risultato di convergenza puntuale.

Capitolo 3. Funzioni generalizzate e loro derivate

Funzioni e misure come funzionali lineari. Distribuzioni. Ogni funzione localmente integrabile è una distribuzione. Derivate di distribuzioni. La derivata di una distribuzione è una distribuzione. Esempi.

Capitolo 4. Spazi di Sobolev

Motivazioni, definizioni e proprietà. Proprietà degli spazi di Sobolev: $W^{k,p}(\Omega)$ è uno spazio di Banach, approssimazione con funzioni regolari, prodotto e composizione di funzioni in spazi di Sobolev. Spazi di Sobolev in dimensione 1: esistenza di un rappresentante continuo e teorema fondamentale del calcolo per funzioni $W^{1,p}(a, b)$. Teorema di Morrey. Disuguaglianza di Sobolev (Teorema di Sobolev-Gagliardo-Nirenberg). Immersioni di Sobolev. Operatore di prolungamento e teorema del prolungamento per il semispazio e per domini limitati regolari. Approssimazione globale con funzioni lisce. Immersioni di Sobolev per domini di estensione. Immersioni per spazi di Sobolev di ordine superiore. Teorema di Rellich-Kondrachov. Esistenza dell'operatore di traccia $\gamma_0^p: W^{1,p}(\Omega) \rightarrow L^p(\partial\Omega)$ per $1 \leq p < +\infty$ e Ω semispazio o dominio limitato regolare. Cenni agli spazi di Sobolev di ordine frazionario, teorema di Gagliardo. Caratterizzazione di $W^{1,p}_0(\Omega)$ tramite le tracce.

Capitolo 5. Problemi ellittici del secondo ordine

Lemma di Lax-Milgram. Problemi ellittici del secondo ordine: formulazione variazionale, esistenza di soluzioni. Disuguaglianza di Poincaré. Principio di Dirichlet. Problemi ellittici con condizioni al bordo di Neumann: formulazione variazionale e cenni agli spazi $H(\text{div}, \Omega)$. Disuguaglianza di Poincaré-Wirtinger. Esistenza di soluzioni per il problema di Neumann sotto condizioni di compatibilità sui dati.

Prerequisiti

Calcolo in più variabili, algebra lineare, fondamenti di spazi di Hilbert e di spazi L^p .

Modalità didattica

Lezioni frontali con uso di lavagna. Parte delle ore sarà dedicata all'illustrazione dei principali risultati della teoria; la rimanente parte sarà dedicata allo svolgimento di esercizi, in precedenza assegnati, di applicazione della teoria svolta.

Materiale didattico

- Dispense disponibili sul sito del docente.
- A. Bressan. *Lecture Notes on Functional Analysis*. American Mathematical Society, 1900.
- H. Brezis. *Functional analysis, Sobolev spaces and partial differential equations*. Springer Science & Business Media, 2010.
- L.C. Evans. *Partial differential equations*, American Mathematical Society.

Periodo di erogazione dell'insegnamento

I semestre.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

L'esame consiste in una prova scritta, tesa a verificare il livello delle conoscenze e la capacità di applicarle alla risoluzione di esercizi, l'autonomia di analisi e giudizio, nonché le capacità espositive acquisite dallo studente. La prova si articola in due parti: la prima parte contiene domande di carattere teorico (dimostrazioni di parte dei risultati discussi a lezione), mentre la seconda richiede di risolvere esercizi di applicazione della teoria, sovente di tipo simile a quelli illustrati durante le esercitazioni. Le due parti concorrono in egual misura alla determinazione del voto complessivo finale.

Orario di ricevimento

Su appuntamento.

APPROSSIMAZIONE DI EQUAZIONI DIFFERENZIALI ORDINARIE (2019/2020)

Docente: Blanca Pilar Ayuso De Dios

Obiettivi

Gli **obiettivi principali** del corso sono:

- Fornire **conoscenze** dei metodi numerici per la **integrazione dei sistemi di Equazioni differenziali ordinarie**
- Capacita di **costruire** (disegnare) **ed analizzare** i diversi metodi numerici per la integrazione dei sistemi di Equazioni differenziali ordinarie
- Capacita di scegliere il metodo numerico più adeguato per problemi concreti
- Capacita di **implementare** in modo **efficiente** i diversi metodi numerici
- Capacita di **interpretare** e **analizzare i risultati numerici**

Contenuti sintetici

Il corso si propone di presentare uno studio teorico (e pratico) dei diversi metodi per approssimare equazioni differenziali ordinarie e sistemi dinamici. Gli argomenti trattati comprendono: buona posizione dei problemi di valore iniziale, analisi del metodo di Eulero, metodi di Runge-Kutta, metodi per problemi stiff e integratori geometrici. Gli argomenti verranno coperti dal punto di vista matematico, studiando come costruire e analizzare i metodi numerici per ODEs, esplorando le sue

proprietà e validando gli algoritmi in problemi concreti.

Programma esteso

0- Introduzione al corso:

Breve introduzione al corso. Richiami della teoria delle equazione (e dei sistemi di equazioni) differenziali ordinari (ODEs). Condizioni di esistenza e unicità. Buona posizione. Richiami della teoria di integrazione numerica (regole di quadratura).

1- Metodi ad un passo :

Metodo di Eulero. Teoria di Convergenza. Metodi Runge-Kutta (RK). Teoria di convergenza. Cenni sulle condizioni di ordine. Extrapolazione di Richardson. Metodi di RK embedded.

2-Metodi di Collocazione (I)

Richiamo delle Regole di Quadratura di Gauss. Metodo di Collocazione: Costruzione e Teoria di Convergenza. Analisi di convergenza per i metodi di RK impliciti.

3.- Stabilità Lineare e Integratori numerici per problemi Stiff:

Stabilità lineare. Stabilità dei Metodi RK. Problemi Stiff.

Metodo BDF (Backward Differential Formula).

4-Metodi di Collocazione (II)

Implementazione di metodi di RK impliciti. Metodi di Runge-Kutta partizionati e Metodi di tipo

Splitting. Definizione di Aggiunto di un metodo.

5.- Introduzione agli Integratori Geometrici:

Sistemi Hamiltoniani. Integratori Geometrici: studio qualitativo delle soluzioni. Conservazione numerica degli invarianti. Integratori simmetrici e Reversibilità. Integratori simplettici.

Se il tempo lo permette, si potranno inoltre studiare, sempre a seconda dello interesse da parte degli studenti:

-Cenni a SDEs (Equazioni differenziali stocastiche) & Cenni alla costruzione di integratori numerici per SDEs

oppure

-Applicazione e uso dei punti contenuti del corso per la costruzione di metodi numerici per PDEs dipendenti dal tempo (Hyperbolic-type, Parabolic-type e leggi di conservazione) ,

Prerequisiti

Si assumono buone conoscenze di Analisi e di Algebra Lineare.

Buone conoscenze del Analisi Numerico di Base. Buona conoscenze di MATLAB

Auspicabile: buone conoscenze di base di analisi di ODEs

Modalità didattica

Lezioni frontali e nel laboratorio.

MATLAB verra usato per gli esempi, esercizi, e progetti.

Materiale didattico

Verranno distribuite alcune note e dispense per diversi argomenti (quasi tutto in inglese!).

Bibliografia (diversi capitoli selezionati di in ogni libro):

-E. Hairer and S. P. Norsett and G. Wanner, “Solving Ordinary Differential Equations I ”, Springer, Berlin, 1993.

-E. Hairer and G. Wanner, “Solving Ordinary Differential Equations II ”, Springer, Berlin, 1996.

-E. Hairer, C. Lubich and G. Wanner, “Geometric Numerical Integration”, second edition, Springer, Berlin, 2006.

-B. Leimkuhler and S. Reich, “Simulating Hamiltonian Dynamics”, Cambridge University Press, 2005.

MATLAB verra' usato per gli esempi, esercizi, e progetti nel laboratorio.

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Primo semestre

Modalità di verifica del profitto e valutazione

L'esame consiste di due parti:

--lo sviluppo di un elaborato che riassume un piccolo progetto a scelta e

--una piccola prova finale (orale o scritta) individuale.

Ogni parte verrà valutata indipendentemente e concorrerà in egual misura alla determinazione del voto complessivo finale (sempre che entrambi voti siano maggiore o uguale a 18). Per sostenere la prova finale individuale è necessario ottenere un punteggio maggiore o uguale a 18 sull'progetto. Il voto finale, espresso in trentesimi con eventuale lode, è dato dalla media delle due prove (sempre che entrambi voti siano maggiore o uguale a 18).

Nel progetto si valuta la conoscenza degli algoritmi sviluppati durante il corso richiedendo la scrittura di alcuni programmi in MATLAB per la risoluzione di sistemi di ODEs. Viene valutato in termini di completezza, rigore, accuratezza, nonché chiarezza espositiva e capacità di analisi.

Il colloquio orale individuale è teso ad approfondire il livello delle conoscenze acquisite; l'autonomia di analisi e giudizio; le capacità espositive dello studente. In particolare nella suddetta prova orale/scritta si richiede la capacità di esporre gli enunciati e le dimostrazioni dei teoremi, le definizioni, gli esempi/controesempi e le tecniche di calcolo introdotte.

Il progetto potrà essere scelto da un elenco, che verrà messo a disposizione verso la fine del corso e ha validità fino al primo appello della successiva edizione del corso. È permesso svolgere il progetto in collaborazione con al più due altre persone (cioè, gruppi di un massimo di tre persone). Va consegnato in formato pdf e descrive i risultati ottenuti in al più 10-15 pagine; si raccomanda di scriverlo autonomamente. Deve essere consegnato, insieme ai nominativi del gruppo, tre-quattro giorni lavorativi prima della data concordata per la prova finale. Parte dell'esame verterà sul contenuto dell'elaborato, che permetterà valutare la applicazione delle conoscenze acquisite.

Orario di ricevimento

Il ricevimento è per appuntamento via email.

ARGOMENTI DI GEOMETRIA E TOPOLOGIA (2019/2020)

Docente: Davide Luigi Ferrario

Obiettivi

L'obiettivo del corso è di affrontare alcuni argomenti classici nella topologia algebrica dei complessi simpliciali, introducendo teorie di omologia, coomologia e alcuni aspetti della teoria di omotopia, con alcune applicazioni recenti.

In particolare, gli obiettivi formativi descritti nei termini dei **Descrittori di Dublino**, saranno:

al termine dell'insegnamento ci si aspetta che gli studenti abbiano dimostrato

1. Conoscenza e capacità di comprensione (**knowledge and understanding**): conoscenze e capacità di comprensione che estendono e/o rafforzano quelle in geometria e topologia di base e consentono di elaborare e/o applicare idee originali, spesso in un contesto di ricerca;
2. Conoscenza e capacità di comprensione applicate (**applying knowledge and understanding**): siano capaci di applicare le loro conoscenze, capacità di comprensione e abilità nel risolvere problemi a tematiche nuove o non familiari, inserite in contesti più ampi (o interdisciplinari) connessi al settore della geometria e topologia;
3. Autonomia di giudizio (**making judgements**): abbiano la capacità di integrare le conoscenze in geometria e topologia elencate sopra e gestire la complessità, nonché di formulare giudizi sulla base di informazioni limitate o incomplete;
4. Abilità comunicative (**communication skills**): sappiano comunicare in modo chiaro e privo di ambiguità le loro conclusioni, nonché le conoscenze e la ratio ad esse sottese, a interlocutori specialisti e non specialisti;
5. Capacità di apprendere (**learning skills**): abbiano sviluppato quelle capacità di apprendimento che consentano loro di continuare a studiare per lo più in modo auto-diretto o autonomo.

In termini di **Conoscenze, Abilità e Competenze**, gli obiettivi sono di raggiungere un certo livello, nell'ambito degli argomenti di geometria e topologia citati sopra, descritto come segue:

1. **Conoscenze**: Conoscenze altamente specializzata sulla topologia algebrica dei complessi simpliciali, teorie di omologia, coomologia e alcuni aspetti della teoria di omotopia, parte delle quali all'avanguardia in un ambito di lavoro o di studio, come base del pensiero originario e/o della ricerca. Consapevolezza critica di questioni legate alla conoscenza all'interfaccia tra la geometria la topologia e le applicazioni (analisi topologica di dati, per esempio, o sistemi dinamici).
2. **Abilità**: Abilità specializzate, orientate alla soluzione di problemi in geometria e topologia e applicazioni, necessarie nella ricerca e/o nell'innovazione al fine di sviluppare conoscenze e procedure nuove e integrare la conoscenza ottenuta in ambiti diversi.
3. **Competenze**: Gestire e trasformare contesti di lavoro o di studio complessi, imprevedibili che richiedono nuovi approcci strategici, di tipo sia analitico che topologico e geometrico. Assumere la responsabilità di contribuire alla conoscenza e alla prassi professionale e/o di verificare le prestazioni strategiche dei gruppi

Contenuti sintetici

Complessi simpliciali, omologia e coomologia dei poliedri, varietà triangolabili, gruppi di omotopia,

applicazioni all'analisi di dati e ai sistemi dinamici.

Programma esteso

Richiami su spazi topologici, connessione e compattezza. Spazi topologici euclidei, e spazi di funzioni. Cenni sulle categorie e i diagrammi di push-out. Complessi simpliciali euclidei e astratti. Introduzione all'algebra omologica. Omologia con coefficienti. Categoria dei poliedri. Omologia dei poliedri. Prodotti di poliedri. Coomologia di poliedri. L'anello in coomologia, il prodotto cap. Varietà triangolabili. Superfici e classificazione. Dualità di Poincaré. Gruppo fondamentale di poliedri. Gruppo fondamentale e omologia. Gruppi di omotopia. Teoria di ostruzione. Applicazioni: omologia computazionale, omologia persistente, analisi di dati e sistemi dinamici.

Prerequisiti

Corsi di base di geometria e algebra della Laurea Triennale.

Modalità didattica

Lezioni frontali

Materiale didattico

Ferrario, Piccinini, "[Simplicial structures in topology](#)". CMS Books in Mathematics, Springer, New York, 2011. xvi+243 pp. ISBN: 978-1-4419-7235-4

Periodo di erogazione dell'insegnamento

1S

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Esame orale, sul contenuto del corso, approfondimenti, rielaborazione ed esposizione personale.

Una parte integrante dell'esame sarà costituita dall'esposizione di un argomento teorico, che ogni studente dovrà concordare anticipatamente con il docente.

In occasione di ogni appello d'esame, il calendario dettagliato degli esami individuali, comprensivi delle esposizioni teoriche, verrà anch'esso concordato anticipatamente col docente.

Durante l'orale è possibile che venga chiesta la risoluzione di esercizi semplici, e rilevanti con il programma svolto, assieme alla discussione degli aspetti teorici. Il voto è complessivo, senza che ci siano voti disgiunti per la capacità di risolvere esercizi o di affrontare argomenti teorici.

Sintetizzando: la data e il contenuto dell'esposizione parte dell'esame vanno concordati prima con il docente.

Il voto è in trentesimi, ed esprime una valutazione complessiva di tutto ciò che concorre al raggiungimento degli obiettivi formativi sopra descritti. Cioè, è frutto di una valutazione complessiva delle varie caratteristiche della prova. Per esempio: chiarezza, rigore, autonomia di giudizio, capacità di scegliere esempi e di illustrare l'argomento in modo efficace.

Orario di ricevimento

Su appuntamento, oppure di lunedì, 15:30.

CALCOLO DELLE VARIAZIONI (2019/2020)

Docenti: Mauro Garavello, Simone Secchi

Obiettivi

Gli obiettivi formativi del corso sono i seguenti.

Conoscenza e capacità di comprensione. Lo studente apprenderà i principali risultati della moderna teoria del Calcolo delle Variazioni e si impadronirà di strumenti e tecniche dimostrative avanzate nello studio di problemi di tipo variazionale.

Capacità di applicare conoscenza e comprensione. Mediante l'illustrazione di vari esempi e con lo svolgimento di esercizi, lo studente svilupperà la capacità di applicare i risultati teorici esposti nelle lezioni a specifici problemi di minimizzazione di funzionali e di controllo ottimo.

Autonomia di giudizio. Lo studente saprà affrontare in modo critico problemi variazionali, di minimizzazione e di controllo, individuando autonomamente i metodi più appropriati tra quelli appresi.

Abilità comunicative. L'acquisizione del linguaggio e del formalismo del calcolo delle variazioni renderà lo studente in grado di comunicare con rigore e chiarezza le conoscenze acquisite.

Capacità di apprendimento. Lo studente sarà in grado di applicare le conoscenze acquisite a contesti differenti da quelli presentati durante le lezioni e di approfondire gli argomenti trattati affrontando autonomamente la lettura di testi scientifici.

Contenuti sintetici

- Il problema dell'esistenza di una soluzione. Il metodo diretto. Le superfici minime.
- Le condizioni necessarie.
- La regolarità delle soluzioni.
- Collegamenti con il problema del controllo ottimo.
- Problemi ellittici semi-lineari.

Programma esteso

- Il metodo diretto del calcolo delle variazioni.
- Esistenza di soluzioni di minimo per funzionali.
- Equazione di Eulero-Lagrange: formulazione classica e debole.
- Validità dell'equazione di Eulero-Lagrange.
- Il problema del tempo minimo.
- Problemi di minimo senza soluzioni.
- Il fenomeno di Lavrentiev.
- Problema dell'area minima.
- Regolarità delle soluzioni di problemi di minimo.
- Problemi di controllo e di controllo ottimo.
- Il principio del massimo di Pontryagin.

- Problemi ellittici semi-lineari: esistenza di soluzioni tramite minimizzazione, tecniche di min-max, minimizzazione vincolata.

Prerequisiti

Basi di analisi matematica e di analisi funzionale.

Modalità didattica

Lezioni frontali: 8 cfu

Corso erogato in lingua italiana con possibilità di erogazione in lingua inglese in caso di richiesta e/o presenza di studenti stranieri.

Materiale didattico

- A. Ambrosetti, A. Malchiodi. *Nonlinear analysis and semilinear elliptic problems*. Cambridge University Press, 2007.
- B. Dacorogna. *Introduction to the calculus of variations*. Third edition. Imperial College Press, London, 2015.
- B. Dacorogna. *Direct methods in the calculus of variations*. Second edition. Applied Mathematical Sciences, 78. Springer, New York, 2008.
- L. C. Evans. *Partial differential equations*. Second edition. Graduate Studies in Mathematics, 19. American Mathematical Society, Providence, RI, 2010.
- O. Kavian. *Introduction à la théorie des points critiques*. Springer, 1993.
- M. Struwe. *Variational methods. Applications to nonlinear partial differential equations and Hamiltonian systems*. Fourth edition. Springer-Verlag, Berlin, 2008.
- M. Badiale, E. Serra. *Semilinear Elliptic Equations for Beginners*. Springer-Verlag, London, 2011.

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Secondo semestre.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

L'esame consiste in una prova scritta, tesa ad approfondire il livello delle conoscenze, l'autonomia di analisi e giudizio, nonché le capacità espositive acquisite dallo studente.

Nella prova viene richiesto di svolgere due temi a scelta su tre proposti. Vengono valutate la precisione, la completezza e la coerenza della trattazione con i temi prescelti; si richiede in particolare di presentare in dettaglio alcune tra le dimostrazioni più significative.

Orario di ricevimento

Su appuntamento.

COMBINATORICA ALGEBRICA (2019/2020)

Docente: Andrea Previtali

Obiettivi

Coerentemente con gli obiettivi formativi del Corso di Studio, l'insegnamento si propone di fornire allo studente le *conoscenze* riguardanti l'acquisizione degli strumenti per la trasmissione di informazione su canali con rumore, al fine di analizzare procedure di scambio ottimali nella rilevazione e correzione di errori. Tempo permettendo verranno impartiti alcuni rudimenti su linguaggi di programmazione simbolica come Magma e Gap. Tali strumenti servono ad enfatizzare gli aspetti sperimentali della scoperta matematica. Verranno altresì fornite le *competenze* necessarie a comprendere e analizzare le principali tecniche e metodi dimostrativi connessi alla teoria, e le *abilità* utili ad applicarle per risolvere esercizi e affrontare problemi.

Contenuti sintetici

Teoria dell'Informazione, trasmissione messaggi, probabilità di errore, entropia, Teorema di Shannon, canale simmetrico, codici correttori di errore, alfabeti, campi finiti, codici lineari, codici di Hamming, ciclici, di Reed-Solomon e Muller, polinomio enumeratore, Teoremi di MacWilliams. Teoria invarianti gruppi finiti.

Programma esteso

Trasmissioni con rumore, alfabeto, parole di lunghezza fissata, codici a blocchi; canale simmetrico m-ario con probabilità p , codici di ripetizione, codice binario di Hamming (7,4,3); distanza di Hamming, lunghezza, dimensione e distanza minima di un codice, sphere packing bound, Gilbert-Varshamov bound, codici perfetti, cenni ai codici di Golay e di Hamming; Codici lineari, peso minimo, estensione di codici; Matrice generatrice di un codice, forma sistematica e standard, codici duali, matrici di controllo, distanza minima di un codice lineare; Cenni all'aritmetica dei campi finiti; Esistenza di codici autoduali, spazi simmetrici e ortogonali; Decodifica di codici lineari, coset leaders, sindromi; Spazi proiettivi, decomposizione in spazi affini, codici di Hamming, codici 1-perfetti, unicità monomiale, traslati di codici lineari; Duali di codici di Hamming, codici a peso costante, teorema di Bonisoli; Gruppo degli automorfismi dei codici di Hamming; Struttura campi finiti, elementi primitivi; Polinomi ciclotomici su campi finiti; Fattorizzazione di x^n-1 , polinomi minimi, struttura automorfismi campo finito, cenni teoria di Galois; classi ciclotomiche, gradi fattori irriducibili x^n-1 , formula d'inversione di Moebius; Definizione di codici ciclici, Teorema di Prange; Duale codice ciclico, polinomi generatori; Generazione di codici ciclici, codici di Golay come codici ciclici, BCH bound; Teorema di MacWilliams sull'estensione di mappe lineari preservanti pesi a trasformazioni globali monomiali; Polinomi enumeratori, teorema di MacWilliams, esempi $C=0$, $C=Rep$ e loro duali, caratteri di un gruppo; Esempi di anelli con caratteri non degeneri, leggi di ortogonalità; Teorema di Lloyd sui codici perfetti; Introduzione alla teoria degli invarianti dei gruppi finiti, Teoremi di Noether e di Molien, serie di Hilbert-Poincaré, gruppi generati da pseudo-riflessioni, anelli di Cohen-Macaulay, Teorema di Chevalley-Shephard-Todd.

Prerequisiti

Algebra Lineare, Teoria dei Gruppi, Teoria dei Campi Finiti, Nozioni elementari di Termodinamica e Probabilità.

Modalità didattica

Lezioni: 8 CFU

Materiale didattico

Testo di Riferimento:

- Hall, Notes on Coding Theory, 2005
- Appunti videoscritti delle singole lezioni reperibili su questa piattaforma.

Altri Testi:

- Huffman and Pless, Fundamentals of error-correcting codes, 2010
- MacWilliams and Sloane, The Theory of Error-Correcting Codes, 1977
- Smith, Polynomial invariants of finite groups, 1995

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Secondo semestre.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

L'esame inizia con la discussione della risoluzione con l'ausilio del programma di manipolazione simbolica Magma di un problema precedentemente concordato.

Al termine di tale discussione verrà effettuata un'interrogazione orale in cui vengono accertate sia l'acquisizione dei contenuti teorici impartiti nel corso sia le capacità di analisi e risoluzione di problemi.

Entrambe gli aspetti contribuiscono allo stesso modo per la decisione del voto d'esame.

Nel caso di esito finale negativo verrà comunicato al candidato se è necessario risolvere un nuovo esercizio o se, quello già risolto, possa essere considerato valido per una nuova prova orale.

Orario di ricevimento

Su appuntamento.

DIDATTICA DELLA MATEMATICA (2019/2020)

Docenti: Davide Luigi Ferrario, Franco Magri

Obiettivi

Capacità: Costruire strumenti teorici e riflessioni critiche relative ai metodi e alle teorie relative all'apprendimento e insegnamento della matematica. **Competenze:** Essere in grado di acquisire e sperimentare autonomamente metodologie, tecnologie e materiali sviluppati e sperimentati negli anni nella ricerca in **didattica della matematica**.

Contenuti sintetici

Introduzione ai metodi, ai contenuti, allo sviluppo storico e ai quadri teorici utili per l'insegnamento della matematica a livello di scuola secondaria.

Programma esteso

Metodologie per l'insegnamento matematica: come determinare e affrontare i nodi concettuali ai vari livelli di apprendimento; analizzare anche gli aspetti epistemologici della matematica in chiave didattica. Progettazione di attività e valutazione di conoscenze e competenze: i legami della tradizione consolidata di didattica della matematica per competenze con i risultati delle ricerche nelle didattiche e pedagogie. Progettazione e uso di attività laboratoriali e nuove tecnologie. Analisi delle pratiche didattiche per l'apprendimento della matematica mediate dall'uso delle tecnologie. Metodi e tecniche per la comunicazione della matematica.

Prerequisiti

Buone e approfondite conoscenze dei metodi e dei contenuti della matematica di base, specie quella oggetto di insegnamento nella scuola secondaria.

Modalità didattica

Lezioni e esercitazioni. Lavori di gruppo in aula, attività di riflessione e approfondimento autonoma.

Materiale didattico

Testo di riferimento: DIDATTICA DELLA MATEMATICA, di Roberto Natalini, Anna Baccaglini-Frank, Pietro Di Martino, Giuseppe Rosolini (Mondadori 2018).

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Secondo Semestre

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Orale con discussione e valutazione di progetti. Verranno valutati la capacità di declinare in funzione didattica i contenuti e i metodi della matematica, l'autonomia nel porre questioni rilevanti e critiche per la comunicazione e la valutazione della trasmissione di sapere. Il progetto (relazione sullo stesso) viene presentato durante la discussione dell'oral, e viene valutato assieme a prove di microlezioni.

Gli esami sono individuali, e i progetti e le relazioni devono essere riconducibili ad un'unica persona. Ma gli studenti sono incoraggiati a lavorare in gruppo, e collaborare per raggiungere gli obiettivi indicati.

La descrizione esplicita della natura dei progetti verrà illustrata durante il corso (in sintesi, si tratta di progetti di microlezioni con riflessioni didattiche e epistemologiche). Verranno pubblicate sulla piattaforma *e-learning* delle linee guida e dei progetti modello, che potranno variare in funzione del numero e della natura dei partecipanti al corso.

Il voto è in trentesimi, ed esprime una valutazione complessiva di tutto ciò che concorre al raggiungimento degli obiettivi formativi sopra descritti. Le date e le modalità concrete di organizzare le valutazioni di profitto verranno discusse e negoziate con gli studenti, in funzione delle esigenze individuali e collettive. Vi saranno una valutazione del progetto e una discussione con microlezione, ma gli argomenti specifici e le modalità verranno discusse e negoziate con gli studenti (frequentanti o no). Come detto sopra, non ci sono parti di gruppo, ma la collaborazione nella preparazione della prova finale è incoraggiata.

Orario di ricevimento

Su appuntamento.

GEOMETRIA COMPLESSA (2019/2020)

Docente: Diego Conti

Obiettivi

Il corso è un'introduzione alla geometria delle varietà complesse, mirata sia alle proprietà generali (struttura algebrica dell'anello dei germi delle funzioni olomorfe, corrispondenza tra divisori e fibrati in rette, metriche hermitiane e curvatura) che alla costruzione di esempi (sottovarietà del proiettivo, spazi simmetrici hermitiani).

I risultati di apprendimento attesi comprendono la conoscenza delle nozioni fondamentali relative alla geometria complessa. Ci si aspetta che lo studente acquisisca la capacità di analizzare e riproporre le dimostrazioni presentate durante le lezioni e di approfondire, anche in maniera autonoma, alcuni dei risultati presentati durante il corso.

Contenuti sintetici

Funzioni di più variabili complesse, varietà complesse, fibrati, spazi simmetrici hermitiani.

Programma esteso

- Funzioni olomorfe e algebra lineare hermitiana.
- Polinomi di Weierstrass.
- Varietà complesse, fibrati vettoriali olomorfi.
- Connessioni; coomologia di Dolbeault.
- Divisori e fibrati in rette; sezioni globali olomorfe e morfismi proiettivi.
- Gruppi di Lie semisemplici, spazi simmetrici hermitiani.

Prerequisiti

Spazi vettoriali, anelli, spazi topologici, calcolo differenziale e integrale, varietà differenziabili, funzioni di una

variabile complessa.

Modalità didattica

Lezioni: 8 CFU

Materiale didattico

D. Huybrechts, Complex Geometry. An Introduction, Springer 2005

A. Borel. Semisimple groups and Riemannian symmetric spaces, Hindustan Book Agency 1998

Periodo di erogazione dell'insegnamento

II semestre

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Esame orale con domande su definizioni, enunciati e dimostrazioni; verranno valutate la correttezza, la

completezza e il rigore delle risposte.

Orario di ricevimento

Su appuntamento

GEOMETRIA DIFFERENZIALE (2019/2020)

Docente: Roberto Paoletti

Obiettivi

Lo scopo dell'insegnamento è introdurre lo studente alla teoria delle varietà riemanniane, ossia le varietà differenziali dotate di una metrica riemanniana, che consiste nell'assegnazione di un prodotto scalare euclideo a ogni spazio tangente, che vari in modo liscio con il punto base. Il corso si propone di familiarizzare lo studente con i concetti e le tecniche di base della geometria differenziale, partendo dal concetto fondante di connessione di Levi-Civita come generalizzazione dal contesto 'piatto' a quello 'curvo' della derivata ordinaria di un campo vettoriale. A partire dalla connessione di Levi Civita, verranno infatti introdotti gli invarianti di curvatura e le geodetiche. Un aspetto che ci si propone di illustrare è l'interazione tra le caratteristiche locali della struttura riemanniana, compendiate dalla curvatura, e la 'forma globale' della varietà stessa, ossia le sue caratteristiche topologiche.

I risultati di apprendimento attesi includono:

- Conoscenze: la conoscenza e la comprensione delle definizioni e degli enunciati fondamentali, nonché delle strategie di dimostrazione basilari utilizzate in geometria differenziale; la conoscenza e la comprensione di alcuni esempi chiave in cui si esplica la teoria;
- Capacità: la capacità di applicare le conoscenze astratte acquisite alla risoluzione di esercizi di calcolo e problemi teorici, richiamando in modo corretto e conseguente i risultati utilizzati; la capacità di applicare il bagaglio concettuale appreso alla costruzione e discussione di esempi concreti e alla risoluzione di esercizi; la capacità di esporre, comunicare e argomentare in modo chiaro, pertinente e preciso i contenuti teorici del corso.

Contenuti sintetici

Varietà differenziali, metriche riemanniane, connessioni, invarianti di curvatura, ipersuperfici e gruppi di Lie, sommersioni riemanniane, sottovarietà riemanniane, trasporto parallelo e geodetiche. Alcuni notevoli risultati globali (quali i Teoremi di Hopf-Rinow, Hadamard, Bonnet-Myers).

Programma esteso

Brevi cenni preliminari sulle varietà differenziali; metriche riemanniane; Teorema fondamentale e della Geometria Riemanniana connessione di Levi Civita; tensore di curvatura; curvatura sezionale, di Ricci e scalare; classi di esempi: gruppi di Lie, ipersuperfici, metriche a simmetria rotazionale; operatore forma; equazioni di Gauss e Codazzi-Mainardi; Teorema Egregium; Teorema di Hadamard; sommersioni riemanniane, formula di 'O'Neill e Gray, mappa di Hopf; trasporto parallelo lungo una curva; geodetiche, esistenza e unicità; esempi; mappa esponenziale e sue proprietà; coordinate normali; isometrie. Campi vettoriali di Jacobi. Teoremi di Hopf-Rinow, Hadamard, Bonnet-Myers.

Prerequisiti

Le competenze di geometria, analisi e algebra offerte dal percorso comune della laurea triennale in matematica sono, in linea di principio, adeguate per affrontare il corso con profitto; realisticamente, tuttavia, chi non ha acquisito le conoscenze di base sulle varietà differenziali contenute per esempio nel corso di Geometria III del nostro corso di laurea triennale dovrà fare in parallelo del lavoro preliminare in autonomia, perché la discussione dei prerequisiti sarà limitata a un breve richiamo.

Modalità didattica

Lezioni frontali: 8 cfu.

Materiale didattico

Testi di riferimento:

M. Do Carmo, Riemannian Geometry, Birkhauser

Lecture consigliate:

M. Do Carmo, Differential forms and applications, Springer Verlag 1996;

P. Petersen, Riemannian Geometry, Springer Verlag 2006

Periodo di erogazione dell'insegnamento

I semestre

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Durante lo svolgimento del corso, verranno offerte due prove in itinere, attinenti alla prima e alla seconda metà del corso, rispettivamente, ciascuna delle quali consisterà in una combinazione flessibile ma bilanciata di esercizi computazionali e domande teoriche, sulla falsariga di quanto viene proposto nelle prove degli appelli regolari (vedasi descrizione qui sotto). Le domande teoriche verteranno su definizioni, enunciati di teoremi, dimostrazioni, costruzione di esempi e controesempi e semplici problemi teorici. Per superare l'esame mediante le prove in itinere, lo studente deve ottenere la sufficienza (18/30) in entrambe. Le due prove in itinere contribuiranno in egual misura alla formazione del voto finale.

Gli studenti che non superano l'esame mediante le prove in itinere potranno sostenere gli appelli regolari. In occasione di ogni sessione d'esame, verranno offerte due prove scritte, attinenti, come le prove in itinere alla prima metà e alla seconda metà del corso, rispettivamente e strutturate nello stesso modo. Ogni prova scritta consisterà quindi di una combinazione flessibile ma bilanciata di esercizi computazionali e di domande teoriche.

Attraverso gli esercizi computazionali, verrà valutata la capacità dello studente di maneggiare con padronanza e precisione il formalismo introdotto e di utilizzarlo per eseguire semplici calcoli, nonché di mettere all'opera le conoscenze teoriche trasmesse, richiamandole in modo preciso e pertinente.

Attraverso le domande teoriche verranno valutate la conoscenza e la comprensione dell'impianto concettuale del corso, nonché la capacità di organizzare in modo lucido, efficace e ben strutturato un'esposizione coerente e puntuale.

Per superare l'esame negli appelli regolari, lo studente ottenere la sufficienza di 18/30 in ciascuna delle due prove scritte. Non è necessario che le prove vengano superate nel medesimo appello d'esame. E' altresì consentito superare una delle due prove in corrispondenza di una prova in itinere e un'altra in occasione di un appello regolare.

A ogni esercizio/quesito (o problema) teorico di ciascuna prova verrà attribuito un punteggio parziale massimo, in ragione della sua difficoltà e lunghezza; nella valutazione dello studente verrà assegnato un punteggio in corrispondenza di ogni esercizio/quesito (o problema) teorico non superiore a quello massimo previsto, in ragione dell'esattezza, della completezza, del rigore, della chiarezza e dell'organicità dello svolgimento.

L'esatta suddivisione del corso nelle due parti verrà comunicata durante lo stesso e con ampio anticipo rispetto alle prove.

Orario di ricevimento

Su appuntamento

GEOMETRIA E FISICA (2019/2020)

Docente: Franco Magri

Obiettivi

Il corso si propone di fornire gli strumenti matematici e di presentare l'apparato concettuale che servono a comprendere la formulazione moderna dell' elettromagnetismo di Maxwell e la teoria del campo gravitazionale di Einstein.

Obiettivo: lo studente alla fine del corso deve aver imparato a formulare le principali teorie della Fisica classica in forma intrinseca, senza far riferimento ad alcun osservatore spaziotemporale

Capacita' : alla fine del corso ci si attende che lo studente sappia : 1) spiegare l' evoluzione del concetto di tempo da Newton ad Einstein e descrivere l' esperimento di Hafele-Keating; 2) spiegare i concetti di massa ed energia relativistici di una particella; 3) scrivere le equazioni di Maxwell con le forme differenziali; 4) spiegare perche' la distribuzione di materia ed energia nell' universo determina la curvatura dello spaziotempo; 5) scrivere le equazioni di Einstein nel vuoto e discutere la soluzione di Schwarzschild; 6) conoscere la definizione di buco nero.

Contenuti sintetici

Gli argomenti trattati sono:

1. L'elettromagnetismo di Maxwell
2. La teoria della gravitazione di Einstein
3. I buchi neri

Le equazioni di Maxwell sono state scritte da Maxwell nel 1867, nella forma di un sistema di equazioni differenziali vettoriali sui campi E e B . L' avvento della relatività ristretta e del punto di vista spaziotemporale ha permesso di comprendere la struttura profonda di queste equazioni e ne ha cambiato drasticamente la forma. Oggi le equazioni di Maxwell si scrivono nella forma abbreviata

$$dF=0, dM= Q,$$

ricorrendo ad un nuovo e più potente formalismo matematico. Scopo della prima parte del corso è di spiegare il significato dell' interpretazione moderna della teoria di Maxwell.

Le equazioni del campo gravitazionale prodotto da un pianeta e le equazioni di moto di un satellite soggetto all' attrazione del pianeta sono state scritte da Einstein nel 1915. Il significato delle equazioni di Einstein è stato condensato da J.A. Wheeler nel seguente aforisma: “ Il pianeta dice allo spaziotempo come incurvarsi; lo spaziotempo dice al satellite come muoversi” . Questo aforisma sottolinea il punto centrale della teoria di Einstein, secondo cui il campo gravitazionale si manifesta come curvatura dello spaziotempo. Scopo della seconda parte del corso è presentare le equazioni di Einstein e dare un senso preciso all' aforisma di Wheeler.

Uno dei fenomeni più sorprendenti previsto dalla teoria gravitazionale einsteiniana è il formarsi di “ buchi neri “, cioè di regioni dello spaziotempo delimitate da un “ orizzonte degli eventi” che impedisce ad ogni segnale di abbandonare il buco nero e di raggiungere un osservatore posto all' esterno dello stesso. Scopo della terza parte del corso è di presentare due particolari esempi di campi gravitazionali einsteiniani , la metrica di Schwarzschild e la metrica di Kerr, e di discutere la geometria del buco nero associato ad almeno uno di tali campi.

Infine, tempo permettendo, il corso potrebbe concludersi con un cenno all' evoluzione più recente dell' idea centrale di Einstein, secondo cui le forze si manifestano come curvatura . Questa idea è il punto di partenza delle teorie di gauge, che rappresentano il tentativo moderno di unificare le interazioni fondamentali.

Programma esteso

Newton:

La legge di gravitazione universale dai Principia

Lo spaziotempo newtoniano

Minkowski:

Osservatori radar ed effetto Doppler longitudinale

K-calcolo e trasformazioni di Lorentz

Strutture geometriche dello spaziotempo di Minkowski

La Fisica nello spaziotempo di Minkowski:

Quadrivettori e dinamica della particella relativistica

Forme ed elettromagnetismo di Maxwell

Einstein:

La gravitazione e le sue peculiarità

Osservatori in caduta libera

Il principio della geodetica

Accelerazioni di marea e curvatura dello spaziotempo

Gauss e Riemann:

La nozione di curvatura per le superfici immerse

Gauss ed il Theorema Egregium

Le varietà di Riemann

Connessione, curvatura, parallelismo e geodetiche.

La Fisica nello spaziotempo di Einstein:

Le equazioni di campo di Einstein nel vuoto

La soluzione di Schwarzschild

Le equazioni di moto dei satelliti nel campo di Schwarzschild

Buchi neri

Prerequisiti

Sono richieste le conoscenze di base di geometria delle superfici immerse in uno spazio euclideo, di elettromagnetismo classico e di relatività ristretta. Alcune di queste nozioni saranno brevemente

richiamate durante il corso.

Modalità didattica

Lezioni: 7 cfu, Esercitazioni: 1 cfu

Materiale didattico

Bibliografia :

1. R.Geroch, Relativity from A to B

E' una piacevolissima introduzione alla geometria dello spaziotempo e alla sua interpretazione fisica.

2. G.Ellis,R.Williams, Flat and curved spacetimes

Principalmente il capitolo 3, dedicato alla geometria dello spaziotempo di Minkowski (indagata col metodo del K-calcolo di Bondi) e il capitolo 5 , dedicato alla relazione tra gravitazione e curvatura dello spaziotempo.

3. W. Kuhnel, Differential Geometry (Curves-Surfaces-Manifolds)

Principalmente: i paragrafi 3A e 3B per la teoria delle curvature principali; i paragrafi 4A, 4B, 4C per la teoria di Gauss delle superfici immerse; i paragrafi 5A, 5B, 5C, 5D per le varietà riemanniane.

Le lezioni saranno a disposizione sulla pagina personale del docente.

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Primo semestre.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Modalità dell'esame

L' esame e' orale. Lo studente sceglie due temi tra i sei punti del programma (un tema nei primi tre punti ed un tema nei rimanenti tre punti). Esporrà questi due temi nell' ordine e con le modalità che preferisce. Nel corso della discussione deve dimostrare di possedere i collegamenti con gli altri punti del programma.

Il tempo a disposizione per la presentazione sara' compreso tra 45 minuti ed un' ora.

I criteri di valutazione sono: 1) la capacita' di mettere in luce la struttura concettuale della teoria esposta; 2) la chiarezza e la sintesi; 3) il rigore metodologico; 4) la proprieta' del linguaggio

Orario di ricevimento

Verrà immediatamente fissato un appuntamento su richiesta da parte dello studente, via email.

GEOMETRIA SIMPLETTICA (2018/2019)

Docente: Roberto Paoletti

Obiettivi

Lo scopo del corso è discutere ed approfondire i concetti di base della Geometria Simplettica, a partire dagli aspetti locali per poi rivolgere l'attenzione alle proprietà più globali e, tempo permettendo, al tema della riduzione simplettica. Ci si propone in particolare di chiarire la natura geometrica di diversi concetti di grande importanza che vengono introdotti in vari contesti, quali mappa momento, funzioni generatrici, trasformazioni canoniche, equazione e teoria di Hamilton-Jacobi, eccetera.

I risultati di apprendimento attesi comprendono:

- Conoscenze: la conoscenza e la comprensione delle definizioni e degli enunciati fondamentali, nonché delle strategie di dimostrazione basilari utilizzate in geometria simplettica; ; la conoscenza e la comprensione di alcuni esempi chiave in cui si esplica la teoria.
- Capacità: la capacità di riconoscere il ruolo dei concetti e delle tecniche simplettiche in diversi ambiti della matematica pura (equazioni differenziali, geometria riemanniana, geometria complessa, teoria delle rappresentazioni) e nella modellizzazione di fenomeni fisici (fisica matematica); la capacità di applicare tale bagaglio concettuale alla costruzione di esempi concreti e alla risoluzione di esercizi; ; la capacità di esporre, comunicare e argomentare in modo chiaro e preciso sia i contenuti teorici del corso, sia le loro applicazioni a situazioni specifiche, anche inerenti ad altri ambiti.

Contenuti sintetici

Spazi vettoriali simplettici, varietà simplettiche, flussi Hamiltoniani e simplettomorfismi, forme canoniche delle strutture simplettiche, mappe momento e riduzioni simplettiche.

Programma esteso

- Algebra lineare simplettica.
- Struttura simplettica di un fibrato cotangente, equazioni di Hamilton, parentesi di Poisson.
- Varietà simplettiche, loro sottovarietà notevoli e rispettivi intorni.
- Isotopie e teoremi di Darboux e di Moser.
- Funzioni generatrici, equazione di Hamilton-Jacobi, sua soluzione geometrica.
- Mappe momento e loro proprietà; riduzione simplettica.
- Strutture complesse e quasi-complesse compatibili, varietà di Kähler e varietà quasi-Kähler.
- Orbite coaggiunte e loro struttura simplettica intrinseca.

Prerequisiti

Sono presupposti: una buona familiarità con l'algebra lineare offerta nel biennio della laurea triennale di matematica, in quanto lo studio dell'algebra lineare simplettica ha un'importanza fondamentale per la parte restante del corso; le nozioni di base sulle varietà differenziale e sulle forme differenziali, come introdotte per esempio nei corsi di Geometria II e III. Verrà fatto comunque un breve riepilogo quando necessario.

Modalità didattica

Lezioni frontali

Materiale didattico

Testi:

V. Guillemin, S. Sternberg, Symplectic Techniques in Physics, Cambridge University Press

D. McDuff, D. Salamon, Introduction to Symplectic Topology, Clarendon Press, Oxford

Lettere consigliate:

V. Guillemin, S. Sternberg, Semiclassical Analysis, International Press

J. J. Duistermaat, Fourier Integral Operators, Birkhäuser

Periodo di erogazione dell'insegnamento

I semestre

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Modalità d'esame:

L'esame consiste di due prove scritte, ciascuna delle quali verte su una parte del corso (I e II), finalizzate alla valutazione della conoscenza, della comprensione e delle capacità che costituiscono gli obiettivi formativi dell'insegnamento. L'esatta suddivisione in argomenti tra le due prove verrà comunicata durante il corso con largo anticipo rispetto allo svolgimento delle stesse. Ogni prova consiste di una combinazione flessibile di quesiti teorici (definizioni, enunciati, dimostrazioni) e di quesiti di carattere più pratico (risoluzione di esercizi, costruzione di esempi o controesempi). Ogni prova verrà valutata indipendentemente e concorrerà in egual misura alla determinazione del voto complessivo finale.

Orario di ricevimento

su appuntamento

MATEMATICA ELEMENTARE (2019/2020)

Docenti: Leonardo Colzani, Giancarlo Travaglini

Obiettivi

Coerentemente con gli obiettivi formativi del corso di studio, l'insegnamento si propone di fornire agli studenti le conoscenze riguardanti alcuni importanti capitoli di matematica. In particolare si vogliono presentare dei risultati classici ed elementari relativi alla Teoria dei Numeri ed alla Geometria, con attenzione agli aspetti storici e didattici, e ai collegamenti con altri argomenti della Matematica. Gli studenti acquisiranno competenze su alcuni argomenti di teoria dei numeri, geometria, analisi, analisi numerica, e soprattutto su alcuni collegamenti tra questi argomenti. Il fatto che l'insegnamento sia largamente privo di prerequisiti permetterà agli studenti di utilizzare parte del materiale per l'insegnamento nella Scuola Secondaria di Secondo Grado, e per la propria attitudine e preparazione a questo lavoro.

Contenuti sintetici

Il corso è diviso in due parti.

- Prima parte: Punti interi. Poliedri. Somme di Riemann.
- Seconda parte: Geometria elementare.

Programma esteso

- Prima parte:
 - Paradosso di Simpson.
 - Numeri primi, funzioni aritmetiche e punti interi.
 - Punti interi in poliedri, il problema delle monete di Frobenius.
 - Successioni di Farey.
 - Convessità e approssimazione diofantea.
 - Successioni uniformemente distribuite e numeri normali.
 - Integrali e somme di Riemann.
- Seconda parte:
 - Gli Elementi di Euclide.
 - I Fondamenti della Geometria di Hilbert.
 - Costruzioni con riga e compasso.
 - Poliedri.
 - Il quinto postulato e le geometrie non euclidee.

Prerequisiti

In matematica il termine elementare non è sinonimo di semplice. La matematica elementare è quella che non richiede particolari prerequisiti. E anche per gran parte dei contenuti di questo insegnamento non ci sono reali prerequisiti. La matematica dei primi due anni della laurea triennale è più che sufficiente.

Modalità didattica

Lezioni frontali in aula.

Materiale didattico

Appunti distribuiti a lezione.

M. Beck, S. Robins, *Computing the continuous discretely. Integer-point enumeration in polyhedra*. Springer (2015).

M. Bramanti, G. Travaglini, *Studying Mathematics: The Beauty, the Toil and the Method*, Springer (2018).

J. Sally, P. Sally, *Roots to research. A vertical development of mathematical problems*. Amer. Math. Soc. (2007).

G. Travaglini, *Number Theory, Fourier Analysis and Geometric Discrepancy*, Cambridge Univ. Press (2014).

Periodo di erogazione dell'insegnamento

II semestre.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Scopo della verifica di profitto è valutare le conoscenze, competenze, abilità operative acquisite dalla studentessa / dallo studente, in altre parole la sua maturità matematica. L'esame orale è diviso in due parti. La studentessa / lo studente deve tenere un seminario su un argomento a scelta concordato con i docenti. Questo seminario potrebbe anche essere una simulazione di lezione per non iniziati. Il seminario è seguito da un esame orale tradizionale sul programma del corso. La valutazione terrà conto della padronanza del programma del corso, e della capacità didattica espressa attraverso il seminario. Il voto è in trentesimi, e l'esame è superato se il voto è almeno 18/30.

Orario di ricevimento

Per appuntamento.

[E-Mail: giancarlo.travaglini@unimib.it](mailto:giancarlo.travaglini@unimib.it)

[E-Mail: leonardo.colzani@unimib.it](mailto:leonardo.colzani@unimib.it)

MECCANICA SUPERIORE (2019/2020)

Docente: Diego Davide Noja

Obiettivi

Dare allo studente un primo orientamento alle idee e metodi della Meccanica Quantistica, e in particolare alla sua formulazione rigorosa. Verrà anche messo in evidenza il confronto con la Meccanica Classica. In particolare per quanto riguarda le conoscenze si insisterà sugli aspetti di teoria degli operatori necessari a formulare in modo matematicamente rigoroso la teoria. Lo studente svilupperà le competenze necessarie a comprendere e analizzare i principali concetti e tecniche, e le abilità utili ad applicarli per trattare semplici esempi e risolvere esercizi.

Contenuti sintetici

Il corso costituisce una introduzione alla Meccanica Quantistica adeguata a studenti di Matematica di livello magistrale. L'aspirazione è quella di fornire una esposizione sintetica e matematicamente rigorosa degli elementi della Teoria Quantistica e di alcune delle sue più rilevanti conseguenze. Dopo una breve introduzione storica, la trattazione sarà sistematica. Preliminarmente verrà anche discussa la struttura matematica e concettuale della Meccanica Classica.

Programma esteso

Programma:

Il vari punti del programma corrispondono alla suddivisione in argomenti, ma il tempo ad essi dedicato può essere molto differente. Gli argomenti segnati con un asterisco saranno svolti solo se il tempo a disposizione lo consentirà.

- La struttura matematica della Meccanica Classica
- I sistemi integrabili e il teorema di Arnold-Liouville
- Sistemi a molti corpi e Meccanica Statistica Classica
- La fenomenologia quantistica e la nascita della Meccanica Quantistica
- Introduzione a stati, evoluzione ed osservabili. Il principio di Heisenberg
- L'equazione di Schroedinger. Particella libera, oscillatore armonico, scattering e tunneling
- L'equazione di Schroedinger. Atomo di idrogeno e potenziali radiali
- Teoria degli operatori. Il problema della dinamica in Meccanica Quantistica
- Struttura Matematica della Meccanica Quantistica. Assiomi e interpretazione
- Confronto con la struttura matematica della Meccanica Classica
- Simmetria e gruppi in Meccanica Quantistica: Momento angolare e spin
- Stabilità della materia in Meccanica Quantistica*
- Problemi di interpretazione: paradosso di Einstein-Podolski-Rosen e disuguaglianze di Bell*

Prerequisiti

Si richiede esclusivamente familiarità con gli strumenti matematici appresi durante la laurea triennale, in particolare nei corsi di Analisi. In particolare sarà utile, ma non necessaria, una familiarità con la definizione e le proprietà elementari degli spazi di Hilbert e la definizione e prime proprietà della trasformata di Fourier.

Modalità didattica

Lezioni ed esercitazioni frontali. Il docente consegnerà periodicamente serie di esercizi che gli studenti svolgeranno fuori dall'orario di lezione. Alcuni esercizi scelti verranno successivamente discussi in aula. La soluzione delle serie di esercizi può essere svolta individualmente o in gruppo; in questo secondo caso ogni studente dovrà comunque produrre una propria versione autonoma delle soluzioni.

Materiale didattico

Non vi è un unico testo di riferimento e di volta in volta verranno segnalate dal docente le fonti più pertinenti. Su alcune parti del corso il docente fornirà note di lezione.

Bibliografia:

- Basdevant J-L.: Lectures on Quantum Mechanics, Springer (2007)
- Caldirola P.: Prosperi A.M., Cirelli, R.: Introduzione alla Fisica Teorica, Utet, (1982)
- Dirac P.A.M.: Principles of Quantum Mechanics 4th revised ed. OUP (1982)
- Faddeev, L.D.: Yakubovsky O.A.: Lectures on Quantum Mechanics for Mathematics Students, Student Mathematical Library, AMS (2009)
- Galindo A., Pascual P.: Quantum Mechanics I & II, TMP, Springer, (1990)
- Gallone F.: Hilbert Spaces and Quantum Mechanics, World Scientific (2015)
- Hall, B.C.: Quantum Theory for Mathematicians, GTM, Springer (2013)
- Hannabuss K.: An Introduction to Quantum Theory, OUP (1997)
- Onofri E. Destri C.: Istituzioni di Fisica Teorica, Carocci, (1996)
- Thaller B.: Visual Quantum Mechanics Springer (2000)
- Thaller B.: Advanced Visual Quantum Mechanics, Springer (2005)
- Teschl, G.: Mathematical methods in Quantum Mechanics with application to Schroedinger operators, II ed. AMS (2014)
- Teta, A.: A Mathematical primer on Quantum Mechanics, Springer (2018)
- Thirring W.: Quantum Mathematical Physics, Springer 2nd Ed. (2001)

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Secondo semestre.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

L'esame sarà orale, la votazione in trentesimi e l'obiettivo consisterà nel valutare se lo studente

1. abbia appreso i concetti e le tecniche matematiche introdotte durante il corso e vi si orienti con sufficiente disinvoltura;

2. sia in grado di impostare correttamente alcuni semplici problemi e di avviarne la soluzione, in particolare sulla base della soluzione dei fogli di esercizi lasciati durante lo svolgimento del corso.
3. La valutazione finale risulterà da una media tra la discussione delle soluzioni dei fogli di esercizi proposti allo studente durante il corso e l'esame orale sui contenuti teorici del corso. L'esame si intende superato se viene raggiunta una votazione di 18/30.
4. Vi saranno 5 sessioni di esami: Giugno, Luglio, Settembre Gennaio e Febbraio.

Orario di ricevimento

Su appuntamento.

METODI DELLA FISICA MATEMATICA (2019/2020)

Docente: Gregorio Falqui

Obiettivi

Il corso è rivolto alla presentazione dei fondamenti matematici e fisici della teoria classica dei campi, ed in particolare tratta la meccanica dei corpi continui. Si presentano le idee, i principi fondamentali e le equazioni basilari della teoria dell'Elasticità e della Dinamica dei fluidi, con una particolare enfasi sulla seconda, della quale vengono trattati in dettaglio alcuni modelli specifici. Un capitolo importante è rivolto allo studio della teoria delle onde: onde lineari e non lineari, dispersive e non dispersive, ed aspetti delle equazioni solitoniche.

I principali risultati di apprendimento attesi sono:

- 1) la conoscenza e la comprensione delle definizioni della teoria dei sistemi continui e della dinamica dei fluidi, delle loro motivazioni fisiche, dei teoremi fondamentali e delle principali tecniche di dimostrazione degli stessi.
- 2) Il riconoscimento e la comprensione delle differenti approssimazioni modellistiche (quali le equazioni costitutive, i processi di linearizzazione e espansione asintotica etc.) utilizzati durante il corso.
- 3) la capacità di applicare questo bagaglio concettuale all'analisi delle diverse applicazioni; la capacità di esporre, comunicare e argomentare in modo chiaro e preciso sia i contenuti teorici del corso, sia le loro applicazioni a situazioni specifiche anche in relazione ad altri ambiti disciplinari.
- 4) La capacità di integrare le conoscenze acquisite durante il corso con una elaborazione personale ulteriore, attraverso l'analisi di temi complementari a quelli presentati durante le lezioni

Contenuti sintetici

- Lo "spazio" delle configurazioni per i corpi continui.
- Teoria delle deformazioni per i corpi continui.
- Il tensore di deformazione ed il tensore degli sforzi. Il gradiente di velocità.
- Teoremi di trasporto e loro formulazione nella geometria delle forme differenziali nello spazio euclideo tridimensionale..
- Le equazioni di conservazione della massa, l'equazione di Cauchy, l'equazione dell'energia e la disuguaglianza entropica.
- I fluidi e le equazioni di Eulero.
- Soluzioni statiche e stazionarie.
- Teorema di Bernoulli ed applicazioni.
- Le equazioni di Hemholtz.
- Teoria dell'ala.
- Onde sonore.
- Onde di gravità: sistemi aria-acqua e fluidi stratificati. La tensione superficiale.
- Onde in "shallow water": le equazioni di Korteweg - de Vries (KdV), Burgers e Airy; cenni

all'equazione di Kadomtsev-Petviashvili.

- Formulazione Hamiltoniana di KdV.
- Le equazioni di Navier-Stokes e le loro prime applicazioni.
- Trasformazioni di scala e numero di Reynolds. Lo strato limite e le equazioni di Prandtl.

Programma esteso

Il corso inizia con lo studio della deformazione e del moto di un corpo continuo attraverso l'introduzione delle nozioni di gradiente di deformazione e di gradiente di velocità. Questa parte del corso introduce ed utilizza metodi di *“geometria differenziale nello spazio euclideo tridimensionale”*.

I teoremi di trasporto di quantità scalari e vettoriali vengono discussi e dimostrati, come parte saliente della cinematica dei corpi continui.

Quindi si passa alla dinamica con lo studio delle azioni che si esercitano sui corpi deformabili. Il centro del discorso è la teoria di Cauchy degli sforzi. Si trattano le equazioni di conservazione della massa, e di bilancio della quantità di moto, del momento angolare e dell'energia. Si discutono poi le nozioni di energia interna e di entropia e si rivedono il primo ed il secondo principio della Termodinamica.

Si passa alla caratterizzazione delle proprietà meccaniche (e termiche) dei solidi, dei liquidi e dei gas mediante le equazioni costitutive e le equazioni di stato. Si considerano i modelli dei corpi solidi elastici e dei fluidi newtoniani, comprimibili ed incompressibili ed eventualmente viscosi.

Poi si studiano più approfonditamente le equazioni della fluidodinamica, partendo dal modello delle equazioni di Eulero, e derivando alcuni modelli che permettono di descrivere rilevanti fenomeni fisici.

Si parte dallo studio di soluzioni statiche, per poi aprire un'ampia “pagina” dedicata alle equazioni di Eulero per i cosiddetti fluidi ideali, ed alle sue conseguenze ed applicazioni, come l'equazione di Bernoulli, le leggi di Helmholtz sull'evoluzione della vorticità e la conservazione della circolazione.

In seguito vengono discussi i seguenti punti:

- Fluidi comprimibili e onde sonore.
- Il regime di incompressibilità (ovvero i fluidi incompressibili)
- Flussi irrotazionali nel piano: la funzione di flusso e il potenziale complesso.
- Flusso attorno ad ostacoli (Teoria dell'ala).
- Onde di gravità in un fluido incompressibile (“water waves”).
- Onde di gravità in fluidi stratificati (onde interne negli oceani).
- Onde di gravità in presenza di tensione superficiale.
- Dinamica dei gas ed equazioni quasi-lineari: teoria delle caratteristiche e onde di shock.
- Equazioni dispersive in acqua “poco profonda” (shallow water): l'equazione di Korteweg - de Vries. I solitoni e le onde cnoidali. L'equazione di Kadomtsev Petviashvili.
- La formulazione Hamiltoniana di KdV e le costanti del moto.

Il corso prosegue con lo studio delle proprietà dei fluidi viscosi, descritti dall'equazione di Navier Stokes.

Vengono introdotti e discussi i seguenti concetti:

- Il trasporto di quantità di moto tramite “azioni di taglio”.
- La non-conservazione dell'energia “meccanica” in Navier-Stokes.
- La diffusione della vorticità.
- Autosimilarità e numero di Reynolds.
- Lo strato limite e le equazioni di Prandtl.

Prerequisiti

Il corso non richiede la frequenza ad alcun altro corso della laurea Magistrale. Sono necessarie le nozioni dei corsi di Analisi I e II, Algebra lineare e Geometria, Fisica I e II e Sistemi Dinamici e Meccanica Classica della laurea triennale. Possono essere utili ai fini del corso quelle presentate nei corsi di Analisi Complessa a Fisica Matematica del terzo anno.

Modalità didattica

Lezioni (8CFU).

Materiale didattico

Testi di riferimento

1. P. Chadwick, Continuum Mechanics: Concise Theory and Applications. Dover Publications, 1999.
2. S. Salsa: Partial Differential Equations in Action: from Modeling to theory. Springer, 2008.
3. G. Falkovich, Fluid Mechanics (a short course for physicists). Cambridge University Press, 2011.

Gli appunti delle lezioni sono pubblicati sulla pagina e-learning del corso.

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Primo semestre.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

La prima parte dell'esame consiste nella discussione di un breve elaborato scritto preparato autonomamente dallo studente su un argomento scelto tra quelli di una lista fornita entro il termine del corso dal docente. Tale lista comprenderà anche temi complementari a quelli presentati a lezione. La scelta dell'elaborato va comunicata al docente almeno 10 giorni prima della data della discussione, e una copia dell'elaborato va inviata al docente almeno 2 giorni prima di tale data per una valutazione preliminare dello stesso.

Questa parte è rivolta principalmente alla verifica dei punti 3 e 4 dei "risultati di apprendimento attesi" descritti più sopra. Vengono valutati, anche in relazione alla complessità dell'elaborato scelto, la chiarezza espositiva, la capacità di sintesi e la padronanza dell'argomento.

Nella seconda parte (finalizzata alla verifica dei punti 1 e 2 tra i "risultati di apprendimento attesi") verrà richiesta l'esposizione di alcuni argomenti del programma (scelti dal docente).

Il peso relativo delle due parti dell'esame è paritetico ai fini della valutazione.

Orario di ricevimento

Su appuntamento da richiedersi via e-mail (preferito) o la presente pagina e-learning.

METODI MATEMATICI PER LA FISICA MODERNA (2019/2020)

Docente: Renzo Ricca

Obiettivi

Coerentemente con gli obiettivi formativi del Corso di Studio, l'insegnamento si propone di fornire allo studente le *conoscenze* riguardanti le definizioni e i risultati fondamentali per un'approccio geometrico e topologico allo studio delle teorie classiche di campo, con particolare riferimento alla teoria della vorticità classica, della magnetoidrodinamica ideale e dell'idrodinamica quantistica. Verranno altresì fornite le *competenze* necessarie a comprendere e utilizzare le principali tecniche e i metodi dimostrativi connessi alla teoria, e le *abilità* utili ad applicarle per risolvere esercizi e affrontare problemi.

I risultati di apprendimento attesi comprendono:

- Conoscenze: la conoscenza e la comprensione delle definizioni e degli enunciati fondamentali, nonché delle strategie di dimostrazione basilari utilizzate in teorie di campo geometriche e topologiche; la conoscenza e la comprensione di alcuni esempi chiave in cui si esplica la teoria.
- Capacità: la capacità di riconoscere il ruolo dei concetti e delle tecniche geometriche e topologiche in diversi ambiti della matematica applicata (teoria della vorticità, magnetoidrodinamica ideale, fluidi quantistici) e nella modellizzazione di fenomeni fisici (dinamica del vortice, relazioni tra energia e complessità, formazione di difetti topologici, annodamenti e legami); la capacità di applicare tale bagaglio concettuale alla costruzione di esempi concreti e alla risoluzione di esercizi; ; la capacità di esporre, comunicare e argomentare in modo chiaro e preciso sia i contenuti teorici del corso, sia le loro applicazioni a situazioni specifiche, anche inerenti ad ambiti analoghi, ma differenti.

Contenuti sintetici

I Parte. Flussi fluidi e diffeomorfismi, teoremi di conservazione, equazioni di Eulero, leggi di conservazione di Helmholtz, equazioni di Navier-Stokes, magnetoidrodinamica ideale, elicità magnetica.

II Parte. Identità di Green, equazione non-lineare di Schrödinger, soluzione della LIA a nodo toroidale, equazione di Gross-Pitaevskii, difetti topologici, elicità e numeri di legame, misure di complessità topologica.

Programma esteso

Il programma si articola su una prima parte di carattere generale e su una seconda parte dedicata ad argomenti specifici di carattere più avanzato.

I Parte. Flussi fluidi e diffeomorfismi, identità di Green, correzione di Kelvin per domini moltiplicemente connessi, teorema cinetico del trasporto, teoremi di conservazione, decomposizione del moto fluido, equazioni di Eulero, equazione del trasporto della vorticità, leggi di conservazione di Helmholtz, legge di Biot-Savart, equazioni di Navier-Stokes, dissipazione di energia, soluzione stazionaria di Burgers, equazioni di Maxwell, magnetoidrodinamica ideale, elicità magnetica, analogie perfetta con i flussi di Eulero.

II Parte. Legge di induzione localizzata (LIA), elementi di teoria dei nodi, interpretazione idrodinamica delle mosse di Reidemeister, configurazione inflessionale ed energia di torsione, soluzioni a nodo toroidale della LIA, interpretazione fluidodinamica dell'equazione di Gross-Pitaevskii, difetti topologici,

elicità e numeri di legame, avvolgimento, contorsione, invarianti polinomiali di nodi, misure di complessità topologica.

Prerequisiti

Elementi di geometria differenziale delle curve e delle superfici nello spazio tridimensionale, elementi di meccanica dei sistemi continui, leggi di bilancio in fisica.

Modalità didattica

Lezioni frontali con materiale presentato alla lavagna, articolate in lezioni teoriche in cui si fornisce la conoscenza di definizioni, risultati ed esempi rilevanti e altre in cui si forniscono competenze e abilità necessarie per utilizzare tali nozioni nella risoluzione di esercizi e nell'analisi di problemi e applicazioni.

Materiale didattico

Note del docente distribuite durante l'insegnamento.

Periodo di erogazione dell'insegnamento

II semestre.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Elaborato scritto da completare in 2 ore sulla base di 4 domande di ugual peso, ognuna delle quali riferentesi ad un argomento specifico presentato durante il corso. Durante la prova scritta non è permesso l'uso di alcun materiale d'ausilio. Le soluzioni devono riprodurre il materiale presentato durante il corso, incluse prove dettagliate dei teoremi e asserti dimostrati, completi di calcoli espliciti. Non è prevista alcuna prova orale e il voto finale è espresso in 30esimi.

Nella prova scritta viene valutata la *abilità* operativa di risolvere i temi proposti utilizzando le *conoscenze* acquisite e le *competenze* necessarie a proporre gli argomenti svolti a lezione.

Orario di ricevimento

Su appuntamento da concordarsi col docente.

METODI MATEMATICI PER L'ANALISI ECONOMICA - CONTROLLO OTTIMO (2019/2020)

Docente: Andrea Giovanni Calogero

Obiettivi

Coerentemente con gli obiettivi formativi del Corso di Studio, l'insegnamento si propone di fornire allo studente le *conoscenze* riguardanti le definizioni e gli enunciati fondamentali del controllo ottimo sia con la tecnica variazionale che con la programmazione dinamica. Questi strumenti poi verranno applicati alla teoria dei giochi differenziali. Verranno altresì fornite le *competenze* necessarie a comprendere e analizzare le principali tecniche e metodi dimostrativi connessi alla teoria, e le *abilità* utili ad applicarle per risolvere esercizi e affrontare modelli economici e non.

Contenuti sintetici

Problemi di controllo ottimo con il metodo variazionale: teoria e modelli economici. Problemi di controllo ottimo con la programmazione dinamica: teoria e modelli economici. Introduzione ai giochi differenziali.

Programma esteso

1. INTRODUZIONE AL CONTROLLO OTTIMOa. Alcuni problemi introduttivi

In barca con Pontryagin, un modello di consumo ottimo, *"the lady in the lake"*.

b. Formulazione di un problema di controllo ottimo

Definizioni di controlli, dinamica, traiettorie, insieme di controllo, target set.

Funzioni assolutamente continue. Soluzione di una equazione differenziale ordinaria con funzioni misurabili: definizione e teorema di esistenza e unicità. Controlli ammissibili. Importanza del caso della dinamica lineare. Insieme dei punti raggiungibili.

2. IL CONTROLLO OTTIMO CON METODO VARIAZIONALE

a. Il problema più semplice di controllo ottimo

Il teorema di Pontryagin (DIM nel caso di insieme di controllo $U=R$, DIM anche del lemma tecnico): definizione di Hamiltoniana e conseguenze del principio del Massimo. Controllo estemale, moltiplicatore associato. Controllo normale e abnormale: un esempio di controllo ottimo abnormale. Proprietà dell'Hamiltoniana lungo il cammino ottimo (DIM).

Problemi autonomi: proprietà dell'Hamiltoniana lungo il cammino ottimo.

Condizioni sufficienti di ottimalità: la condizione di Mangasarian (DIM). Funzioni concave, sopragradiente, sopragradiente di funzioni differenziabili, cenni al Teorema di Rockafellar: la condizione sufficiente di Arrow (DIM).

Condizioni di transversalità per i problemi con punti iniziali/finali fissati. Sui problemi di minimo.

A two sector model with investment and consumption goods.

b. Il problema più semplice di calcolo delle variazioni

Il teorema di Eulero (DIM come caso particolare del teorema di Pontryagin). Condizioni di transversalità

per i problemi con punti iniziali/finali fissati. Condizioni sufficienti per il problema più semplice usando concavità/convessità.

Curva di lunghezza minima.

c. Controlli singolari e bang-bang

Definizioni di controlli bang-bang, istanti di commutazione e controlli singolari. *La costruzione di una strada di montagna a costo minimo.*

d. Problema più generali di controllo ottimo

Problemi di Mayer, di Bolza e Lagrange: loro equivalenza (DIM).

Problemi a tempo finale fisso: condizione necessaria e condizione sufficiente per il problema di Bolza, problemi autonomi. Problemi a tempo finale libero: nozione di tempo di uscita, condizione necessaria per il problema di Bolza, problemi autonomi.

Problemi di time optimal: condizione necessaria. *In barca con Pontryagin.* Problemi di time optimal singolari: *the Dubin car.*

Problemi ad orizzonte infinito: controesempio di Halkin; condizione sufficiente (DIM). Hamiltoniana corrente e moltiplicatore corrente e loro condizioni necessarie (DIM) e sufficienti. *Modelli di crescita economica: preferenze, funzioni di utilità: un modello di consumo ottimo con utilità logaritmica.*

e. Problemi di esistenza e controllabilità

Esempi di classe di controlli vuota o di classe di controlli non vuota e senza controllo ottimo (controesempio di Bolza). Disuguaglianza di Gronwall (DIM). Teorema di esistenza del controllo ottimo per i problemi di Bolza: il caso con insieme di controllo chiuso e il caso con insieme controllo compatto.

3. CONTROLLO OTTIMO CON IL METODO DELLA PROGRAMMAZIONE DINAMICA

a. La funzione valore e le sue proprietà per il problema più semplice di controllo ottimo.

Definizione della funzione valore. Il principio di ottimalità di Bellman (DIM).

Le proprietà della funzione valore: la condizione (necessaria) finale sulla funzione valore (DIM), l'equazione di Bellmann-Hamilton-Jacobi (BHJ) per funzioni valori differenziabili (DIM).

L'Hamiltoniana della Programmazione Dinamica. Condizioni sufficienti di ottimalità (DIM). L'equazione di BHJ lungo la traiettoria ottima. Sui problemi di minimo.

Soluzione del problema di strategia aziendale di produzione/vendita.

Problemi Affini-Quadratici e Lineari-Quadratici-omogenei: loro funzione valore. Equazioni differenziali di Riccati.

La funzione valore del problema a tempo finale fisso e valore finale libero (sotto opportune ipotesi), è Lipschitz (DIM per problemi autonomi). Cenni al teorema di Rademacher: la funzione valore ammette derivate q.o.

Definizione di soluzione viscosa per l'equazione di BHJ; la funzione valore come unica soluzione viscosa per l'equazione di BHJ; un esempio di problema di controllo ottimo la cui funzione valore è soluzione viscosa per l'equazione di BHJ.

b. Problemi più generali di controllo ottimo.

Condizioni necessarie e sufficienti per problemi di controllo ottimo più generali.

Modello di produzione e gestione del magazzino.

Problemi autonomi, ad orizzonte illimitato: la sua funzione valore corrente e la relativa equazione di BHJ (DIM). *Un modello di consumo ottimo con utilità HARA. Cenni al modello stocastico di Merton.*

c. Legami tra i metodi variazionali e la Programmazione Dinamica.

Interpretazione del moltiplicatore come prezzo ombra (DIM).

4. GIOCHI DIFFERENZIALI

a. Nozioni introduttive

Formulazione di un gioco differenziale a 2 giocatori. Giochi simmetrici, giochi completamente cooperativi, giochi a somma zero. Concetti di soluzioni: equilibrio di Nash, equilibrio di Stackelberg. Tipi di strategie: a ciclo aperto e feedback.

b. Soluzioni di equilibrio di Nash

*Strategie open loop. Uso dell'approccio variazionale: condizioni necessarie e sufficienti per avere un equilibrio di Nash open-loop. *Il modello lavoratori-capitalisti di Lancaster.*

**Strategie feedback. Perché la tecnica variazione non è particolarmente utile (DIM). Definizione di funzione valore su un equilibrio di Nash feedback. Condizioni necessarie e sufficienti con l'uso della programmazione dinamica per un equilibrio di Nash feedback. Le funzioni valore per problemi giochi differenziali Affini-Quadratici a due giocatori. La funzioni valore corrente per giochi a orizzonte infinito e scontati. *Un problema di produzione per due aziende in competizione.*

c. Soluzioni di equilibrio di Stackelberg

Giocatore leader e giocatore gregario, insieme di miglior risposta. Ricerca di soluzioni open-loop con l'approccio variazionale. *Padre e figlio al lago.*

d. Giochi a somma zero

Equilibrio di Nash come punto di sella. Insieme dei controlli e insieme delle strategia non anticipative: esempio della strategia non anticipativa costante.

Definizione di funzione valore inferiore V^- , funzione valore superiore V^+ e loro relazione; un esempio di gioco con $V^+ > V^-$. Definizione di funzione valore V .

Hamiltoniana inferiore della Programmazione Dinamica H_{PD}^- (superiore H_{PD}^+): $H_{PD}^- \leq H_{PD}^+$ (DIM); un esempio di gioco con $H_{PD}^- < H_{PD}^+$. Condizione di Isaacs (o di minimax) e definizione di Hamiltoniana della Programmazione Dinamica H_{PD} .

Risultati con funzioni valore regolari. Equazione di Isaacs inferiore e superiore: V^+ (V^-) è soluzione dell'equazione di Isaacs superiore (inferiore). Una dimostrazione geometrica che V soddisfa l'equazione di Isaacs (DIM).

Equazioni di Isaacs per V e condizioni sufficienti con la PD per un equilibrio di Nash con strategia feedback. Condizioni necessarie e sufficienti con approccio variazionale con strategia open-loop

Risultati per funzioni valore in generale. V^- (V^+) è Lipschitz (sotto opportune ipotesi). V^- (V^+) è l'unica

soluzione viscosa dell'equazione di Isaacs inferiore (superiore). La condizione di Isaacs implica $V^+ = V^- = V$. *War of attrition and attack*

e. Giochi di cattura ed evasione

Formulazione di un gioco di cattura-evasione, target set, exit time. La funzione valore e l'equazione di Isaacs per problemi autonomi (DIM). *Lady in the lake*.

Prerequisiti

Le conoscenze acquisite nei corsi della laurea triennale sono una base sufficiente.

Modalità didattica

Lezioni frontali con esercitazioni.

Materiale didattico

[C1] A. Calogero “*Notes on optimal control theory*”, disponibile gratuitamente in rete.

[C2] A. Calogero “*A very short tour on differential games*”, disponibile gratuitamente in rete.

[C3] A. Calogero “*Exercises of dynamic optimization*”, disponibile gratuitamente in rete.

Ulteriore materiale didattico:

[BO] T. Başar, G.O. Olsder “*Dynamic noncooperative game theory*”, SIAM Classic in Applied Mathematics, 1998

[B] A. Bressan “*Noncooperative differential games. A Tutorial*”, Milan Journal of Mathematics, vol 79, pag 357-427, 2011.

[E] L.C. Evans “*An introduction to mathematical optimal control theory*”, disponibile gratuitamente in rete.

[FR] W.H. Fleming, R.W. Rishel “*Deterministic and stochastic optimal control*”, Springer-Verlag, 1975

[KS] M.I. Kamien, N.L. Schwartz “*Dynamic optimization*” Elsevier, second edition, 2006

[SS] A. Seierstad, K Sydsæter “*Optimal control theory with economics applications*” Elsevier Science, 1987

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Primo semestre

Modalità di verifica del profitto e valutazione

L'esame consiste in una prova scritta e una prova orale facoltativa: senza orale non si registrano voti superiori ai 27/30; l'ammissione alla prova orale è possibile solo con un voto non inferiore a 27/30.

PROVA SCRITTA (3 ore, a cui è necessario iscriversi) consiste in una prova sui seguenti argomenti:

- definizioni, teoremi, dimostrazioni (le dimostrazioni sono indicate con DIM) come da programma dettagliato;
- modelli economici e non, come da programma dettagliato;
- esercizi di controllo ottimo con metodo variazionale e con la programmazione dinamica. Gli esercizi dell'esame scritto verranno scelti rigorosamente dalla lista [C3] presente sulla pagina del corso (escludendo gli esercizi del punto 1.8): si consiglia di verificare periodicamente la lista.

PROVA ORALE (in data da concordare, ma entro un anno dalla prova scritta) è un approfondimento dell'elaborato scritto.

E' facoltà dello studente rifiutare il voto finale e ripetere la prova d'esame, per non più di 2 volte.

Orario di ricevimento

Su appuntamento con il docente.

METODI MATEMATICI PER L'ANALISI ECONOMICA - OTTIMIZZAZIONE E ANALISI CONVESSA (2019/2020)

Docente: Rita Pini

Obiettivi

Coerentemente con gli obiettivi formativi del Corso di Studio, l'insegnamento si propone di fornire allo studente le *conoscenze* riguardanti le definizioni e gli enunciati fondamentali della teoria dell'ottimizzazione e dell'analisi convessa in spazi euclidei. Verranno altresì fornite le *competenze* necessarie a comprendere e analizzare le principali tecniche e metodi dimostrativi connessi alla teoria, e le *abilità* utili ad applicarle per risolvere esercizi e affrontare problemi. Una particolare enfasi verrà posta sulla programmazione nonlineare e sui suoi legami con la convessità, e su risultati di dualità.

Contenuti sintetici

Ottimizzazione finito-dimensionale, elementi di analisi convessa, teoria della dualità, introduzione alla teoria dei giochi.

Programma esteso

Introduzione all'ottimizzazione statica. Richiami di calcolo differenziale per funzioni di più variabili reali.

Ottimizzazione globale. Teorema di Weierstrass e sue estensioni.

Ottimizzazione locale.

Principio variazionale di Ekeland.

Teoremi dell'alternativa.

Convessità di insiemi.

Funzioni convesse. Proprietà di regolarità.

Sottogradienti e sottodifferenziali.

Minimizzazione di funzioni convesse.

Programmazione non lineare. Teorema di Fritz John.

Lagrangiana e lagrangiana debole associate. Qualificazione dei vincoli.

Moltiplicatore e funzione valore.

Programmazione lineare.

Teoria della dualità lagrangiana.

Introduzione alla Teoria dei Giochi. Giochi strategici.

Equilibrio di Nash. Teorema di punto fisso di Kakutani, condizione sufficiente per l'esistenza dell'equilibrio di un gioco strategico.

Giochi a due a somma zero. Estensioni miste per giochi finiti.

Prerequisiti

Le conoscenze di base e i principali risultati di algebra lineare e analisi in ambito finito-dimensionale.

Modalità didattica

Lezione frontale

Materiale didattico

O. Guler, Foundations of Optimization, Springer, 2010

D.P. Bertsekas, Convex Analysis and Optimization, Athena Scientific, Belmont, Mass., 2003

J. Gonzalez-Diaz, I. Garcia-Jurado, M.G. Fiestras-Janeiro, An Introductory Course on Mathematical Game Theory, American Mathematical Society

Periodo di erogazione dell'insegnamento

II semestre

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Modalità d'esame:

Scritto e/o orale

Prova scritta: consiste in

- a) esercizi che permettono al docente di valutare la capacità dello studente di applicare la teoria nella risoluzione di problemi (80%)
- b) un quesito di tipo teorico, in cui si chiede allo studente, ad esempio, di fornire in modo completo alcune definizioni, enunciati di teoremi, dando qualche esempio (20%)

Prova orale: la prova orale verte su teoremi e dimostrazioni, di cui viene fornito a fine corso un elenco dettagliato, così come su esercizi teorici; è preceduta da una discussione della prova scritta. Possono sostenere la prova orale solo gli studenti che hanno ottenuto nello scritto una votazione non inferiore a 27. Gli studenti che hanno riportato una votazione superiore a 27 trentesimi e decidono di non sostenere l'esame orale, possono registrare il voto di 27 trentesimi. A coloro che hanno riportato una votazione sufficiente viene registrato il voto: è diritto dello studente non accettare il voto, ma tale decisione deve essere comunicata al docente entro la data indicata ogni volta in coda agli esiti. Tale prova ha un peso relativo del 25%.

In ciascuna prova vengono valutati la correttezza del ragionamento, la chiarezza e il rigore dell'esposizione.

Lo studente che ottiene una valutazione sufficiente nella prova scritta, può rifiutare il voto (dello scritto, o dell'eventuale orale) una sola volta.

Orario di ricevimento

per appuntamento

METODI NUMERICI AVANZATI PER EQUAZIONI ALLE DERIVATE PARZIALI (2019/2020)

Docente: Lourenco Beirao Da Veiga

Obiettivi

Coerentemente con gli obiettivi formativi del Corso di Studio, l'insegnamento si propone di fornire allo studente conoscenze di alcune importanti tematiche avanzate riguardanti il metodo degli elementi finiti, costruendo una forte base teorica e anche un senso critico applicativo. Verranno altresì fornite le competenze necessarie a comprendere, analizzare e confrontare i vari metodi proposti, nonché implementarli e utilizzarli al calcolatore.

Contenuti sintetici

Il corso tratta l'approssimazione di problemi alle derivate parziali col metodo degli elementi finiti, e può essere considerato uno stadio successivo e più avanzato rispetto al corso “Approssimazione di Equazioni Differenziali” dello stesso corso di laurea. In particolare, si tratterà il problema del calore non-stazionario (con dipendenza anche dal tempo) e problemi con una formulazione detta mista, che giocano un ruolo fondamentale in molte applicazioni (come in fluidodinamica o in problemi di diffusione in mezzi porosi). Parte del corso sarà svolta in laboratorio informatico (MATLAB).

Programma esteso

Breve ripasso dei concetti e delle nozioni fondamentali del metodo agli elementi finiti, nonché dei risultati principali nel caso di problemi ellittici stazionari. Il problema modello del calore non-stazionario, discretizzazione in spazio con elementi finiti, discretizzazione in tempo (con differenze finite), analisi teorica del metodo, implementazione al calcolatore. Analisi a posteriori del errore per il problema della diffusione stazionario, analisi teorica, implementazione al calcolatore, algoritmo adattivo. Problemi in forma mista. Il problema di Stokes come esempio modello, discretizzazione e problematiche, teoria generale dei metodi misti, alcuni elementi specifici per Stokes e loro analisi, generalizzazioni, implementazione al calcolatore. Il problema della diffusione in forma mista, discretizzazione, analisi teorica, alcuni elementi specifici, generalizzazioni, implementazione. Possibili ulteriori argomenti potranno essere trattati a fine corso.

Prerequisiti

Oltre alle normali conoscenze della laurea triennale in matematica, è richiesto di avere seguito il Corso “Approssimazione di Equazioni Differenziali” e di possedere (ad esempio avendo seguito il Corso “Analisi Superiore”) nozioni di base di Analisi Funzionale. Il corso avrà una forte componente teorica.

Modalità didattica

Lezioni alla lavagna e in laboratorio informatico.

Materiale didattico

- D. Braess, “Finite Elements: theory, fast solvers, and applications in solid mechanics”, Cambridge University Press (alternativa: P.Ciarlet “The finite element method for elliptic problems” oppure S.Brenner e R.Scott, “The mathematical theory of finite element methods”)

- D. Boffi, F. Brezzi, M. Fortin, “Mixed finite element methods and applications”, Springer
- V. Thomee, “Galerkin Finite Element Methods for Parabolic Problems”, Springer

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Primo semestre.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

L' esame di compone di un singolo orale, diviso in due parti. In una prima parte si discuterà un progetto di laboratorio matlab, che lo studente deve portare all'esame scegliendolo tra quelli proposti dal docente alla fine del corso. Gli studenti dovranno dividersi in gruppi da 1-3 persone per lo svolgimento del progetto (è dunque consentito sia lavorare individualmente che in squadra, la discussione essendo comunque individuale). La seconda parte di tratta di un esame orale su tutte le tematiche svolte nel corso, per verificare se lo studente ha acquisito la conoscenza critica e operativa delle definizioni, dei risultati e delle loro dimostrazioni. Il peso relativo delle due parti, progetto e parte teorica, è circa del 40% e 60%, rispettivamente.

Orario di ricevimento

Su appuntamento via email.

METODI NUMERICI PER EQUAZIONI ALLE DERIVATE PARZIALI

(2019/2020)

Docenti: Alessandro Russo, Cristina Tablino Possio

Obiettivi

In coerenza con gli obiettivi formativi del Corso di Studio, in questo insegnamento vengono fornite agli studenti le conoscenze riguardanti la teoria matematica rigorosa del **Metodo degli Elementi Finiti** per l'approssimazione delle equazioni differenziali ellittiche del secondo ordine.

Verranno inoltre sviluppate le competenze per affrontare, in corsi successivi più avanzati o con uno studio autonomo, lo studio del metodo degli elementi finiti per equazioni alle derivate parziali più generali.

L'implementazione del metodo avverrà nel laboratorio informatico utilizzando l'ambiente di calcolo MATLAB, fornito dall'Ateneo con licenza individuale per tutti gli studenti. Alla fine del corso, con i codici sviluppati lo studente acquisirà l'abilità risolvere vari problemi di tipo modellistico legati all'approssimazione di equazioni alle derivate parziali.

Contenuti sintetici

- Richiami sugli spazi di Sobolev
- Lemma di Lax-Milgram
- metodo di Galerkin
- Lemma di Cea
- Elementi Finiti lineari
- Elementi Finiti di Lagrange di ordine k
- stime dell'errore in norma energia
- Lemma di Bramble-Hilbert
- argomento di dualità di Aubin-Nitsche

Programma esteso

- **Concetti di base.** Presentazione nel caso semplice monodimensionale delle idee e delle tecniche che verranno sviluppate nel corso.
- **Spazi di Sobolev.** Sono l'ambiente funzionale naturale per studiare matematicamente il metodo degli elementi finiti.
- **Formulazione variazionale di problemi ai limiti ellittici.** Inquadramento funzionale astratto delle equazioni alle derivate parziali che saranno studiate nel corso.
- **Costruzione di spazi di elementi finiti.** Saranno presentati gli elementi finiti più importanti.
- **Teoria dell'approssimazione polinomiale negli spazi di Sobolev.** Questa è la parte centrale del corso, dove si studia come gli elementi finiti (che sono essenzialmente funzioni continue e polinomiali a tratti) approssimano le funzioni degli spazi di Sobolev.
- **Problemi variazionali in dimensione n .** Applicazione della teoria sviluppata ad alcuni casi concreti di equazioni differenziali alle derivate parziali.

Prerequisiti

Gli insegnamenti di matematica di base del corso di Laurea Triennale in Matematica. E'consigliabile aver seguito il corso *Analisi Funzionale* del 1° semestre della Laurea Magistrale.

Modalità didattica

Lezioni (6 CFU), esercitazioni alla lavagna e al calcolatore (2 CFU).

Materiale didattico

[S. C. Brenner e L. R. Scott: The Mathematical Theory of Finite Element Methods, Springer 2008](#)

Periodo di erogazione dell'insegnamento

2° semestre

Modalità di verifica del profitto e valutazione

L'esame è diviso in due parti:

- scrittura e presentazione di un progetto;
- esame orale.

Il voto è in trentesimi. L'esame si considera superato solo in entrambe le parti viene conseguita la sufficienza (18/30); le due parti concorrono in egual misura alla votazione finale.

Il progetto valuta l'abilità dello studente a risolvere problemi utilizzando gli strumenti teorici e i codici sviluppati durante il corso. Il progetto consiste nell'implementare l'approssimazione di un problema legato alle equazioni alle derivate parziali. Viene incoraggiato il lavoro di gruppo (max 3 studenti) e premiata la qualità dell'esposizione.

Nella prova orale (individuale) viene valutata la conoscenza delle definizioni, dei risultati e delle dimostrazioni presentati in aula, con particolare rilievo riguardo al rigore delle argomentazioni. Verranno inoltre valutate la competenza e la padronanza della materia richiedendo di individuare gli aspetti essenziali degli argomenti esposti.

Sono previsti 5 appelli d'esame (giugno, luglio, settembre, gennaio, febbraio).

Orario di ricevimento

Su appuntamento.

METODI STOCASTICI PER LA FINANZA (2019/2020)

Docenti: Francesco Caravenna, Gianmario Tessitore

Obiettivi

L'insegnamento si propone di fornire allo studente le definizioni e le proprietà di base del moto browniano e risultati più importanti della teoria delle equazioni differenziali stocastiche. Verrà posta particolare enfasi sulle interazioni tra equazioni differenziali stocastiche e equazioni alle derivate parziali, e sulle applicazioni alla modellizzazione dei derivati finanziari.

Al termine del corso lo studente avrà acquisito le seguenti:

- *conoscenze*: linguaggio, definizioni ed enunciati dei risultati fondamentali sul moto browniano e sulle equazioni differenziali stocastiche;
- *competenze*: comprensione operativa delle principali tecniche dimostrative e dei principali modelli finanziari in cui la teoria viene applicata;
- *abilità*: capacità di applicare le nozioni teoriche per l'analisi di problemi e modelli.

Contenuti sintetici

- Introduzione ai processi stocastici a tempo continuo
- I processi di Levy e il moto Browniano
- L'integrale stocastico di Ito
- La formula di Ito
- Equazioni differenziali stocastiche
- L'operatore differenziale di Kolmogorov associato
- La PDE di Kolmogorov e la formula di Feynman-Kac
- Cenni sui mercati finanziari a tempo continuo
- La formula di Black e Scholes e il pricing di opzioni europee

Programma esteso

Il moto browniano. Definizione di processo stocastico. Spazio delle traiettorie, insiemi cilindrici, sigma-algebra prodotto. Legge di un processo stocastico e leggi finito-dimensionali. Vettori aleatori normali. Processi stocastici gaussiani. Definizione di moto browniano. Costruzione del moto Browniano a partire dal Teorema di esistenza di Daniell-Kolmogorov e utilizzando il Teorema di continuità di Kolmogorov. Caratterizzazione del MB come processo gaussiano. Proprietà di invarianza (riflessione spaziale, traslazione e riflessione temporale, riscaldamento diffusivo, inversione temporale). Moti Browniani rispetto alla filtrazione naturale e rispetto a una filtrazione qualsiasi. Proprietà delle traiettorie di un moto browniano: non differenziabilità. Calcolo delle variazioni quadratiche. Legge del Logaritmo iterato. Moti Browniani in dimensione d .

Processi di Lévy. Generalità sulle filtrazioni ($\mathcal{F}_t$) indicizzate da un insieme continuo. Filtrazione naturale di un processo stocastico, processi adattati a una filtrazione. Continuità a destra e completezza per una filtrazione (definizione di $\mathcal{F}_{t+}$), ampliamento standard. Processi di Lévy rispetto a una filtrazione. Esempi: processo di Poisson, processo di Poisson composto. Indipendenza da $\mathcal{F}_0$ di un processo di Lévy rispetto a una filtrazione ($\mathcal{F}_t$). Legge 0-1 di Blumenthal. Tempi d'arresto proprietà di Markov forte.

L'integrale di Ito: Modificazione e indistinguibilità per processi stocastici. Continuità e misurabilità per processi stocastici. Tempi d'arresto. La sigma algebra degli eventi antecedenti a un tempo d'arresto. Martingale a tempo continuo, esempi, modificazioni continue da destra (solo enunciato), teorema d'arresto e disuguaglianza massimale. Processi progressivamente misurabili. I processi semplici, L'integrale di Ito per i processi semplici. L'estensione a M^2 e l'estensione a M^2 . Proprietà: località, esistenza della versione a traiettorie continue, proprietà di Martingala. Variazione quadratica. Integrale di Ito di processi a traiettorie continue e somme di Riemann. L'integrale di Wiener. Martingale locali.

La formula di Ito. La formula di Ito per il moto browniano, con dimostrazione. Processi di Ito. Formula di Ito per processi di Ito generali. Applicazione della formula di Ito, Moto browniano geometrico e supermartingala esponenziale. La formula di Ito nel caso multidimensionale. Funzioni armoniche e problema di Dirichlet. Il Teorema di Girsanov. Esempio: il processo di Ornstein-Ühlenbeck. Il Teorema di rappresentazione delle martingale browniane.

Equazioni differenziali stocastiche. Esistenza forte e debole, unicità pathwise e in legge. : Il Teorema di Yamada-Watanabe. Esistenza forte (sketch di dimostrazione) e unicità pathwise (dimostrazione) sotto ipotesi Lipschitz. Proprietà di flusso. Il semigrupp di Kolmogorov. L'equazione alle derivate parziali di Kolmogorov. La formula di Feynman-Kac.

Applicazione ai mercati finanziari: Sottostanti, opzioni call e put, loro valore (payoff) e significato. Prezzaggio di un'opzione mediante copertura (hedging). Modello di mercato finanziario a tempo continuo basato su un titolo non rischioso (bond) e di titoli rischiosi (stocks) guidati da d moti browniani indipendenti. Misura martingala locale equivalente. Strategie di investimento autofinanzianti e strategie ammissibili. Teorema di assenza di arbitraggio. Prezzaggio e copertura di opzioni europee. Il modello di Black&Scholes (unidimensionale, con tasso d'interesse, drift e volatilità costanti). Formula esplicita per il prezzo delle opzioni call. Un modello di mercato finanziario Markoviano con drift e volatilità dipendenti dal tempo e del sottostante. Formula di rappresentazione per il prezzo delle opzioni Europee e per la strategia di copertura.

Prerequisiti

Sono necessarie le nozioni del calcolo delle probabilità, della teoria dei processi stocastici a tempo discreto. È utile conoscere definizioni e prime proprietà degli spazi L^p e degli spazi di Hilbert.

Modalità didattica

Lezioni frontali in aula in cui si illustrano definizioni, risultati dimostrazioni tecniche ed esempi rilevanti. Alcune tra le lezioni saranno dedicate all'analisi dei modelli finanziari connessi con la teoria matematica

Materiale didattico

Dispense dei docenti (disponibili sulla piattaforma di e-learning)

Brownian Motion, Martingales, and Stochastic Calculus, Jean-François Le Gall, Springer series Graduate Texts in Mathematics (Volume 274, 2016)

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Primo semestre.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Esame orale. Voto in trentesimi.

Nella prova orale viene valutata la capacità dello studente di riesaminare criticamente le definizioni, gli enunciati e le dimostrazioni presentati durante il corso. Verrà anche valutata la capacità di esporre un argomento tra quelli illustrati durante il corso comunicato allo studente 15 minuti prima dell'inizio della prova orale.

Orario di ricevimento

Per appuntamento con il docente.

PREPARAZIONE DI ESPERIENZE DIDATTICHE (2018/2019)

Docente: Jacopo Parravicini

Obiettivi

Tre sono i principali obiettivi del corso:

1. fornire agli studenti di Matematica le nozioni base della Fisica Sperimentale e illustrarne loro alcune utili metodologie;
2. acquisire capacità pratica nel progettare, allestire e condurre un esperimento di fisica, con particolare attenzione a quanto concerne l'insegnamento della disciplina;
3. esposizione dei principali argomenti della Fisica, affrontati nei corsi precedenti, alla luce dei suddetti approcci sperimentali.

Scopo finale è dunque l'acquisizione di capacità per affrontare autonomamente esperimenti di fisica a scopo principalmente didattico.

Contenuti sintetici

Fondamenti della Fisica e del Metodo Sperimentale.

Concetti base della scienza fisica, didattica delle scienze e fisica del senso comune.

Fondamenti di fisica sperimentale e teoria degli errori.

Didattica della Fisica nelle scuole medie inferiori e superiori.

Preparazione e conduzione di semplici esperimenti di meccanica, termodinamica, elettromagnetismo, ottica.

Fondamenti fenomenologici della fisica moderna.

Programma esteso

Fisica, metodo scientifico, unità di misura, teoria nella fisica, matematica per la fisica, grandezze fisiche, ordini di grandezza.

Concetti base: grandezze scalari e vettoriali, grandezze fondamentali e derivate, la misura, teoria degli errori, grafici, didattica, fisica del senso comune.

Teoria degli errori: concetto di errore, incertezze, barre d'errore, cifre significative, incertezze assolute e relative, conteggi (distribuzione poissoniana), gaussiana degli errori, cenni di propagazione degli errori.

Strumenti di misura.

L'insegnamento nelle scuole medie inferiori.

L'insegnamento delle scuole medie superiori.

Meccanica e caduta dei gravi.

Termodinamica, fluidi e pressione.

Elettrostatica e legge di Coulomb.

Campo magnetico, bobine di Helmholtz, campo magnetico terrestre.

Elettroni ed esperimento di Thomson.

Onde, interferenza e diffrazione.

Ottica fisica e misura della velocità della luce.

Fondamenti di fisica moderna.

Scrittura di un testo scientifico.

Prerequisiti

Corsi di Fisica Generale precedentemente svolti, comprendenti fondamenti di meccanica, termodinamica ed elettromagnetismo.

Modalità didattica

Lezioni frontali e attività di laboratorio.

Materiale didattico

Appunti delle lezioni.

Testi consigliati

- J. R. Taylor, Introduzione all'analisi degli errori, Zanichelli
- S. Rosati, Fisica Generale vol. 1, CEA
- L. Lovitch, S. Rosati, Fisica Generale vol. 2, CEA
- A. B. Arons, Guida all'insegnamento della Fisica, Zanichelli
- U. Besson, Didattica della Fisica, Carocci

Testi e strumenti multimediali di approfondimento

- PSSC (a cura di), Fisica (3 voll.), Quarta Edizione, Zanichelli
- F. Tibone, G. Pezzi, La Fisica secondo il PSSC, Zanichelli
- I video del PSSC, Zanichelli (reperibili sul sito della Zanichelli [qui](#))
- R. P. Feynman, La Fisica di Feynman (3 voll.), Zanichelli
- U. Besson, M. Malgieri, Insegnare la Fisica Moderna, Carocci
- P. Doherty, D. Rathjen, Exploratorium Teacher Institute, Gli Esperimenti dell'Exploratorium (a cura di P. Cerreta), Zanichelli
- A. Rigamonti, A. Varlamov, Magico caleidoscopio della fisica, La Goliardica Pavese
- G. Johnson, I dieci esperimenti più belli, Bollati Boringhieri

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Primo Semestre.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Relazione scientifica scritta su di un esperimento affrontato in laboratorio seguita da un esame orale.

Orario di ricevimento

Previo appuntamento all'indirizzo di posta elettronica

PROCESSI STOCASTICI (2019/2020)

Docenti: Federica Masiero, Gianmario Tessitore

Obiettivi

Coerentemente con gli obiettivi formativi del Corso di Studio, l'insegnamento si propone di fornire allo studente le *conoscenze* riguardanti le definizioni e gli enunciati fondamentali della teoria dei processi stocastici a tempo discreto. Verranno altresì fornite le *competenze* necessarie a comprendere e analizzare le principali tecniche e metodi dimostrativi connessi alla teoria, e le *abilità* utili ad applicarle per risolvere esercizi e affrontare problemi. Una particolare enfasi verrà posta sulle martingale.

Contenuti sintetici

Legge e speranza condizionale. Martingale a tempo discreto. Cenni sul comportamento asintotico delle catene di Markov. Il processo di Poisson. Esempi e applicazioni.

Programma esteso

- Legge e speranza condizionale. Definizioni e proprietà. Esistenza della speranza condizionale di una variabile aleatoria rispetto a una sigma algebra. Proprietà fondamentali: proprietà della torre, disuguaglianza di Jensen, lemma del congelamento (freezing). Teoremi di passaggio al limite.
- Martingale a tempo discreto. Definizione ed esempi (somme di v.a. indipendenti centrate, prodotto di v.a. indipendenti e di media 1, martingale chiuse). Integrale di un processo prevedibile. Martingale arretrate. Teorema di arresto opzionale. Applicazioni: tempo di primo passaggio di una passeggiata aleatoria su $\mathbb{Z}$; problema della rovina del giocatore. Lemma sugli attraversamenti (upcrossing). Convergenza quasi certa delle martingale limitate in L^1 . Martingale limitate in L^2 . Uniforme integrabilità e convergenza in L^p . Disuguaglianza massimale. Disuguaglianza di Doob. Esempi: processi di ramificazione di Galton-Watson. Assenza di arbitraggio nei mercati binomiali a tempo discreto.
- introduzione al comportamento asintotico delle catene di Markov. Definizione e proprietà. Legami con martingale e funzioni armoniche. Misure invarianti: esistenza e unicità nel caso irriducibile e positivamente ricorrente. Teorema ergodico e legge dei grandi numeri.
- Il processo di Poisson. Definizione e proprietà. Indipendenza degli incrementi.

Prerequisiti

Sono necessarie le nozioni del calcolo differenziale e integrale per funzioni di una e più variabili reali e quelle del calcolo delle probabilità con teoria della misura. È utile conoscere definizioni e prime proprietà degli spazi L^p e degli spazi di Hilbert.

Modalità didattica

Lezioni frontali in aula, articolate in: lezioni teoriche in cui si fornisce la conoscenza di definizioni, risultati ed esempi rilevanti e altre in cui si tentano di fornire competenze e abilità necessarie per utilizzare tali nozioni nella risoluzione di esercizi e nell'analisi di problemi (anche legati ad applicazioni extra-matematiche).

Materiale didattico

- D. Williams, Probability with Martingales, Cambridge University Press (1991).

- E. Pardoux, Markov Processes and Applications, Wiley Series in Probability and Statistics (2008).
- Dispense dei docenti (disponibili sulla piattaforma di e-learning).
- Testi e soluzioni dei temi delle prova scritte degli anni precedenti (disponibili sulla piattaforma di e-learning).
- Elenco delle dimostrazioni che possono essere richieste durante la prova orale (disponibili sulla piattaforma di e-learning).

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Secondo semestre.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Esame scritto e orale. Voto in trentesimi.

Nella prova scritta viene valutata la *abilità* operativa di risolvere esercizi utilizzando le conoscenze fornite nel corso. La prova scritta viene valutata con un voto in trentesimi. È necessario ottenere una valutazione di almeno 16/30 nella prova scritta per accedere alla prova orale, in cui viene valutata se lo studente ha acquisito le *competenze* necessarie a presentare una selezione delle dimostrazioni svolte in aula, e, soprattutto, la *conoscenza* critica e operativa delle definizioni e dei risultati del corso, anche mediante l'illustrazione di esempi e controesempi. La valutazione finale risulterà dalla media tra la valutazione della prova scritta e quella della prova orale. L'esame è superato se il voto è almeno 18/30.

Ci saranno 5 appelli d'esame (a giugno, luglio, settembre, gennaio, febbraio).

Orario di ricevimento

Su appuntamento.

STORIA DELLA MATEMATICA (2019/2020)

Docente: Leonardo Colzani

Obiettivi

Coerentemente con gli obiettivi formativi del corso di studio, l'insegnamento si propone di fornire allo studente le conoscenze riguardanti alcuni importanti capitoli della matematica, attraverso la storia della matematica. L'insegnamento si propone altresì di fornire le competenze necessarie per comprendere ed analizzare la letteratura matematica classica, e le abilità utili per collegare questa matematica classica con teorie più recenti. Lo scopo è quello di ottenere una visione unitaria della matematica e dei collegamenti con altre scienze. Detto in altro modo, l'insegnamento si propone di presentare un certo numero di risultati classici ed elementari che hanno fatto la storia della matematica, e che uno studente curioso ha sempre desiderato conoscere ma non ha mai avuto il coraggio di chiedere. I risultati attesi sono un inquadramento storico ed una migliore comprensione di molti argomenti di algebra, geometria, analisi, incontrati nel corso degli studi.

Contenuti sintetici

Quadratura di cerchio e iperbole.

Equazioni algebriche.

Numeri primi.

N.B. Il corso è un corso di matematica, con dimostrazioni.

Programma esteso

Quadratura di cerchio e iperbole. Calcolo numerico di pigreco (Archimede, Huygens, Newton).

Numeri razionali e irrazionali, algebrici e trascendenti (Pitagora, Liouville, Cantor).

Irrazionalità e trascendenza di e (Eulero, Hermite), e pigreco (Lambert, Lindemann).

Equazioni algebriche e teorema fondamentale dell'algebra (d'Alembert, Gauss).

Equazioni di primo, secondo, terzo e quarto grado (Tartaglia, Cardano, Ferrari).

Equazioni di quinto grado (Ruffini, Abel, Galois).

Zeri di un polinomio in un intervallo (Cartesio, Sturm).

Numeri primi. Il teorema fondamentale dell'aritmetica (Euclide, Gauss).

Esistenza di infiniti primi (Euclide, Eulero). Primi in progressioni aritmetiche (Dirichlet).

Distribuzione dei numeri primi (Riemann, Hadamard, de la Vallée Poussin).

Se c'è tempo, qualche altro argomento concordato con la classe.

I seminari tenuti dagli studenti sono parte integrante del corso. Ecco alcuni titoli:

Archimede "Sul cilindro e la sfera".

Pappo "Mathematicae collectiones - Liber V".

Pappo e Pascal "Mathematicae collectiones - Liber VII" e "Essay pour les coniques".

Ferrari e Tartaglia “Cartelli di matematica disfida”.

Huygens “Horologium oscillatorium”.

Newton “Enumeratio linearum tertii ordinis”.

Grandi “Flores geometrici”.

Eulero e Bernoulli “De summis serierum reciprocarum” e “Inquisitio in summam series $1/1+1/4+1/9+1/16+1/25+1/36+\text{etc.}$ ”.

Eulero “De serierum determinatione”.

Eulero “De fractionibus continuis dissertatio”.

Eulero “Demonstratio theorematis Fermatiani omnen numerum primum formae $4n+1$ esse summam duorum quadratorum”.

Eulero “Elementa doctrinae solidorum”.

Eulero “Solutio facilis problematum quorundam geometricorum difficillimorum”.

Gauss “Disquisitiones arithmeticae - Aequationibus circuli sectiones definientibus”.

Cauchy “Sur les polygones et les polyédres”.

Abel “Recherches sur la série $1+mx/1+m(m-1)x^2/1\cdot2+m(m-1)(m-2)x^3/1\cdot2\cdot3+\dots$ ”.

Dirichlet “Über die Bestimmung der mittleren Werthe in der Zahlentheorie”.

Lobačevskij “Nuovi principi della geometria con una teoria completa delle parallele”.

Chebyshev “Sur la totalité des nombres premiers inférieurs à une limite donnée”.

Riemann “Fondamenti di una teorica generale delle funzioni di una variabile complessa”.

Borel “Les probabilités dénombrables et leurs applications arithmetiques”.

Prerequisiti

Un certo interesse per la storia, e la matematica della laurea triennale. Le dimostrazioni di alcuni risultati richiedono un po' di analisi complessa, ma è un prerequisito colmabile durante il corso. Gli studenti non provenienti dalla laurea triennale in matematica potrebbero avere problemi, superabili con un po' di buona volontà, eventualmente con un programma personalizzato, con qualche sconto sulle dimostrazioni dei risultati più tecnici. In ogni caso, il docente è disponibile a fornire l'aiuto necessario per colmare eventuali lacune nei prerequisiti.

Modalità didattica

Come la "Gallia est omnis divisa in partes tres", così anche il corso è diviso in tre parti, due gestite autonomamente dallo studente ed una dal docente:

- (1) Lo studente deve leggere e studiare un testo di storia della matematica.
- (2) Lo studente, da solo o in gruppo, deve preparare una relazione scritta e tenere un seminario su una memoria originale concordata col docente. Per intenderci, una tesina.
- (3) Il docente si propone di presentare in aula, con dimostrazioni, un certo numero di risultati classici ed elementari, e la genesi di alcune teorie incontrate nel corso degli studi, con gli uomini dietro queste teorie.

Materiale didattico

Uno o più testi di storia della matematica:

G.Loria "Storia delle matematiche dall'alba della civiltà al tramonto del XIX secolo".

C.Boyer "Storia della Matematica".

M.Kline "Storia del pensiero matematico".

V.J.Katz "A history of mathematics".

Per gli argomenti trattati a lezione saranno disponibili degli appunti del docente.

Periodo di erogazione dell'insegnamento

1° semestre.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Scopo della verifica di profitto è valutare le conoscenze, competenze, abilità operative acquisite dallo studente, in altre parole la sua maturità matematica. L'esame consiste in due parti distinte, sostenibili anche in tempi diversi:

(1) Una relazione scritta ed un seminario su una memoria concordata con il docente.

(2) Un esame orale sulla storia della matematica, e sugli argomenti trattati a lezione.

Ciascuna di queste due parti concorre in parti uguali alla votazione finale. Il voto è in tentesimi e l'esame si intende superato se il voto finale è almeno 18/30.

Orario di ricevimento

Su appuntamento. E-Mail: leonardo.colzani@unimib.it

STORIA DELLA MATEMATICA - ELEMENTI (2019/2020)

Docente: Leonardo Colzani

Obiettivi

Il corso di Storia della Matematica - Elementi (4 CFU) è associato al corso di Storia della Matematica (8 CFU), con un programma ridotto. Coerentemente con gli obiettivi formativi del corso di studio, l'insegnamento si propone di fornire allo studente le conoscenze riguardanti alcuni importanti capitoli della matematica, attraverso la storia della matematica. L'insegnamento si propone altresì di fornire le competenze necessarie per comprendere ed analizzare la letteratura matematica classica, e le abilità utili per collegare questa matematica classica con teorie più recenti. Lo scopo è quello di ottenere una visione unitaria della matematica e dei collegamenti con altre scienze. Detto in altro modo, l'insegnamento si propone di presentare un certo numero di risultati classici ed elementari che hanno fatto la storia della matematica, e che uno studente curioso ha sempre desiderato conoscere ma non ha mai avuto il coraggio di chiedere. I risultati attesi sono un inquadramento storico ed una migliore comprensione di molti argomenti di algebra, geometria, analisi, incontrati nel corso degli studi.

Contenuti sintetici

Quadratura di cerchio e iperbole.

Equazioni algebriche.

Numeri primi.

N.B. Il corso è un corso di matematica, con dimostrazioni.

Programma esteso

Quadratura di cerchio e iperbole. Calcolo numerico di pigreco (Archimede, Huygens, Newton).

Numeri razionali e irrazionali, algebrici e trascendenti (Pitagora, Liouville, Cantor).

Irrazionalità e trascendenza di e (Eulero, Hermite), e pigreco (Lambert, Lindemann).

Equazioni algebriche e teorema fondamentale dell'algebra (d'Alembert, Gauss).

Equazioni di primo, secondo, terzo e quarto grado (Tartaglia, Cardano, Ferrari).

Equazioni di quinto grado (Ruffini, Abel, Galois).

Zeri di un polinomio in un intervallo (Cartesio, Sturm).

Numeri primi. Il teorema fondamentale dell'aritmetica (Euclide, Gauss).

Esistenza di infiniti primi (Euclide, Eulero). Primi in progressioni aritmetiche (Dirichlet).

Distribuzione dei numeri primi (Riemann, Hadamard, de la Vallée Poussin).

Se c'è tempo, qualche altro argomento concordato con la classe.

Gli studenti del corso di Storia della matematica - Elementi (4 CFU) non devono tenere il seminario richiesto agli studenti del corso di Storia della Matematica (8 CFU).

Prerequisiti

Un certo interesse per la storia, e la matematica della laurea triennale. Le dimostrazioni di alcuni risultati richiedono un po' di analisi complessa, ma è un prerequisito colmabile durante il corso. Gli studenti non provenienti dalla laurea triennale in matematica potrebbero avere problemi, superabili con un po' di buona volontà, eventualmente con un programma personalizzato, con qualche sconto sulle dimostrazioni dei risultati più tecnici. In ogni caso, il docente è disponibile a fornire l'aiuto necessario per colmare eventuali lacune nei prerequisiti.

Modalità didattica

Il corso è diviso in due parti, una gestita autonomamente dallo studente ed una dal docente:

- (1) Lo studente deve leggere e studiare un testo di storia della matematica.
- (2) Il docente si propone di presentare in aula, con dimostrazioni, un certo numero di risultati classici ed elementari, e la genesi di alcune teorie incontrate nel corso degli studi, con gli uomini dietro queste teorie.

Materiale didattico

Uno o più testi di storia della matematica:

G.Loria "Storia delle matematiche dall'alba della civiltà al tramonto del XIX secolo".

C.Boyer "Storia della Matematica".

M.Kline "Storia del pensiero matematico".

V.J.Katz "A history of mathematics".

Per gli argomenti trattati a lezione saranno disponibili degli appunti del docente.

Periodo di erogazione dell'insegnamento

1° semestre.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Scopo della verifica di profitto è valutare le conoscenze, competenze, abilità operative acquisite dallo studente, in altre parole la sua maturità matematica. L'esame è un colloquio orale sulla storia della matematica, e sugli argomenti trattati a lezione. Il voto è in tentesimi e l'esame si intende superato se il voto finale è almeno 18/30.

Orario di ricevimento

Su appuntamento. E-Mail: leonardo.colzani@unimib.it

TEORIA DEI NUMERI E CRITTOGRAFIA (2019/2020)

Docente: Francesca Dalla Volta

Obiettivi

Coerentemente con gli obiettivi formativi del Corso di Studio, l'insegnamento si propone di fornire alcuni concetti e alcune tecniche di Teoria dei numeri, fondamentali per introdurre lo studente alla comprensione del funzionamento dei principali sistemi crittografici a chiave pubblica, che fanno uso dell'aritmetica modulo n e delle curve ellittiche su campi finiti.

I risultati di apprendimento attesi comprendono: la conoscenza di classici test di primalità di tipo probabilistico, la conoscenza della struttura di gruppo di una curva ellittica su un campo finito e applicazioni al problema del logaritmo discreto e al problema della fattorizzazione di un numero intero; la capacità di analizzare e riproporre le dimostrazioni presentate durante le lezioni e di risolvere alcuni facili problemi facendo uso delle tecniche presentate; la capacità di approfondire, anche in maniera autonoma, alcuni dei risultati presentati durante il corso

Contenuti sintetici

Il Corso presenta alcuni risultati di Teoria dei numeri, con particolare riguardo a test di primalità e metodi di fattorizzazione usando argomenti classici di Teoria dei numeri e le curve ellittiche.

Programma esteso

- Richiami sui numeri interi e sui campi finiti, aritmetica modulare, funzione di Eulero, teorema cinese del resto.
- Introduzione ai sistemi crittografici; chiave pubblica e chiave privata.
- Numeri primi: cenni sul Teorema di Dirichlet e sul Teorema dei numeri primi.
- Primalità e fattorizzazione: conseguenze del Piccolo Teorema di Fermat; numeri pseudoprimi, alcuni test di primalità (Fermat, Jacobi, Miller-Rabin, AKS), metodo $(p-1)$ di Pollard per la fattorizzazione.
- Cenni sulla funzione zeta; fattorizzazione di Eulero; ipotesi di Riemann, ipotesi generalizzata di Riemann e ripercussioni sui test di primalità
- Crittosistema di Diffie ed Hellman. Il problema del logaritmo discreto.
- Curve ellittiche: equazione di Weierstrass, gruppo dei punti di una curva ellittica, curve ellittiche su campi finiti.
- Endomorfismi di curve ellittiche.
- Punti di torsione e Weil pairing
- Teorema di Hasse
- Cenni su crittosistemi basati sulle curve ellittiche.
- Il problema del Logaritmo discreto. Attacco MOV
- Firma digitale (DSA e ECDSA)

Prerequisiti

Conoscenze di base sulle strutture algebriche, generalmente acquisite nei corsi di Algebra di un corso di

Laurea di Primo Livello, con particolare riguardo ai gruppi, gruppi abeliani e ai campi finiti.

Modalità didattica

Lezioni frontali (8 CFU), articolate in: lezioni teoriche in cui si fornisce la conoscenza di definizioni, risultati e teoremi rilevanti e altre in cui si intende fornire competenze e abilità necessarie per utilizzare tali nozioni nella risoluzione di esercizi e nell'analisi di problemi

Materiale didattico

- N. Koblitz, A course in Number Theory and Cryptography, volume 114 of Graduate texts in Mathematics, Springer-Verlag, second edition, 1994.
- A. Languasco, A. Zaccagnini, Introduzione alla Crittografia, Hoepli Editore, 2004.
- H.E. Rose, A course in Number Theory, II edizione, Oxford: Clarendon press, 1994
- Lawrence C. Washington, Elliptic Curves, Number Theory and Cryptography CRCPress
- Maria Welleda Baldoni, Ciro Ciliberto, Giulia Maria Piacentini Cattaneo, Elementary Number Theory, Cryptography and Codes, 2009 Springer-Verlag Berlin Heidelberg

Periodo di erogazione dell'insegnamento

II semestre.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Esame scritto e orale

- La prova scritta consiste in alcuni esercizi da cui si evince la capacità dello studente di usare gli strumenti introdotti nelle lezioni
- Per quanto riguarda l'orale, obbligatorio per tutti, questo consiste in due parti:
 - discussione dello scritto;
 - lo studente può scegliere se fare una classica prova orale in cui mostri la conoscenza e la padronanza degli argomenti trattati durante il corso, spiegando le motivazioni che hanno portato a trattare alcuni argomenti teorici, ma con risvolti applicativi, dando gli enunciati e le dimostrazioni dei teoremi, oppure dare un seminario in cui si approfondisca un argomento solo accennato durante il corso.

Valutazione dell'esame: Voto in trentesimi 18-30/30

Lo studente è ammesso a sostenere la prova orale se raggiunge la votazione di 18/30 nello scritto

La discussione dello scritto e la prova orale concorrono alla valutazione finale, che è ottenuta dalla media tra la votazione ottenuta nello scritto+discussione (accorpati) e dalla seconda parte dell'orale.

Orario di ricevimento

Su appuntamento.

TEORIA DELLE RAPPRESENTAZIONI (2019/2020)

Docente: Lino Giuseppe Di Martino

Obiettivi

Il corso ha lo scopo di presentare i contenuti, i metodi fondamentali e alcune applicazioni della teoria 'classica' della rappresentazione dei gruppi finiti. Sarà posta enfasi sulla comprensione del percorso teorico e sull'esercizio dello spirito critico da parte degli studenti.

Contenuti sintetici

Anelli e A-moduli semisemplici. Rappresentazioni e moduli. Caratteri di un gruppo finito. Prodotti tensoriali di rappresentazioni. Rappresentazioni permutazionali e applicazioni. Rappresentazioni di prodotti diretti. Induzione e restrizione di rappresentazioni. Teoria di Clifford.

Programma esteso

Anelli e A-moduli semisemplici:

Richiami generali su anelli e A-moduli. Anelli e A-moduli artiniani e noetheriani. Anelli e A-moduli semisemplici. A-moduli semplici. Decomposizione di un A-modulo semisemplice in componenti isotipiche. Struttura degli anelli semisemplici. Teorema di Wedderburn. Proprietà del doppio centralizzante (DCP). Struttura degli anelli artiniani semplici.

Rappresentazioni e moduli:

L'algebra gruppale KG di un gruppo G . KG -moduli e rappresentazioni di G . Rappresentazioni completamente riducibili, teorema di Maschke. Rappresentazioni su splitting fields (KG semisemplice e split): struttura di KG . Teorema di Frobenius-Schur. Esempi di rappresentazioni complesse di gruppi finiti.

Caratteri di un gruppo finito:

Definizioni generali e proprietà elementari dei caratteri di un gruppo G . Lo spazio $CF(G)$ delle funzioni di classe. $\text{Car } K = 0$ e K splitting per G : caratteri e moduli; tavola dei caratteri. Rappresentazione regolare, idempotenti ortogonali, prime relazioni di ortogonalità fra i caratteri. Caso semisemplice e split: $\text{Irr}(G)$ è una base ortonormale di $CF(G)$; seconde relazioni di ortogonalità fra i caratteri. Interi algebrici e caratteri; costanti di struttura del centro di KG . Il grado di un carattere irriducibile è un divisore dell'ordine di G .

Applicazioni alla teoria dei gruppi: il $p^a q^b$ -teorema di Burnside. Proprietà strutturali di un gruppo deducibili dalla tavola dei caratteri. [Cenni alle rappresentazioni dei gruppi compatti.]

Prodotti tensoriali di rappresentazioni:

Generalità sui prodotti tensoriali di moduli. Prodotti tensoriali di rappresentazioni, prodotti di caratteri. L'anello dei caratteri virtuali. Teorema di Burnside-Brauer. Applicazioni al conteggio di involuzioni, teorema di Brauer-Fowler e sue conseguenze.

Rappresentazioni permutazionali e applicazioni:

Richiami sui gruppi di permutazioni. Azioni su classi di coniugio e caratteri. Lemma permutazionale di Brauer. Caratteri reali.

Rappresentazioni di prodotti diretti:

Caratteri irriducibili di un prodotto diretto. Applicazione: teorema di Burnside sul grado di un carattere.

Induzione e restrizione di rappresentazioni, teoria di Clifford.

Rappresentazioni indotte da sottogruppi. Caratteri indotti. Proprietà dell'induzione, legge di reciprocità di Frobenius e sue applicazioni. Restrizione di una rappresentazione a un sottogruppo normale: teoria di Clifford. Gruppo d'inerzia di una rappresentazione; corrispondenza di Clifford. Teorema di Ito.

Prerequisiti

Sono prerequisiti i contenuti standard di un corso annuale di algebra (Algebra I e Algebra II), e qualche conoscenza ulteriore di teoria dei campi.

Modalità didattica

Lezioni frontali.

Materiale didattico

Testi di riferimento:

C. W. Curtis and I. Reiner, Representation Theory of Finite Groups and Associative Algebras, Wiley Interscience 1962.

C. W. Curtis and I. Reiner, Methods of Representation Theory I, Wiley 1981.

L. Dornhoff, Group Representation Theory, Marcel Dekker 1971.

B. Huppert, Character Theory of Finite Groups, de Gruyter 2011.

I.M. Isaacs, Character theory of finite groups, Academic Press 1976.

Periodo di erogazione dell'insegnamento

Primo semestre.

Modalità di verifica del profitto e valutazione

L'esame è orale e consiste di un colloquio con valutazione in trentesimi. Si articola in una serie di quesiti orali volti a verificare la conoscenza e la padronanza da parte dello studente degli snodi teorici e dei teoremi con relative dimostrazioni svolti a lezione.

Orario di ricevimento

Su appuntamento.

TEORIA GEOMETRICA DEI GRUPPI (2019/2020)

Docente: Thomas Stefan Weigel

Obiettivi

Coerentemente con gli obiettivi formativi del Corso di Studio, l'insegnamento si propone di fornire allo studente le *conoscenze* riguardanti le definizioni e gli enunciati fondamentali della teoria di Bass-Serre su i gruppi che agiscono su alberi. Verranno altresì fornite le *competenze* necessarie a comprendere e analizzare le principali tecniche e metodi dimostrativi connessi alla teoria, e le *abilità* utili ad applicarle la teoria per risolvere esercizi e affrontare problemi aperti (problem solving). Il corso chiude con una discussione di diverse applicazioni della teoria nella teoria dei gruppi, e.g. il gruppo del nodo trifoglio, il teorema di Ihara, il bordo di un albero, etc.

Contenuti sintetici

Grafi e alberi, grafi di Cayley; gruppi liberi, prodotti liberi e generalizzazioni; azioni di gruppi su alberi.

Programma esteso

- grafi, cammini, connettività, alberi;
- azioni di gruppi su grafi, grafi di Cayley;
- gruppi liberi, prodotti liberi (amalgami), estensioni HNN;
- grafi quozienti, grafi di gruppi, il gruppo fondamentale di un grafo di gruppi, il teorema fondamentale per gruppi che agiscono su alberi.

Prerequisiti

Algebra I, Geometria I.

Modalità didattica

Lezione frontale, 8 CFU

Materiale didattico

- J-P. Serre: Trees, Springer-Verlag, Berlin, 1980.
- J. Meier: Groups, Graphs and Trees, London Mathematical Society, Student Texts, 73, CUP, 2008.
- O. Bogopolski: Introduction to Group Theory, EMS Textbooks in Mathematics, 2008.

Periodo di erogazione dell'insegnamento

1° semestre

Modalità di verifica del profitto e valutazione

Una presentazione di 20 minuti su un'applicazione della teoria di Bass-Serre concordato con il docente, e un esame orale su i contenuti del corso da cui si valuta le conoscenze acquisite dallo studente. La presentazione contribuisce 20 % al voto finale, 80% contribuisce l'esame orale.

Orario di ricevimento

Su appuntamento.

DOTTORATO DI RICERCA

Il Dipartimento di Matematica e Applicazioni concorre, congiuntamente al Dipartimento di Matematica dell'Università di Pavia e all'INdAM, all'organizzazione di un Dottorato consortile di Ricerca in Matematica con sede amministrativa presso l'Università di Milano-Bicocca. Tale Dottorato ha durata triennale e costituisce il tradizionale percorso di avviamento alla ricerca. Prevede varie borse di studio. Il Corso di Dottorato in Matematica ha lo scopo di trasmettere ai dottorandi le tecniche e le metodologie di ricerca nei settori attuali della Matematica e delle sue applicazioni.

Per informazioni più specifiche si rimanda al sito web: <https://sites.google.com/view/jointphd/home>

FORMAZIONE INSEGNANTI

La Laurea Magistrale in Matematica (LM-40), ai sensi della normativa vigente, dà accesso alle seguenti Classi di Concorso a Cattedre per l'insegnamento nella scuola secondaria:

A-26 Matematica (ex 47/A), A-27 Matematica e Fisica (ex 49/A), A-28 Matematica e Scienze (ex 59/A), A-20 Fisica (ex 38/A), A-41 Scienze e Tecnologie Informatiche (ex 42/A), A-47 Scienze Matematiche Applicate (ex 48/A), oltre a Scienze e tecnologie (aero)nautiche.

Nel dipartimento è attivo un gruppo di lavoro per la didattica della matematica, che si occupa degli aspetti metodologici, didattici e tecnologici della matematica. Ogni anno, nell'offerta formativa del Corso di Studi e nella programmazione didattica, si tiene conto dei continui sviluppi del ruolo dell'insegnante nella scuola secondaria, e degli aggiornamenti normativi sulle modalità di accesso alla professione di insegnante, in modo da permettere di raggiungere una preparazione adeguata sia dal punto di vista dei contenuti disciplinari, che negli aspetti più propriamente pedagogico-didattici.

Per quanto riguarda la matematica, negli anni scorsi (2012-2015) presso l'Università di Milano-Bicocca sono stati attivati, con il contributo del Dipartimento di Matematica e della Facoltà di Scienze della Formazione, percorsi di formazione per gli insegnanti (TFA e PAS) relativi alle Classi di Concorso A059 (Matematica e Scienze per la scuola secondaria di primo grado), A047 (Matematica), A049 (Matematica e Fisica). Per le analoghe iniziative dei prossimi anni, per informazioni più aggiornate, e per i requisiti curriculari dell'accesso alle Classi di Concorso a Cattedra, si prega di consultare la pagina web del corso laurea.

INFORMAZIONI UTILI

Valutazione della preparazione iniziale (VPI)

Gli studenti che intendono immatricolarsi al Corso di laurea in **Matematica**, ad accesso libero, devono sostenere una prova di Verifica della Preparazione Iniziale (VPI). Tale prova è adottata a livello nazionale e ha la funzione di verificare se la preparazione acquisita durante il percorso scolastico sia adeguata al corso di laurea prescelto, fornendo anche uno strumento di auto-valutazione per permettere agli studenti di migliorare la propria preparazione di base e di inserirsi nel percorso universitario. La prova è basata su test online (**TOLC-S**) erogati da CISIA (Consorzio Interuniversitario Sistemi Integrati per l'Accesso) in accordo con la Conferenza di Scienze (Con.Scienze).

Il test TOLC-S deve essere sostenuto obbligatoriamente PRIMA dell'immatricolazione al corso di laurea, pena l'annullamento d'ufficio dell'immatricolazione stessa.

Per ulteriori informazioni: <http://www.scienze.unimib.it/>

Attività didattiche di supporto

La scuola di scienze organizza ogni anno numerose attività di supporto alla didattica specificatamente dedicate alla matematica di base rivolte a tutti gli studenti in ingresso ai corsi di laurea di area scientifica, sia agli studenti dei corsi di studio ad accesso libero con prova di valutazione della preparazione di base obbligatoria, sia agli studenti dei corsi di laurea a numero programmato, che pur collocandosi in posizione utile in graduatoria, non abbiano superato la sezione di matematica di base, secondo le modalità definite nei bandi specifici, sia a coloro che sentissero la necessità di consolidare le proprie conoscenze nella matematica di base.

Tutte le attività rappresentano un utile strumento per :

- prepararsi alle prove di ingresso;
- recuperare in caso di mancato superamento della prova di valutazione della preparazione iniziale nei corsi ad accesso libero;
- recuperare in caso di mancato superamento della sezione di matematica di base nelle prove a numero programmato;
- prepararsi agli insegnamenti del primo anno (in particolare gli insegnamenti di area matematica).

Aggiornamenti sulle date di svolgimento delle nuove edizioni e informazioni per il nuovo Anno Accademico sreperibili al link : <http://www.scienze.unimib.it/>

Pre-corsi di matematica

La Scuola di Scienze nel mese di settembre organizza i Pre-Corsi di Matematica. **Si tratta di corsi intensivi di**

Matematica di base fortemente consigliati a tutti gli studenti di area scientifica in ingresso:

1. come preparazione agli insegnamenti di Matematica del I anno;
2. come utile ripasso della Matematica di base, per colmare eventuali lacune evidenziate dal mancato superamento della prova di valutazione della preparazione iniziale o della sezione di matematica di base nelle prove di ammissione ai Corsi di Laurea a numero programmato;
3. come preparazione per gli esami del primo anno, in particolare gli insegnamenti di area matematica. Il corso è ad accesso libero e gratuito. Non è necessaria l'iscrizione, ma per motivi organizzativi e didattici occorre attenersi ai calendari e alle suddivisioni per gruppi di studio che verranno pubblicati sulla pagina del sito della Scuola di Scienze: <http://www.scienze.unimib.it/>

Metodologia dell'apprendimento

In collaborazione con la Fondazione RUI, la Scuola di Scienze offre agli studenti immatricolati ai corsi di studio di area scientifica un corso di **Metodologia dell'apprendimento**. Il corso, della durata di una settimana circa, si svolge in settembre ed è finalizzato a rafforzare capacità e tecniche di studio, di programmazione e di preparazione agli esami. La partecipazione al corso è gratuita **e non necessita di iscrizione, occorre tuttavia attenersi alla suddivisione per gruppi di studenti che verrà pubblicata a settembre**. Informazioni circa i calendari, l'organizzazione e la suddivisione per gruppi di studenti saranno pubblicate sulla pagina del sito della Scuola di Scienze: <http://www.scienze.unimib.it/>

Corso di richiami di matematica

Il corso, gestito dal Dipartimento di Matematica e Applicazioni, si svolge da metà ottobre 2019 a gennaio 2020 con la duplice finalità di fornire un aiuto nel campo specifico della matematica e di servire come cerniera di raccordo tra la metodologia di apprendimento liceale e quella a livello universitario. È rivolto sia agli studenti che non hanno superato le prove di ingresso (VPI o sezione di Matematica di base nelle prove a numero programmato) e che debbano colmare lacune nella Matematica di base, sia a coloro che sentissero la necessità di consolidare le basi matematiche acquisite nella scuola superiore. Il Corso prevede sia attività in e-learning sia lezioni in aula e un esame finale. È necessaria l'iscrizione.

Avvisi aggiornati verranno pubblicati sul sito della Scuola di Scienze: <http://www.scienze.unimib.it/>.

Materiale didattico on – line

Al seguente indirizzo <http://wims2.matapp.unimib.it/precorsi.php> è reperibile del materiale didattico on-line creato nell'ambito del Piano Nazionale Lauree Scientifiche. L'accesso al sito è libero per tutti gli utenti ma necessita di una registrazione.

Incentivi economici per gli studenti di Matematica

Negli ultimi anni gli studenti iscritti a Matematica hanno avuto la possibilità di avere un incentivo economico in diverse forme:

- L'ateneo offre borse di studio agli studenti capaci e meritevoli. Sono inoltre disponibili premi di studio per attività di ricerca, tesi ed altre opportunità
- Il Consorzio Interuniversitario per il Diritto allo Studio – CIDiS (ex ISU) è un consorzio pubblico interuniversitario per il diritto allo studio. Offre un sistema integrato di interventi per favorire l'accesso agli studi universitari degli studenti meritevoli e privi di mezzi; tra gli interventi vi sono agevolazioni per gli alloggi e bandi per borse di studio.
- Assegnazione, mediante concorso, di borse di studio dell'IndAM (Istituto Nazionale di Alta Matematica, <http://www.altamatematica.it/it/bandi>)
- Incentivo economico per studenti meritevoli impegnati in attività di tutoraggio
- All'interno dell'Università è previsto che gli studenti possano collaborare dietro compenso ad attività connesse al buon funzionamento dell'Ateneo (collaborazioni studentesche 150 ore)
- Sostegno economico per mobilità all'estero nell'ambito del programma Socrates-Erasmus, si consulti per

maggiori informazioni la pagina del sito d'Ateneo relativa al programma.

Centro Matematita

Il Dipartimento di Matematica e Applicazioni è tra i promotori del Centro Matematita, un Centro Interuniversitario di Ricerca per la Comunicazione e l'Apprendimento Informale della Matematica, che ha la sua origine nelle esperienze di divulgazione della Matematica condotte negli ultimi anni dalle quattro Università di Milano, Milano-Bicocca, Pisa e Trento.

Il Centro Matematita (www.matematita.it) si propone di individuare contenuti e metodi adatti a questo tipo di comunicazione, indagando, ad esempio, quali siano i contenuti più adeguati, i contesti più efficaci, il ruolo del linguaggio, le possibilità offerte dagli strumenti multimediali, i rapporti con le altre discipline (dalle arti figurative alle altre scienze) o i rapporti fra Matematica applicata e tecnologia.

Fra le finalità del Centro Matematita c'è quindi quella di progettare, realizzare e diffondere prodotti di carattere divulgativo (mostre, libri, riviste, materiale multimediale) e studiare il loro impatto ai diversi livelli coinvolti.

Biblioteca

La biblioteca di ateneo ha una struttura centralizzata ed è articolata in tre sedi (sede centrale, sede di Scienze e sede di Medicina); dispone di un ricco patrimonio documentario costituito da libri, riviste e risorse elettroniche.

- **Sede Centrale - edificio U6:** piazza dell'Ateneo Nuovo 1 - 20126 Milano
- **Sede di Scienze - edificio U2:** piazza della Scienza 3 - 20126 Milano
- **Sede di Medicina - edificio U8:** via Cadore 48 - 20052 Monza

Giorni e orari di apertura e altre informazioni: <http://www.biblio.unimib.it/>

Indirizzi utili

Dipartimento di Matematica e Applicazioni
Via Roberto Cozzi, 53 – 20126 Milano
<http://www.matapp.unimib.it>

Direttore del Dipartimento:
Prof. Gregorio Falqui, tel. 02-6448.5749, e-mail: gregorio.falqui@unimib.it

Coordinatrice dei Consigli di Corso di Laurea
Prof.ssa Francesca Dalla Volta, tel. 02-6448.5760, e-mail: francesca.dallavolta@unimib.it

Responsabile del Dottorato di Ricerca in Matematica
Prof. Thomas Weigel, tel. 02-6448.5739, e-mail: thomas.weigel@unimib.it

Responsabile per l'Orientamento
Prof. Graziano Guerra, tel. 02-6448.5742, e-mail: graziano.guerra@unimib.it

Segreteria didattica
Dott. Antonino Gennaro, e-mail: segreteria-matematica@unimib.it

