Titolo nota

CLAMSES – MICROECONOMETRIA – LEZIONE 9a

~~17/05/2018~~

MODELLI PANEL STATICI CON EFFETTI INDIVIDUALI

FISSI (WITHIN)

CASUALI (GLS)

EFFETTI FISSI

NOI : $y_{it} = \alpha_i + \sum_z \beta_z x_{zit} + v_{it}$

WITHIN: $y_{it} - \underbrace{y_{i\cdot}} = \alpha_i + \sum_z \beta_z x_{zit} + v_{it} - \underbrace{y_{i\cdot}}$

DOVE $\underbrace{y_{i\cdot}} = \frac{1}{T} \sum_t y_{it} = \frac{1}{T} \sum_t \left(\alpha_i + \sum_z \beta_z x_{zit} + v_{it} \right)$

$= \alpha_i + \sum_z \beta_z x_{zi\cdot} + v_{i\cdot}$

$$\boxed{(y_{it} - y_{i\cdot}) = \sum_r \beta_r (x_{rit} - x_{ri\cdot}) + (v_{it} - v_{i\cdot})}$$

$\rightarrow$ OLS (WITHIN) : $\hat{\beta}_r$, $r = 2 \ldots K$

$$\hat{\alpha}_i = y_{i\cdot} - \sum_r \hat{\beta}_r x_{ri\cdot}$$

STATA: LA TRASFORMAZIONE WITHIN UTILIZZATA DA STATA È:

$$\underbrace{y_{it}}\ -\underbrace{y_{i\cdot}} + y_{\cdot\cdot} = \cancel{\alpha_i} + \sum_2 \beta_2 x_{2it} + u_{it} - \cancel{\alpha_i} - \sum_2 \beta_2 x_{2i\cdot} - u_{i\cdot} + \alpha_\cdot + \sum_2 \beta_2 x_{2\cdot\cdot} + u_{\cdot\cdot} \longrightarrow$$

DOVE $y_{\cdot\cdot} = \frac{1}{N}\sum_i y_{i\cdot} = \frac{1}{N}\sum_i \left(\alpha_i + \sum_2 \beta_2 x_{2i\cdot} + u_{i\cdot}\right) =$

$$= \alpha_\cdot + \sum_2 \beta_2 x_{2\cdot\cdot} + u_{\cdot\cdot}$$

$$\left(y_{it} - y_{i\cdot} + y_{\cdot\cdot}\right) = \alpha_{\bullet} + \sum_r \beta_r \left(x_{rit} - x_{ri\cdot} + x_{r\cdot\cdot}\right) + \left(v_{it} - v_{i\cdot} + v_{\cdot\cdot}\right)$$

$\rightarrow$ OLS (within) : $\hat{\beta}_r,\ r = 2 \ldots k\ ;\ \hat{\alpha}_{\bullet}$

$$\boxed{\hat{\mu}_i = y_{i\cdot} - \sum_r \hat{\beta}_r x_{ri\cdot} - \hat{\alpha}_{\bullet}}$$

$(\alpha_i = \alpha_{\bullet} + \mu_i)$

XTMEG COST OUTPUT, FE

PREDICT MI , U $\longrightarrow \mu_i$

MODELLI PER DATI PANEL STATICI CON EFFETTI:

INDIVIDUALI <u>E</u> TEMPORALI (TWO-WAY MODELS)

FISSI (WITHIN)

CASUALI (GLS)

EFFETTI INDIVIDUALI E TEMPORALI FISSI

$$y_{it} = \alpha_i + \lambda_t + \sum_{r=2}^{k} \beta_r x_{rit} + u_{it}$$

EFFETTI INDIVIDUALI

EFFETTI TEMPORALI

ES. $N = 2$; $T = 3$

DUMMIES INDIVIDUALI

DUMMIES TEMPORALI

i	t	D1	D2	T1	T2	T3
1	1	1	0	1	0	0
1	2	1	0	0	1	0
1	3	1	0	0	0	1
2	1	0	1	1	0	0
2	2	0	1	0	1	0
2	3	0	1	0	0	1

TRASFORMAZIONE WITHIN IN PRESENZA DI EFFETTI INDIVIDUALI E TEMPORALI <u>FISSI</u> :

$$z_{it}^{w} \equiv \left(z_{it} - z_{i\cdot} - z_{\cdot t} + z_{\cdot\cdot} \right)$$

$$\left(y_{it} - y_{i\cdot} - y_{\cdot t} + y_{\cdot\cdot} \right) = \alpha_i + \lambda_t + \Sigma_z \beta_z x_{zit} + v_{it} -$$
$$- y_{i\cdot} - y_{\cdot t} + y_{\cdot\cdot}$$

DOVE $y_{i\bullet} = \frac{1}{T}\sum_t\left(\alpha_i + \lambda_t + \sum_2 \beta_2 x_{2it} + u_{it}\right) =$

$$= \underbrace{\alpha_i + \lambda_\bullet + \sum_2 \beta_2 x_{2i\bullet} + u_{i\bullet}}$$

$$y_{\bullet t} = \frac{1}{N}\sum_i\left(\alpha_i + \lambda_t + \sum_2 \beta_2 x_{2it} + u_{it}\right) =$$

$$= \underbrace{\alpha_\bullet + \lambda_t + \sum_2 \beta_2 x_{2\bullet t} + u_{\bullet t}}$$

$$y_{\bullet\bullet} = \frac{1}{T}\sum_t y_{\bullet t} = \frac{1}{T}\sum_t \left(\alpha_{\bullet} + \lambda_t + \sum_2 \beta_2 x_{2\bullet t} + u_{\bullet t}\right) =$$

$$= \alpha_{\bullet} + \lambda_{\bullet} + \sum_2 \beta_2 x_{2\bullet\bullet} + u_{\bullet\bullet}$$

$$y_{it} - y_{i\bullet} - y_{\bullet t} + y_{\bullet\bullet} = \cancel{\alpha_i} + \cancel{\lambda_t} + \sum_2 \beta_2 x_{2it} + u_{it} - \cancel{\alpha_i} - \cancel{\lambda_{\bullet}} - \sum_2 \beta_2 x_{2i\bullet} - u_{i\bullet}$$
$$- \cancel{\alpha_{\bullet}} - \cancel{\lambda_t} - \sum_2 \beta_2 x_{2\bullet t} - u_{\bullet t} + \cancel{\alpha_{\bullet}} + \cancel{\lambda_{\bullet}} + \sum_2 \beta_2 x_{2\bullet\bullet} + u_{\bullet\bullet}$$

$$\left(y_{it} - y_{i\cdot} - y_{\cdot t} + y_{\cdot\cdot}\right) = \sum_r \beta_r \left(x_{rit} - x_{ri\cdot} - x_{r\cdot t} + x_{r\cdot\cdot}\right) + \left(v_{it} - v_{i\cdot} - v_{\cdot t} + v_{\cdot\cdot}\right)$$

WITHIN
CON EFFETTI FISSI
INDIV. E TEMP.

$\rightarrow$ OLS : $\hat{\beta}_r$, $r = 2 \dots K$

$$\widehat{\alpha}_i = (y_{i\cdot} - y_{\cdot\cdot}) - \sum_r \hat{\beta}_r (x_{ri\cdot} - x_{r\cdot\cdot})$$

$$\widehat{\lambda}_t = (y_{\cdot t} - y_{\cdot\cdot}) - \sum_r \hat{\beta}_r (x_{r\cdot t} - x_{r\cdot\cdot})$$

EFFETTI INDIVIDUALI E TEMPORALI CASUALI

$$y_{it} = \alpha + \sum_k \beta_k x_{kit} + \underbrace{(\mu_i + \lambda_t + u_{it})}_{\nu_{it}}$$

$E(\mu_i) = 0$; $Var(\mu_i) = \sigma^2_\mu$

$E(\lambda_t) = 0$, $Var(\lambda_t) = \sigma^2_\lambda$

$E(u_{it}) = 0$, $Var(u_{it}) = \sigma^2_u$

\+ NO AUTOCORR
NO CORRELAZ

$$\hookrightarrow \underset{(T\cdot 1)}{y_i} = \underset{(T\cdot K)}{x_i}\underset{(K\cdot 1)}{\delta} + \underset{(T\cdot 1)}{v_i} \quad , \text{ DOVE } \underset{T\cdot 1}{v_i} = \underset{(1\cdot 1)}{\mu_i}\underset{T\cdot 1}{J} + \underset{(T\cdot 1)}{\lambda} + \underset{(T\cdot 1)}{u_i}$$

$$\underset{T\cdot T}{V} \equiv E(v_i v_i') = E\left[(\mu_i J + \lambda + u_i)(\mu_i J + \lambda + u_i)'\right] =$$

$$= E(\mu_i^2) JJ' + E(\lambda\lambda') + E(u_i u_i') =$$

$$= \sigma_\mu^2 JJ' + \sigma_\lambda^2 I_T + \sigma_u^2 I_T$$

$$= \sigma_\mu^2 JJ' + (\sigma_\lambda^2 + \sigma_u^2) I_T$$

$$\Downarrow$$

$$\underset{(T \cdot T)}{V} = \begin{pmatrix} \sigma_\lambda^2+\sigma_u^2+\sigma_\mu^2 & & & \sigma_\mu^2 \\ & \sigma_\lambda^2+\sigma_u^2+\sigma_\mu^2 & & \\ & & \ddots & \\ \sigma_\mu^2 & & & \sigma_\lambda^2+\sigma_u^2+\sigma_\mu^2 \end{pmatrix} \Rightarrow \underline{\underline{GLS}}$$

ATTENZIONE: SE LA CORRELAZIONE TRA GLI ERRORI DI UN MODELLO PANEL EFFETTI **CASUALI** (EFFETTI INDIVIDUALI E/O TEMPORALI CASUALI)

E I REGRESSORI X_{rit}, $r = 2 \sim k$, È **PRESENTE**,

ALLORA GLS **INCONSISTENTE**

$\Downarrow$ ⟹ STIMATORE A $\boxed{\text{VARIABILI STRUMENTALI}}$

MODELLO CON EFFETTI CASUALI (INDIVIDUALI) E VARIABILI STRUMENTALI

$$\underbrace{y}_{(NT\cdot 1)} = \underbrace{X}_{(NT\cdot K)}\underbrace{\beta}_{(K\cdot 1)} + \underbrace{Z}_{(NT\cdot G)}\underbrace{\gamma}_{(G\cdot 1)} + \underbrace{\overbrace{(M + U)}^{\varepsilon}}_{NT\cdot 1}$$

$\varepsilon \rightarrow$ ERRORI

DOVE $X \rightarrow x_{rit}$, $r = 1 - K$

$Z \rightarrow z_{ji}$, $j = 1 - G$

$$M = \underset{(N\cdot 1)}{\mu} \otimes \underset{T\cdot 1}{J}$$

X CONTIENE VARIABILI CHE VARIANO RISPETTO A $i = 1 \ldots N$ E $t = 1 \ldots T$

Z CONTIENE VARIABILI CHE VARIANO SOLO RISPETTO A $i = 1 \ldots N$.

NON CORRELATE CON $\mathcal{E}$

CORRELATE CON $\mathcal{E}$

$$\underset{NT \cdot K}{X} \equiv \left(\underset{NT \cdot K_1}{X_1} \;\vdots\; \underset{NT \cdot K_2}{X_2} \right)$$

$K = K_1 + K_2$

NON CORRELATE CON $\mathcal{E}$

CORRELATE CON $\mathcal{E}$

$$\underset{NT \cdot G}{Z} \equiv \left(\underset{NT \cdot G1}{Z_1} \;\vdots\; \underset{NT \cdot G2}{Z_2} \right)$$

$G = G1 + G2$

CORRELAZIONE CON μ_i

PER IPOTESI

$$y = X\beta + Z\gamma + \varepsilon = X_1\beta_1 + X_2\beta_2 + Z_1\gamma_1 + Z_2\gamma_2 + (M + U)$$

CORRELAZIONE

CON μ_i

PER IPOTESI

<u>OBIETTIVO</u> : STIMA DI β E γ

<u>APPROCCIO 1</u> : STIMA CONSISTENTE DI β E γ

<u>APPROCCIO 2</u> : STIMA EFFICIENTE DI β E γ

$\boxed{\text{VARIABILI STRUMENTALI}}$

APPROCCIO 1 : STIMA CONSISTENTE DI β E γ (2 STADI)

STADIO 1 : STIMA DI β

TRASFORMAZIONE WITHIN

$$y = X\beta + Z\gamma + \varepsilon$$

$$Dy = DX\beta + DZ\gamma + D\varepsilon$$

$\hookrightarrow DZ = 0$ (TRASFORMAZIONE WITHIN "ELIMINA" TUTTO CIÒ CHE VARIA SOLO RISPETTO A i)

OLS SUL MODELLO TRASFORMATO SECONDO WITHIN CONSENTE DI STIMARE (CONSISTENTEMENTE) β, CIOÈ DI OTTENERE $\hat{\beta}_{w}$

STADIO 2

$$y = X\beta + Z\gamma + \varepsilon$$

$$y - X\hat{\beta}_{w} = X\beta + Z\gamma + \varepsilon - X\hat{\beta}_{w}$$

TRASFORMAZIONE "BETWEEN"

$$C\left(y - X\hat{\beta}_{W}\right) = CX\beta + CZ\gamma + C\varepsilon - CX\hat{\beta}_{W}$$

$i = 1 \ldots N$

$$= CZ\gamma + \left[C\varepsilon + CX\beta - CX\hat{\beta}_{W}\right]$$

$$= CZ\gamma + C\left[\varepsilon + X\left(\beta - \hat{\beta}_{W}\right)\right]$$

ERRORE

$$= Z\gamma + \underbrace{C\left[\varepsilon + X\underbrace{\left(\beta - \hat{\beta}_W\right)}_{\text{ERRORE DOVUTO AL "SAMPLE BIAS"}}\right]}_{= \tilde{\varepsilon}}$$

$CZ = Z$

(Z NON VARIA RISPETTO AL TEMPO)

$\Downarrow$

CORRELAZIONE ATTRAVERSO $\underline{\underline{\mu_i}}$

$$\boxed{\tilde{y} = Z\gamma + \tilde{\varepsilon}} = z_1\gamma_1 + z_2\gamma_2 + \tilde{\varepsilon}$$

DOVE $\tilde{y} \equiv C(y - X\hat{\beta}_{w})$

$$\tilde{\varepsilon} \equiv C\left[\bar{\varepsilon} + X(\beta - \hat{\beta}_{w})\right]$$

DATA LA CORRELAZIONE TRA z_2 E $\tilde{\varepsilon}$, LO STIMATORE CONSISTENTE PER γ, $\hat{\gamma}$, È LO STIMATORE A **VARIABILI STRUMENTALI**

VARIABILI DA STRUMENTARE	VARIABILI STRUMENTALI
z_1	z_1 (z_1 NON CORRELATA CON $\tilde{\varepsilon}$ PER IPOTESI)
z_2	cx_1

CX_1 TRASFORMAZIONE "BETWEEN" DI X_1,

CIOÈ VARIA SOLO RISPETTO A $i = 1 \sim N$

(COME Z_2)

X_2 NON È CORRELATA CON $\tilde{\varepsilon}$ PER IPOTESI

X_1 È UNA MATRICE DI REGRESSORI (INSIEME A X_2, Z_1 E Z_2), QUINDI "NATURALMENTE" CORRELATA CON Z_2

LSTIMATORE GIVE PER γ, $\widehat{\gamma_{GIVE}}$, AVRÒ
COME STRUMENTI z_1 E CX_1